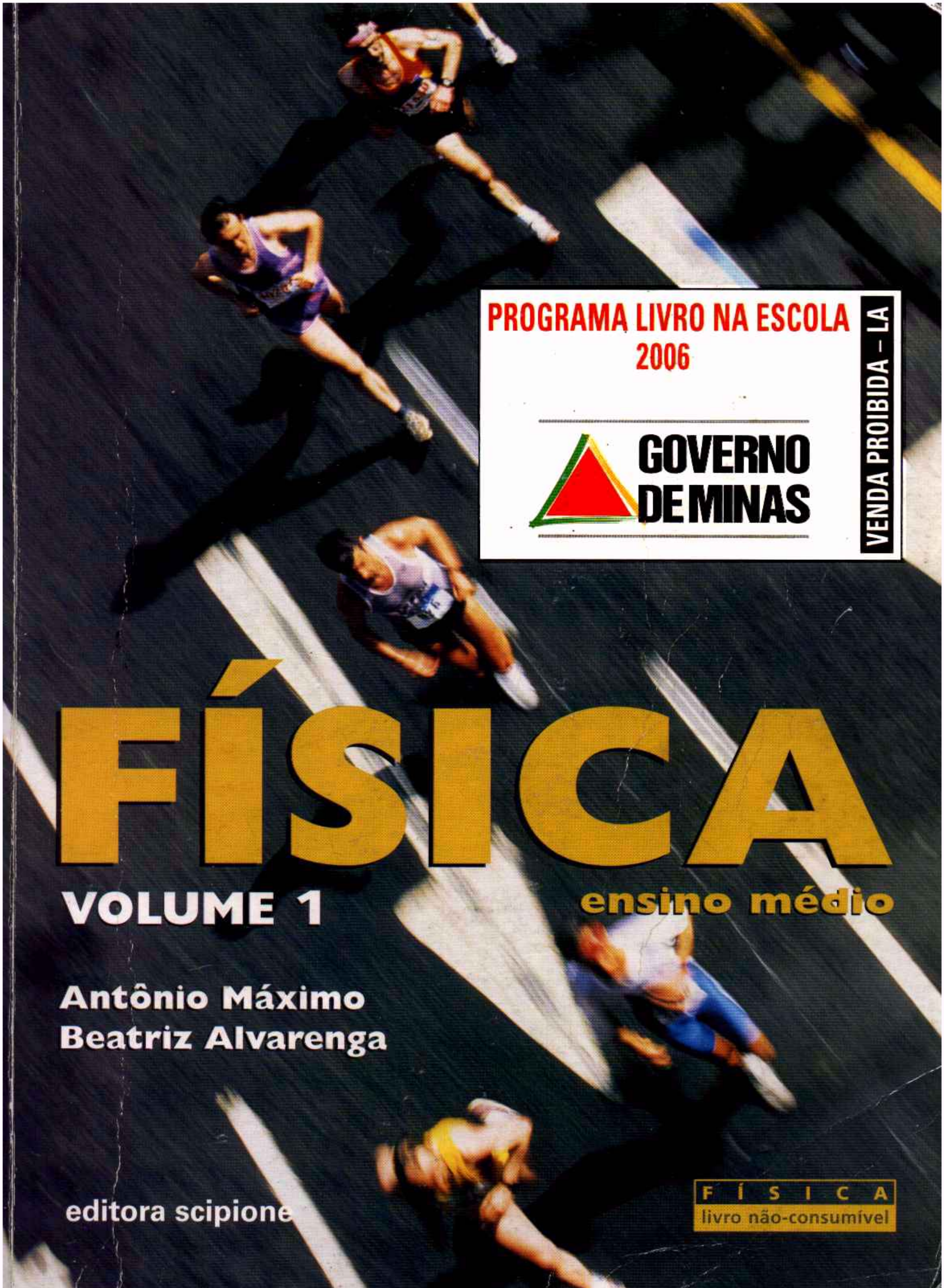

PROGRAMA LIVRO NA ESCOLA
2006
GOVERNO
DE MINAS
VENDA PROIBIDA – LA
FÍSICA
VOLUME 1
ensino médio
Antônio Máximo
Beatriz Alvarenga
editora scipione
F Í S I C A
livro não-consumível

FÍSICA

VOLUME 1

ensino médio

Antônio Máximo Ribeiro da Luz

Professor Adjunto do Departamento de Física da Universidade Federal de Minas Gerais

Beatriz Alvarenga Álvares

Professora Emérita do Departamento de Física da Universidade Federal de Minas Gerais

Beatriz Alvarenga e Antônio Máximo são autores da coleção *Física*, em dois volumes, editada pela Oxford University Press em língua espanhola, e do *Física* — volume único, editado pela Scipione.

ilustrações de
Rubens Villaça, Paulo Cézar Pereira, Artur Kenji Ogawa e Antônio Robson

F Í S I C A
livro não-consumível

São Paulo, 2006
1.ª edição

editora scipione

Ao estudante

Ao preparar este texto, uma de nossas preocupações foi tornar o seu curso de Física interessante e agradável, tentando evitar que você o considere apenas como mais uma de suas obrigações escolares. Julgamos que ele poderá entusiasmar tanto aos jovens que pretendam continuar seus estudos em uma carreira ligada às ciências exatas, como àqueles que provavelmente não mais terão outro contato com o estudo da Física.

O conhecimento das leis e fenômenos físicos constitui um complemento indispensável à formação cultural do homem moderno, não só em virtude do grande desenvolvimento científico e tecnológico do mundo atual, como também porque o mundo da Física nos rodeia por completo. De fato, a Física está totalmente envolvida em nossa vida diária: está em nossa casa, no ônibus, no elevador, no cinema, no campo de futebol etc.

Assim, com a orientação de seu professor, lendo com atenção os textos de cada capítulo, discutindo com seus colegas e procurando realizar as atividades sugeridas, esperamos que, ao final deste curso, você tenha conseguido compreender as leis fundamentais da Física, percebendo que elas representam modelos que procuram traduzir a harmonia e a organização presentes na natureza. Esta visão, possivelmente, fará crescer dentro de você o amor e o respeito pelas coisas e fatos do mundo em que vivemos. Ao mesmo tempo, entre seus sentimentos passará a figurar, por certo, a admiração aos grandes cientistas que, através de árduos esforços, conseguiram edificar este importante ramo do conhecimento humano.

Os Autores

Como usar esta obra

Desenvolvemos os textos e as diversas atividades que compõem este livro tendo sempre em mente a produção de um trabalho que se constitua um auxílio real a seus estudos e à sua aprendizagem. Esperando que este propósito possa ser concretizado apresentamos, a seguir, algumas orientações que, acreditamos, o levarão a conhecer melhor o seu livro e, conseqüentemente, a usá-lo com o máximo proveito:

- Inicie sempre o estudo de um determinado assunto com a leitura da secção que o aborda. A linguagem simples e a divisão do texto em pequenos blocos, com títulos indicativos de seu conteúdo, facilitam esta tarefa. Procure compreender o tópico exposto e, se houver dúvida, discuta-a com o professor e com seus colegas. Não tente apenas memorizar eventuais fórmulas ali presentes, pois a fórmula isolada pouco ou nada representa do conhecimento que ela sintetiza. A leitura e a compreensão do texto são passos indispensáveis à construção deste conhecimento.

- Depois de terminar a leitura de cada secção, passe à solução dos Exercícios de Fixação apresentados logo após cada uma delas. Esses exercícios serão, geralmente, resolvidos com certa facilidade, colaborando para sedimentar o conhecimento em estudo e para incentivá-lo a prosseguir em outras atividades. Não passe para a secção seguinte nem tente resolver problemas mais sofisticados, antes de responder a todos os Exercícios de Fixação. Seu raciocínio não pode dar saltos muito grandes e estes exercícios foram propostos exatamente para você ir construindo seus conhecimentos passo a passo.

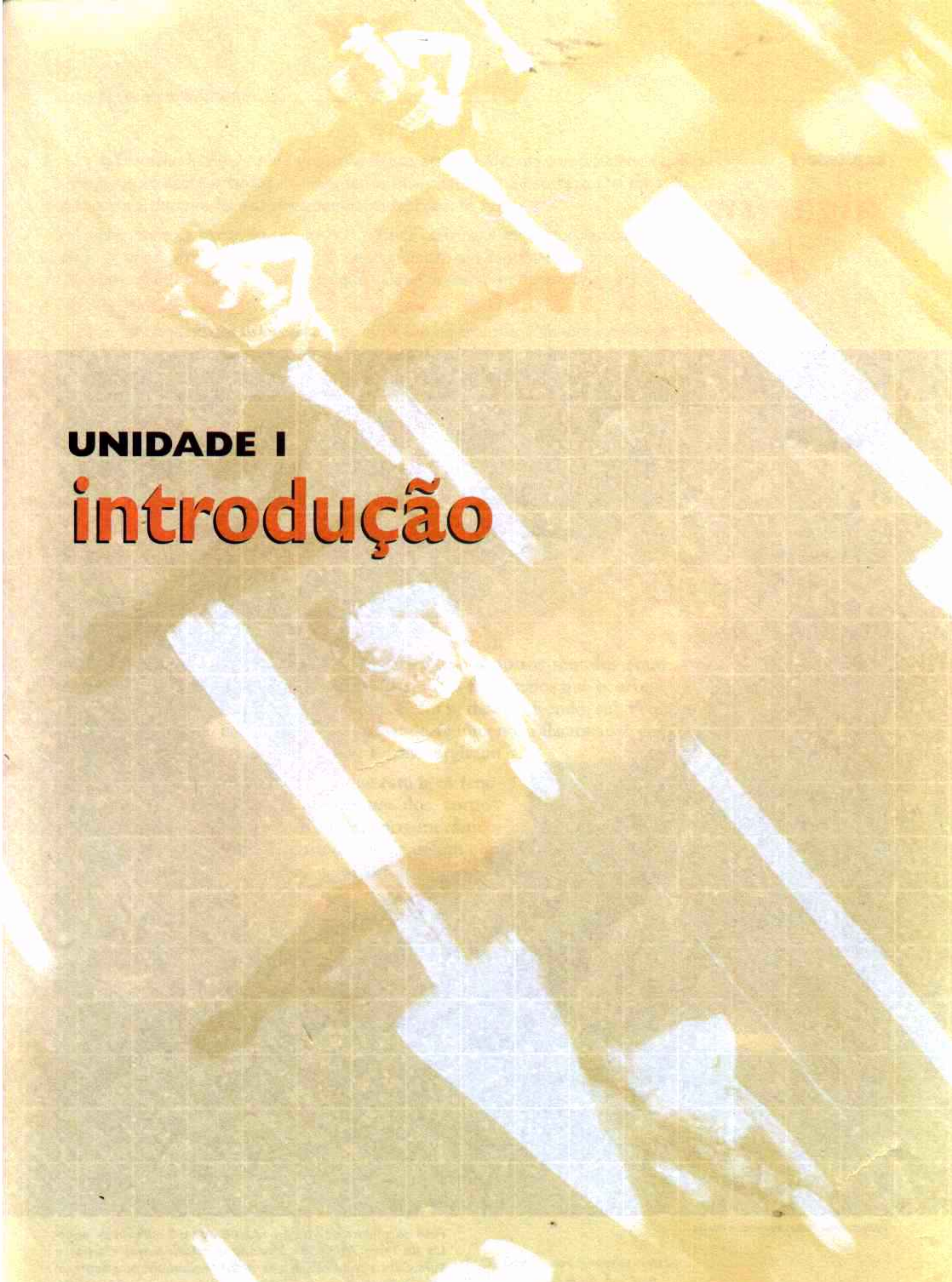
- O Tópico Especial, como indica o seu subtítulo, *para você aprender um pouco mais*, foi desenvolvido como uma extensão aos conhecimentos ali abordados. Usando uma linguagem simples e um tratamento qualitativo da matéria, com quase nenhum apelo à matemática, esse texto ora apresenta aspectos históricos do assunto, ora uma visão mais moderna dos conceitos e leis a ele relacionados ou, ainda, suas aplicações tecnológicas interessantes e atuais. Estamos convictos de que você irá apreciar a leitura de um desses Tópicos Especiais e esteja certo de que a Física neles contida é de tão boa qualidade quanto a do restante do capítulo.
- A Revisão, que aparece no final de cada capítulo, é uma espécie de estudo dirigido, proposto para que você obtenha uma visão global do assunto, após ter estudado cada secção separadamente. Ao completar essa atividade, você terá em mãos um resumo deste capítulo, ao qual poderá recorrer quando desejar recapitulá-lo rapidamente.
- Outra atividade importante para facilitar a compreensão e a aprendizagem dos temas apresentados em um capítulo são as Experiências propostas no final de cada um. Escolhemos experiências bem simples, que, em geral, requerem material disponível em sua própria residência, possibilitando, assim, sua realização como tarefa para casa. Não deixe de fazer essas experiências e levá-las à escola para serem discutidas com seu professor e seus colegas. Temos certeza de que essas atividades lhe darão muitos momentos de prazer e lhe permitirão uma visão mais clara e concreta dos fenômenos em estudo.
- Os problemas, comumente usados nos cursos de Física para que os estudantes testem e apliquem seus conhecimentos, são apresentados em três séries em nosso texto: Problemas e Testes, Questões de Vestibular e Problemas Suplementares. Sendo muito grande o número total desses problemas, você, provavelmente, não terá tempo para resolver todos eles. Peça, então, para seu professor selecionar aqueles que forem mais significativos para seu curso e para o seu próprio contexto. Procurando soluções para eles, você estará subindo mais alguns degraus em sua formação científica.

Sumário

VOLUME I

VOLUME 2

VOLUME 3

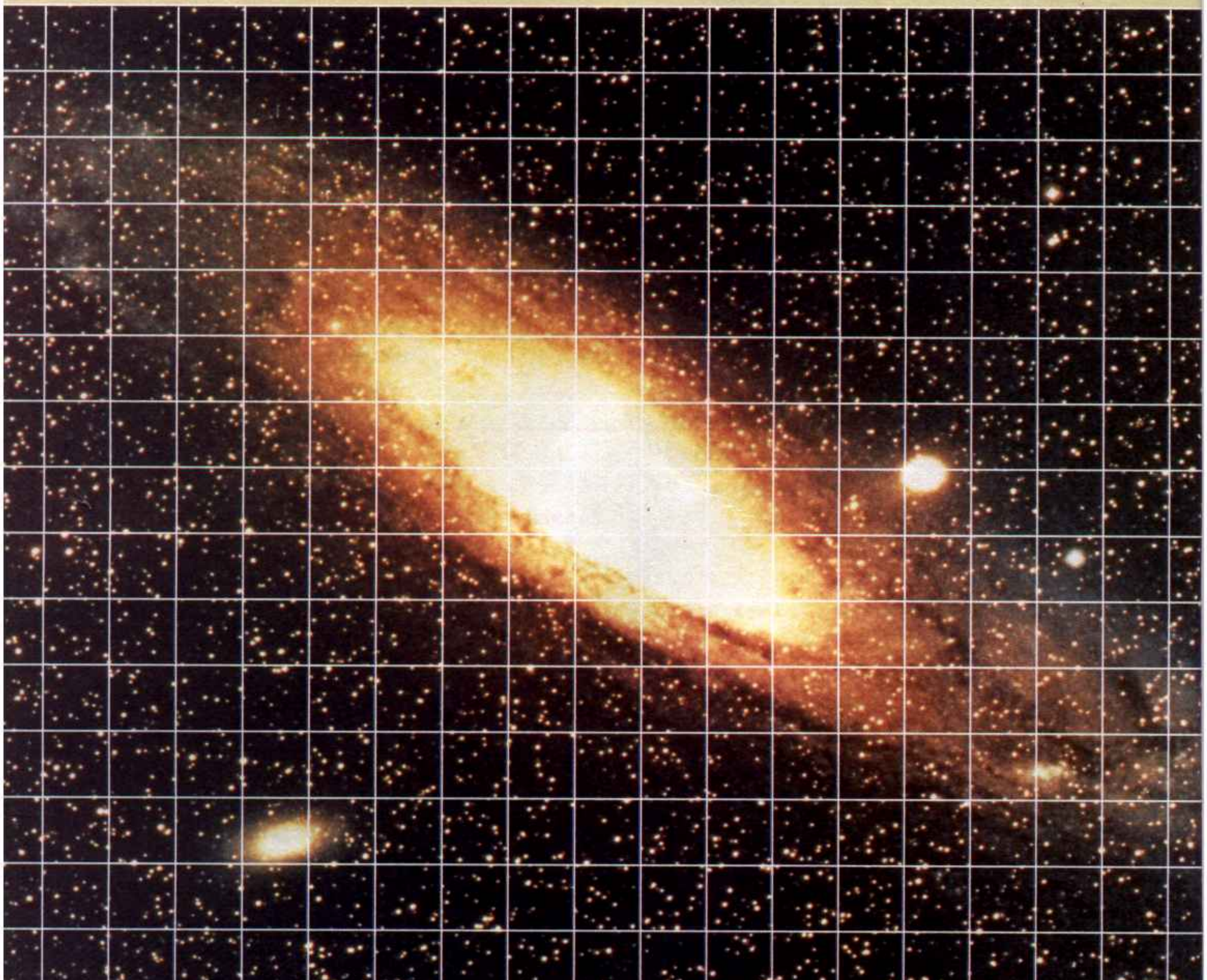


UNIDADE I

introdução

capítulo 1

Algarismos significativos



NASA/Science Photo Library/Stock Photos.

Foto da galáxia de Andrômeda, situada a 2 milhões de anos-luz da Terra. As leis da Física, que estudaremos em nosso curso, descrevem corretamente os fenômenos que ocorrem aqui na Terra e em regiões tão distantes quanto esta galáxia.

A Física, no início de seu desenvolvimento, era considerada como a ciência que se dedicava a estudar todos os fenômenos que ocorrem na natureza. Daí ter sido esta ciência, durante muitos anos, denominada "Filosofia Natural".

Entretanto, a partir do século XIX, a Física restringiu seu campo, limitando-se a estudar mais profundamente um menor número de fenômenos, denominados "fenômenos físicos", e os fenômenos que dela se destacaram deram origem a outras ciências naturais.

Se tentássemos, porém, esclarecer quais são os chamados "fenômenos físicos", verificaríamos que não seríamos capazes de estabelecer uma definição clara. Mas não nos preocupemos com isto. Com o desenrolar deste curso, você irá descobrindo que é mais importante saber e compreender o que já se fez no campo da Física, mesmo que não possa defini-la, em poucas palavras.

Verá que é possível explicar uma grande variedade de fenômenos, aparentemente não relacionados, a partir de alguns princípios básicos, e que estes princípios deverão ser bem compreendidos, pois, com eles, poderemos enfrentar e resolver problemas novos.

1.1. Os ramos da Física

No início do desenvolvimento das ciências, os nossos sentidos eram as fontes de informação utilizadas na observação dos fenômenos que ocorrem na natureza. Por isso mesmo o estudo da Física foi se desenvolvendo, subdividido em diversos ramos, cada um deles agrupando fenômenos relacionados com o sentido pelo qual eles eram percebidos. Então, surgiram:

Mecânica – É o ramo da Física que estuda os fenômenos relacionados com o *movimento* dos corpos. Assim, estamos tratando com fenômenos mecânicos quando estudamos o movimento de queda de um corpo, o movimento dos planetas, a colisão de dois automóveis etc.

Calor – Como o próprio nome indica, este ramo da Física trata dos fenômenos térmicos. Portanto, a variação da temperatura de um corpo, a fusão de um pedaço de gelo, a dilatação de um corpo aquecido são fenômenos estudados neste ramo da Física.

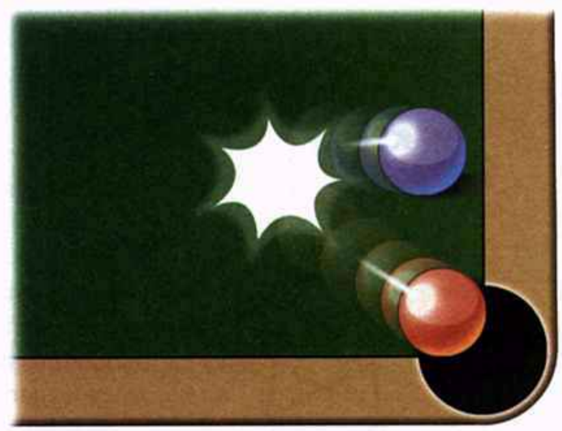


Fig.1-1: *Na Mecânica, estudamos os movimentos dos corpos.*

Fig.1-2: *Os fenômenos térmicos constituem um importante ramo da Física.*

Fig.1-3: *O som é um tipo de onda e seu estudo é feito juntamente com os demais fenômenos ondulatórios.*

Movimento Ondulatório – Nesta parte estudamos as propriedades das ondas que se propagam em um meio material como, por exemplo, as ondas em uma corda ou na superfície da água. Também são estudados, aqui, os fenômenos sonoros, porque o *som* nada mais é do que um tipo de onda que se propaga em meios materiais.

Ótica – É a parte da Física que estuda os fenômenos relacionados com a *luz*. A formação de sua imagem em um espelho, a observação de um objeto distante através de uma luneta, a separação da luz solar nas cores do arco-íris etc. são todos fenômenos óticos.

Fig.1-4: *A Ótica é o ramo da Física que estuda os fenômenos luminosos.*

Eletricidade – Neste ramo da Física incluem-se os fenômenos elétricos e magnéticos. Desta maneira, são estudados: as atrações e repulsões entre os corpos eletrizados, o funcionamento dos diversos aparelhos eletrodomésticos, as propriedades de um ímã, a produção de um relâmpago em uma tempestade etc.

Física Moderna – Esta parte cobre o desenvolvimento da Física alcançado no século XX, abrangendo o estudo da estrutura do átomo, do fenômeno da radioatividade, da teoria da relatividade de Einstein etc.

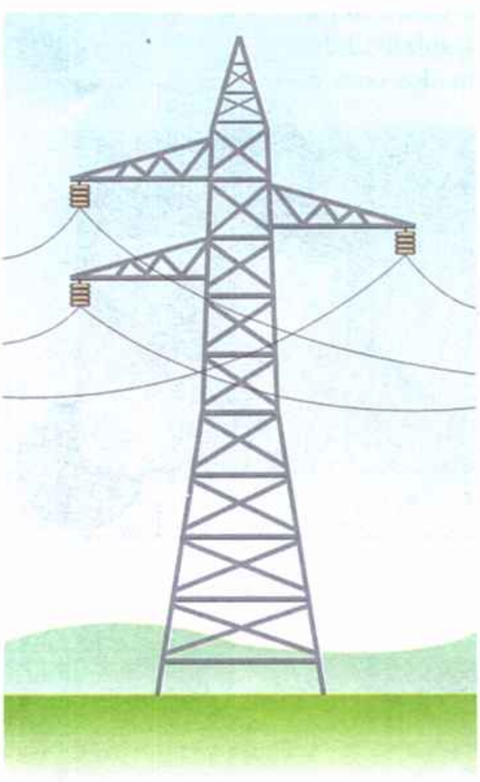


Fig.1-5: *O estudo dos fenômenos elétricos e magnéticos constitui o ramo da Física denominado Eletricidade.*

Tradicionalmente, a Física é comumente apresentada através desses ramos. Além disso, por comodidade didática, essa mesma subdivisão é respeitada na maioria dos textos de ensino da Física. Entretanto, esses ramos não constituem compartimentos estanques. Pelo contrário, os fenômenos estudados nos diversos ramos estão relacionados entre si através de um pequeno número de princípios básicos, sendo possível, então, encarar esses ramos como um todo, tornando a Física uma estrutura lógica e consistente.

Em nosso curso, a Mecânica será desenvolvida principalmente neste 1º volume. O estudo do Calor, das Ondas e da Ótica será feito no 2º volume e o 3º volume tratará da Eletricidade. Algumas noções de Física Moderna serão apresentadas em certas "Leituras", incluídas no final dos capítulos, ou mesmo distribuídas ao longo do texto, sempre que se julgar oportuno.

ício de fixação **exercício de fixação** exercício de fixaç

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda à questão seguinte, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. Cite alguns fenômenos que são estudados em cada um dos seguintes ramos da Física:
   a) Mecânica
   b) Calor
   c) Ótica
   d) Movimento Ondulatório
   e) Eletricidade
   f) Física Moderna

1.2. Potências de 10 – Ordem de grandeza

POR QUE USAMOS AS POTÊNCIAS DE 10

Se nos disserem que o raio do átomo de hidrogênio é igual a 0,000000005 cm ou que uma dada célula tem cerca de 2 000 000 000 000 de átomos, dificilmente seremos capazes de assimilar estas idéias. Isto ocorre porque estes números estão afastados dos valores que os nossos sentidos estão acostumados a perceber – estão fora do nosso quadro de referências.

No estudo da Física encontraremos, freqüentemente, grandezas como estas, que são expressas por números muito grandes ou muito pequenos. A apresentação escrita ou oral desses números, da maneira habitual, tal como foram escritos acima, é bastante incômoda e trabalhosa. Para contornar o problema, é usual apresentar estes números em forma de potências de 10, como veremos a seguir. Este novo tipo de notação, além de mais compacto, nos permite uma rápida comparação destes números entre si e facilita a realização de operações matemáticas com eles.

COMO ESCREVEMOS OS NÚMEROS NA NOTAÇÃO DE POTÊNCIAS DE 10

Consideremos um número qualquer como, por exemplo, o número 842. Seus conhecimentos de Álgebra Elementar lhe permitirão compreender que este número pode ser expresso da seguinte maneira:

$$842 = 8{,}42 \times 100 = 8{,}42 \times 10^2$$

Observe que o número 842 foi expresso como sendo o produto de 8,42 por uma potência de 10 (no caso, 10^2).

Tomemos um outro número, por exemplo, 0,0037. Podemos escrever:

$$0{,}0037 = \frac{3{,}7}{1000} = \frac{3{,}7}{10^3} = 3{,}7 \times 10^{-3}$$

Novamente, temos o número expresso pelo produto de um número compreendido entre 1 e 10 (no caso, 3,7) por uma potência de 10 (no caso, 10^{-3}).

Baseando-nos nestes exemplos, chegamos à seguinte conclusão:

um número qualquer pode sempre ser expresso como o produto de um número compreendido entre 1 e 10 por uma potência de 10 adequada.

Procure exercitar-se no uso desta regra, analisando os dois exemplos seguintes:

$$62300 = 6{,}23 \times 10\,000 = 6{,}23 \times 10^4$$

$$0{,}00002 = \frac{2}{100\,000} = \frac{2}{10^5} = 2 \times 10^{-5}.$$

Observação – Uma regra prática para se obter a potência de 10 adequada é a seguinte:

a) Conta-se o número de casas que a vírgula deve ser deslocada para a esquerda; este número nos fornece o expoente de 10 positivo. Assim:

$$\underbrace{62\,300}_{4\text{ casas}} = 6{,}23 \times 10^4$$

b) Conta-se o número de casas que a vírgula deve ser deslocada para a direita; este número nos fornece o expoente de 10 negativo. Assim:

$$0{,}\underbrace{00002}_{5\text{ casas}} = 2 \times 10^{-5}$$

Nesta representação de potências de 10, os números citados no início desta secção poderão ser escritos, compactamente, e de maneira mais cômoda, do seguinte modo:

raio do átomo de hidrogênio $= 5 \times 10^{-9}$ cm

número aproximado de átomos de uma célula $= 2 \times 10^{12}$

OPERAÇÕES COM POTÊNCIAS DE 10

Você pode perceber facilmente que seria complicado e trabalhoso efetuar operações com os números muito grandes, ou muito pequenos, quando escritos na forma comum. Quando estes números são escritos na notação de potências de 10, estas operações tornam-se bem mais simples, seguindo as leis estabelecidas em Álgebra, para as operações com potências. Os exemplos seguintes o ajudarão a recordar estas leis:

a) $0{,}0021 \times 30\,000\,000 = (2{,}1 \times 10^{-3}) \times (3 \times 10^7) = (2{,}1 \times 3) \times (10^{-3} \times 10^7) = 6{,}3 \times 10^4$

b) $\dfrac{7{,}28 \times 10^5}{4 \times 10^8} = \dfrac{7{,}28}{4} \times \dfrac{10^5}{10^8} = 1{,}82 \times 10^{-3}$

c) $(5 \times 10^{-3})^3 = 5^3 \times (10^{-3})^3 = 125 \times 10^{-9}$

como $125 = 1{,}25 \times 10^2$ vem $125 \times 10^{-9} = 1{,}25 \times 10^2 \times 10^{-9} = 1{,}25 \times 10^{-7}$

d) $\sqrt{2{,}5 \times 10^5} = \sqrt{25 \times 10^4} = \sqrt{25} \times \sqrt{10^4} = 5 \times 10^2$

OBSERVE COMO SE PROCEDE NA ADIÇÃO

Nos exemplos apresentados, só apareceram as operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Quando estivermos tratando com adição ou subtração, devemos ter o cuidado de, *antes de efetuar a operação, expressar os números com os quais estamos lidando na mesma potência de 10.*

Consideremos os exemplos seguintes:

a) $6{,}5\times10^3-3{,}2\times10^3$

Neste caso, como os números já estão expressos na mesma potência de 10, poderemos efetuar a operação diretamente, como segue:

$$6{,}5\times10^3-3{,}2\times10^3=(6{,}5-3{,}2)\times10^3=3{,}3\times10^3$$

b) $4{,}23\times10^7+1{,}3\times10^6$

Devemos, inicialmente, expressar as parcelas em uma mesma potência de 10. Isto pode ser feito escrevendo a primeira parcela como uma potência de 10^6, da seguinte maneira:

$$4{,}23\times10^7+1{,}3\times10^6=42{,}3\times10^6+1{,}3\times10^6=$$

$$=(42{,}3+1{,}3)\times10^6=43{,}6\times10^6=4{,}36\times10^7$$

O cálculo pode ser efetuado de outra maneira, expressando a segunda parcela como uma potência de 10^7. Teremos:

$$4{,}23\times10^7+0{,}13\times10^7=(4{,}23+0{,}13)\times10^7=4{,}36\times10^7$$

Evidentemente, procedendo de uma maneira ou de outra, obtivemos o mesmo resultado final.

ORDEM DE GRANDEZA

Muitas vezes, ao trabalharmos com grandezas físicas, não há necessidade ou interesse em conhecer, com precisão, o valor da grandeza. Nesses casos, é suficiente conhecer a potência de 10 que mais se aproxima de seu valor. Essa potência é denominada *ordem de grandeza* do número que expressa sua medida, isto é,

> **ordem de grandeza de um número é a potência de 10 mais próxima deste número.**

Então, a ordem de grandeza de 92 é 10^2 porque 92 está compreendido entre 10 e 100, mas está mais próximo de 10^2. Da mesma forma, a ordem de grandeza de $0{,}00022 = 2{,}2\times10^{-4}$ é 10^{-4}.

Assim, conhecendo as ordens de grandeza de diversas medidas, é fácil compará-las e podemos rapidamente distinguir a menor ou a maior dentre elas, e aquelas que são aproximadamente iguais.

Além disso, freqüentemente temos condição de obter a ordem de grandeza sem cálculos laboriosos, mesmo não possuindo o valor da grandeza medida, como veremos no exemplo 2 a seguir.

Ordens de grandeza de distâncias (em cm)	
10^{25} –	Distância à galáxia mais afastada
10^{20} –	Raio de nossa galáxia
	Um ano-luz
10^{15} –	Tamanho do Sistema Solar
	Distância da Terra ao Sol
10^{10} –	Raio do Sol
	Raio da Terra
	Altura do monte Everest
10^{5} –	1 quilômetro
	1 metro
10^{0} –	1 centímetro
	Espessura de um fio de cabelo
	Comprimento de onda da luz
10^{-5} –	
	Tamanho das moléculas orgânicas
10^{-10} –	
	Diâmetro do núcleo de urânio
	Diâmetro de uma partícula elementar
10^{-15} –	

Tabela 1-1.

Ordens de grandeza de tempo (em s)	
	Tempo desde a primeira vida na Terra
10^{15} –	
	Idade da raça humana
	Vida média do plutônio
10^{10} –	
	Vida média do homem
	1 ano
10^{5} –	1 dia
	Vida média de um nêutron livre
10^{0} –	1 segundo – tempo entre duas batidas do coração
10^{-5} –	Tempo para a corda de um violão efetuar uma vibração
10^{-10} –	Tempo médio para um átomo manter-se excitado antes de emitir luz
	Tempo para um elétron girar em torno do
10^{-15} –	próton no átomo de hidrogênio
10^{-20} –	Tempo para um próton girar dentro do núcleo

Tabela 1-2.

Ordens de grandeza de massas (em g)	
10^{30} –	O Sol
	A Terra
10^{20} –	A Lua
10^{10} –	Um transatlântico
	Um quilograma
10^{0} –	Um grama
	Asa de mosquito
10^{-10} –	Gota de óleo de um atomizador
10^{-20} –	Átomo de urânio
	Próton
10^{-30} –	Elétron

Tabela 1-3.

Nas tabelas 1-1, 1-2 e 1-3 apresentamos ordens de grandeza de distâncias, intervalos de tempo e massas, em um domínio de intervalo muito amplo.

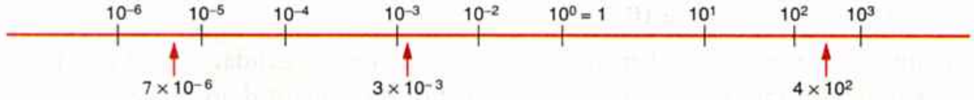
Exemplo 1

São dadas as seguintes medidas de comprimento:

$$3 \times 10^{-3}\ \text{m} \qquad 4 \times 10^{2}\ \text{m} \qquad 7 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

a) Qual é a ordem de grandeza de cada uma delas?

Consideremos a reta seguinte, que representa o conjunto dos números racionais, na qual assinalamos os pontos que representam algumas potências de 10.*



* Observe que o desenho da reta não foi feito em escala linear.

Localizando, nessa reta, as medidas fornecidas, é fácil perceber qual a potência de 10 mais próxima de cada uma. Vemos, então, que 7×10^{-6} está compreendida entre 10^{-5} e 10^{-6}, mas está mais próxima de 10^{-5}. Logo:

$$\text{a ordem de grandeza de } 7 \times 10^{-6} \text{ é } 10^{-5}$$

De maneira semelhante, temos:*

$$\text{a ordem de grandeza de } 3 \times 10^{-3} \text{ é } 10^{-3}$$
$$\text{a ordem de grandeza de } 4 \times 10^{2} \text{ é } 10^{2}$$

Observe que esses resultados podem ser obtidos com rapidez (sem a preocupação de localizar as medidas na reta), da seguinte maneira:

Na medida 7×10^{-6}, considerando apenas o algarismo 7, sabemos que sua ordem de grandeza é 10. Logo, a ordem de grandeza de 7×10^{-6} será

$$10 \times 10^{-6} = 10^{-5}$$

Podemos proceder da mesma forma para determinar a ordem de grandeza das outras medidas:

$$3 \times 10^{-3} \rightarrow 1 \times 10^{-3} = 10^{-3}$$
$$4 \times 10^{2} \rightarrow 1 \times 10^{2} = 10^{2}$$

b) Qual a ordem crescente das medidas fornecidas?

É evidente, observando a ordem de grandeza de cada uma, que temos

$$7 \times 10^{-6} < 3 \times 10^{-3} < 4 \times 10^{2}$$

Exemplo 2

Determine a ordem de grandeza do número de gotas de água que cabem em uma banheira.

Devemos, inicialmente, determinar a ordem de grandeza do volume de uma banheira comum. Evidentemente, o comprimento da banheira estará compreendido entre 1 m e 10 m, isto é, entre as seguintes potências de 10: 10^0 m e 10^1 m. É fácil perceber, também, que esse comprimento está mais próximo de 1 m. Logo, a ordem de grandeza do comprimento da banheira é 1 m ou 10^0 m. Com raciocínio semelhante, concluímos que as medidas, tanto da largura, quanto da profundidade da banheira, estão mais próximas de 1 m, isto é, a ordem de grandeza de ambas é 1 m ou 10^0 m. Logo, a ordem de grandeza do volume da banheira é:

$$1\ \text{m} \times 1\ \text{m} \times 1\ \text{m} = 1\ \text{m}^3$$

Para encontrar a ordem de grandeza do volume da gota de água, podemos imaginá-la com a forma de um cubo. A aresta desse cubo está compreendida entre 1 mm (10^{-3} m) e 1 cm (10^{-2} m), mas é claro que, para uma gota comum, essa aresta estará mais próxima de 1 mm. Logo, a ordem de grandeza do volume da gota é:

$$10^{-3}\ \text{m} \times 10^{-3}\ \text{m} \times 10^{-3}\ \text{m} = 10^{-9}\ \text{m}^3$$

A ordem de grandeza do número de gotas que cabe na banheira será, então:

$$\frac{1\text{m}^3}{10^{-9}\text{m}^3} = 10^9 \text{ gotas}$$

isto é, 1 bilhão de gotas!

* Não devemos nos preocupar em estabelecer critérios rigorosos para determinar a potência de 10 mais próxima do número, pois o conceito de ordem de grandeza, por sua própria natureza, é uma avaliação aproximada, na qual não cabe nenhuma preocupação com rigor matemático. Por essa mesma razão, quando o número estiver aproximadamente no meio entre duas potências de 10, será indiferente escolher uma ou outra para representar a ordem de grandeza daquele número.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

2. Cite duas vantagens de se escrever os números na notação de potências de 10.
3. Complete em seu caderno as igualdades seguintes, conforme o modelo.
   Modelo: cem = 100 = 10^2
   a) mil =
   b) cem mil =
   c) um milhão =
   d) um centésimo =
   e) um décimo de milésimo =
   f) um milionésimo =
4. Complete em seu caderno as igualdades seguintes, conforme o modelo.
   Modelo: $3{,}4 \times 10^5 = 340\,000$
   a) $2 \times 10^3 =$
   b) $1{,}2 \times 10^6 =$
   c) $7{,}5 \times 10^{-2} =$
   d) $8 \times 10^{-5} =$
5. Usando a regra prática sugerida no texto, escreva em seu caderno os números seguintes em notação de potência de 10.
   a) 382 =
   b) 21 200 =
   c) 62 000 000 =
   d) 0,042 =
   e) 0,75 =
   f) 0,000069 =
6. a) Dados os números 3×10^{-6} e 7×10^{-6}, qual deles é o maior?
   b) Coloque as potências de 10 seguintes 4×10^{-5}; 2×10^{-2} e 8×10^{-7} em ordem crescente de seus valores.
7. Efetue as operações indicadas:
   a) $10^2 \times 10^5$
   b) $10^{15} \times 10^{-11} =$
   c) $2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-2} =$
   d) $10^{10} : 10^4 =$
   e) $10^{15} : 10^{-11} =$
   f) $4{,}8 \times 10^{-3} : 1{,}2 \times 10^4 =$
   g) $\left(10^2\right)^3 =$
   h) $\left(2 \times 10^{-5}\right)^2 =$
   i) $\sqrt{16 \times 10^{-6}} =$
8. Efetue as operações indicadas:
   a) $5{,}7 \times 10^{-4} + 2{,}4 \times 10^{-4} =$
   b) $6{,}4 \times 10^7 - 8{,}1 \times 10^7 =$
9. Para adicionar ou subtrair dois números que estão expressos em potências de 10, cujos expoentes são diferentes, o que deve ser feito antes de efetuar a operação?
10. Efetue as operações indicadas:
    a) $1{,}28 \times 10^5 + 4 \times 10^3 =$
    b) $7{,}54 \times 10^8 - 3{,}7 \times 10^7 =$
11. A massa da Terra é
    5 980 000 000 000 000 000 000 000 kg.
    a) Escreva esse número usando a notação de potência de 10.
    b) Qual é a ordem de grandeza da massa da Terra?
12. O índice de leitura no Brasil é de apenas 2 livros por pessoa, por ano, enquanto em países desenvolvidos esse índice chega a 15 livros.
    a) Qual é a ordem de grandeza do número de livros lidos, por ano, no Brasil?
    b) Qual será essa ordem de grandeza quando atingirmos o índice dos países desenvolvidos?
13. Uma pessoa utiliza em média, por dia, aproximadamente 200 L de água.
    a) Qual deveria ser a ordem de grandeza, em metros cúbicos, do volume de um reservatório capaz de fornecer água para a população de qualquer uma das maiores cidades do mundo, durante 1 dia, sem reabastecimento?
    b) Quais as ordens de grandeza, em metros, de cada uma das dimensões (comprimento, largura e profundidade) que você proporia para esse reservatório?

1.3. Algarismos significativos

ALGARISMOS CORRETOS E AVALIADOS

Imagine que você esteja realizando uma medida qualquer, como, por exemplo, a medida do comprimento de uma barra (fig. 1-6). Observe que a menor divisão da régua utilizada é de 1 mm. Ao tentar expressar o resultado desta medida, você percebe que ela está compreendida entre 14,3 cm e 14,4 cm. A fração de milímetro que deverá ser acrescentada a 14,3 cm terá de ser avaliada, pois a régua não apresenta divisões inferiores a 1 mm.

Para fazer esta avaliação, você deverá imaginar o intervalo entre 14,3 cm e 14,4 cm subdividido em 10 partes iguais, e, com isso, a fração de milímetro, que deverá ser acrescentada a 14,3 cm, poderá ser obtida com razoável aproximação. Na fig. 1-6 podemos avaliar a fração mencionada como sendo 5 décimos de milímetro e o resultado da medida poderá ser expresso como

14,35 cm

Observe que estamos seguros em relação aos algarismos 1, 4 e 3, pois eles foram obtidos através de divisões inteiras da régua, ou seja, eles são algarismos corretos. Entretanto, o algarismo 5 foi avaliado, isto é, você não tem muita certeza sobre o seu valor e outra pessoa poderia avaliá-lo como sendo 4 ou 6, por exemplo. Por isto, este algarismo avaliado é denominado *algarismo duvidoso* ou *algarismo incerto*.

Fig. 1-6: *Ao realizarmos uma medida, obtemos algarismos corretos e um algarismo avaliado.*

É claro que não haveria sentido em tentar descobrir qual o algarismo que deveria ser escrito, na medida, após o algarismo 5. Para isso, seria necessário imaginar o intervalo de 1 mm subdividido mentalmente em 100 partes iguais, o que evidentemente é impossível. Portanto, se o resultado da medida fosse apresentado como sendo 14,357 cm, por exemplo, poderíamos afirmar que a avaliação do algarismo 7 (segundo algarismo avaliado) não tem nenhum significado e, assim, ele não deveria figurar no resultado.

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Pelo que vimos, no resultado de uma medida devem figurar somente os algarismos corretos e o primeiro algarismo avaliado. Esta maneira de proceder é adotada convencionalmente entre os físicos, os químicos e, em geral, por todas as pessoas que realizam medidas. Estes algarismos (corretos e o 1º duvidoso) são denominados *algarismos significativos*. Portanto,

> **algarismos significativos de uma medida são os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso.**

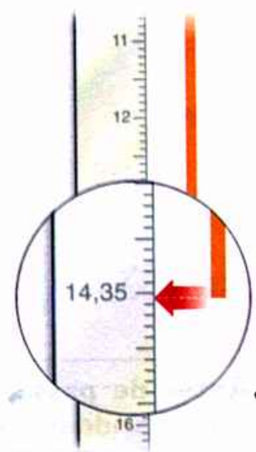


Fig. 1-7: *Com esta régua, o algarismo 5 passaria a ser um algarismo correto.*

Desta maneira, ao efetuarmos uma medida, devemos apresentar o resultado apenas com os algarismos significativos. O resultado da medida da fig. 1-6 deve, então, ser expresso como 14,35 cm.

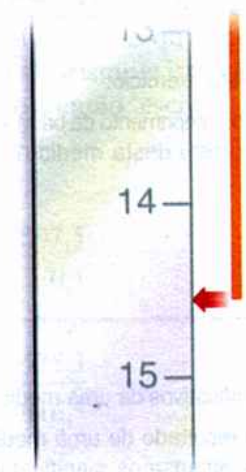


Fig. 1-8: *Usando esta régua, o resultado da medida do comprimento deverá ser apresentado com apenas três algarismos.*

COMENTÁRIOS

1) Se cada divisão de 1 mm da régua da fig. 1-6 fosse, realmente, subdividida em 10 partes iguais, ao efetuarmos a leitura do comprimento da barra (usando um microscópio, por exemplo), o algarismo 5 passaria a ser um algarismo correto, pois iria corresponder a uma divisão inteira da régua (fig.1-7). Neste caso, o algarismo seguinte seria o primeiro

avaliado e passaria a ser, portanto, um algarismo significativo. Se nesta avaliação fosse encontrado o algarismo 7, por exemplo, o resultado da medida poderia ser escrito como 14,357 cm, sendo todos estes algarismos significativos. Por outro lado, se a régua da fig. 1-6 não possuísse as divisões de milímetros (fig. 1-8), apenas os algarismos 1 e 4 seriam corretos. O algarismo 3 seria o primeiro algarismo avaliado e o resultado da medida seria expresso por 14,3 cm, com apenas três algarismos significativos. Vemos, então, que o número de algarismos significativos, que se obtém no resultado da medida de uma dada grandeza, dependerá do aparelho usado na medida.

2) A convenção de se apresentar o resultado de uma medida contendo apenas algarismos significativos é adotada de maneira geral, não só na medida de comprimentos, mas também na medida de massas, temperaturas, forças etc. Esta convenção é também usada ao se apresentar os resultados de cálculos envolvendo medidas das grandezas. Quando uma pessoa lhe informar, por exemplo, que mediu (ou calculou) a temperatura de um objeto e encontrou 37,82°C, você deverá entender que a medida (ou o cálculo) foi feita de tal modo que os algarismos 3, 7 e 8 são corretos e o último algarismo, neste caso o 2, é sempre duvidoso.

3) A partir deste momento, você pode compreender que duas medidas expressas, por exemplo, como 42 cm e 42,0 cm, não representam exatamente a mesma coisa. Na primeira, o algarismo 2 foi avaliado e não se tem certeza sobre o seu valor. Na segunda, o algarismo 2 é correto, sendo o zero o algarismo duvidoso. Do mesmo modo, resultados como 7,65 kg e 7,67 kg, por exemplo, não são fundamentalmente diferentes, pois diferem apenas no algarismo duvidoso.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

14. Considerando a figura deste exercício:

   a) Como você expressaria o comprimento da barra *AB*?
   b) Qual é o algarismo correto desta medida? e o algarismo avaliado?

Exercício 14.

15. O que são algarismos significativos de uma medida?

16. Uma pessoa sabe que o resultado de uma medida deve ser expresso com algarismos significativos apenas. Se esta pessoa lhe disser que a velocidade de um carro era 123 km/h:

   a) Quais os algarismos que ela leu no velocímetro (algarismos corretos)?
   b) Qual o algarismo que ela avaliou (algarismo duvidoso)?

17. A temperatura de uma pessoa foi medida usando-se dois termômetros diferentes, encontrando-se 36,8°C e 36,80°C.

   a) Qual é o algarismo duvidoso da primeira medida?
   b) Na segunda medida o algarismo 8 é duvidoso ou correto?

1.4. Operações com algarismos significativos

Conforme dissemos, os resultados de cálculos que envolvem medidas devem conter apenas algarismos significativos. Ao resolver exercícios de Física, Química etc., teremos que realizar operações envolvendo essas medidas e os resultados desses exercícios também devem ser expressos com algarismos significativos somente. Para isto, será necessário observar as regras que apresentaremos a seguir. Se estas regras não forem obedecidas, suas respostas poderão conter algarismos que não são significativos.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Suponha que se deseje adicionar as seguintes parcelas

2807,5
0,0648
83,645
525,35

Para que o resultado da adição contenha apenas algarismos significativos, você deverá, inicialmente, observar qual (ou quais) das parcelas possui o *menor número de casas decimais*. Em nosso exemplo, essa parcela é 2807,5, que possui apenas uma casa decimal. Esta parcela será mantida como está. As demais parcelas deverão ser modificadas, de modo a ficar com o mesmo número de casas decimais que a primeira escolhida, abandonando-se nelas tantos algarismos quantos forem necessários.

Assim, na parcela 0,0648, devemos abandonar os algarismos 6, 4 e 8. Ao abandonarmos algarismos em um número, o último algarismo mantido deverá ser acrescido de uma unidade, se o primeiro algarismo abandonado for superior a 5 e, quando inferior a 5, o último algarismo mantido permanecerá invariável (regra de arredondamento). Então, a parcela citada (0,0648) deverá ser escrita como 0,1.

Na parcela 83,645 devemos abandonar os algarismos 4 e 5; logo, a parcela 83,645 fica reduzida a 83,6.

Finalmente, na parcela 523,35, devemos abandonar o algarismo 5. Quando o primeiro algarismo abandonado for exatamente igual a 5, será indiferente acrescentar ou não uma unidade ao último algarismo mantido. De qualquer maneira, as respostas diferirão, em geral, apenas no último algarismo e isto não tem importância, pois ele é um algarismo incerto. Podemos, então, escrever a parcela 525,35 indiferentemente como 525,3 ou 525,4.

Vejamos, pois, como efetuaremos a adição:

2807,5	permanece inalterada	2807,5
0,0648	passa a ser escrita	0,1
83,645	passa a ser escrita	83,6
525,35	passa a ser escrita	525,3
O resultado correto é	....	3416,5

Na subtração, deve-se seguir o mesmo procedimento.

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Suponha que desejemos, por exemplo, multiplicar 3,67 por 2,3. Realizando normalmente a operação, encontramos

$$3{,}67 \times 2{,}3 = 8{,}441$$

Entretanto, procedendo desta maneira, aparecem, no produto, algarismos que não são significativos. Para evitar isto, devemos observar a seguinte regra: verificar qual o fator que possui o *menor número de algarismos significativos* e, no resultado, manter apenas um número de algarismos igual ao deste fator.

Assim, no exemplo anterior, como o fator que possui o menor número de algarismos significativos é 2,3, devemos manter, no resultado, apenas dois algarismos, isto é, o resultado deve ser escrito da seguinte maneira:

$$3{,}67 \times 2{,}3 = 8{,}4$$

Na aplicação desta regra, ao abandonarmos algarismos no produto, devemos seguir o critério de arredondamento que analisamos ao estudar a adição.

Procedimento análogo deve ser seguido ao efetuarmos uma divisão.

COMENTÁRIOS

1) As regras citadas para operar com algarismos significativos não devem ser consideradas como absolutamente rigorosas. Elas se destinam, apenas, a evitar que você perca tempo, trabalhando inutilmente com um grande número de algarismos que não têm significado algum. Assim, não sendo estas regras muito rígidas, na multiplicação analisada acima seria perfeitamente razoável manter um algarismo a mais no resultado. São, pois, igualmente aceitáveis os resultados

$$3{,}67 \times 2{,}3 = 8{,}4 \quad \text{ou} \quad 3{,}67 \times 2{,}3 = 8{,}44$$

2) Ao contar os algarismos significativos de uma medida, devemos observar que o algarismo zero só é significativo se estiver situado à direita de um algarismo significativo.

   Assim,

   0,00041 tem apenas *dois* algarismos significativos (4 e 1), pois os zeros não são significativos.

   40100 tem *cinco* algarismos significativos, pois aqui os zeros são significativos.

   0,000401 tem *três* algarismos significativos, pois os zeros à esquerda do algarismo 4 não são significativos.

3) Quando realizamos uma mudança de unidades, devemos tomar cuidado para não escrever zeros que não são significativos. Por exemplo, suponha que queiramos expressar, em gramas, uma medida de 7,3 kg. Observe que esta medida possui dois algarismos significativos, sendo duvidoso o algarismo 3. Se escrevêssemos

$$7{,}3\ \text{kg} = 7300\ \text{g}$$

   estaríamos dando a idéia errônea de que o 3 é um algarismo correto, sendo o último zero acrescentado o algarismo duvidoso. Para evitar este erro de interpretação, lançamos mão da notação de potência de 10 e escrevemos

$$7{,}3\ \text{kg} = 7{,}3 \times 10^3\ \text{g}$$

Desta maneira, a mudança de unidades foi feita e continuamos a indicar que o 3 é o algarismo duvidoso.

4) Finalmente, chamamos sua atenção para alguns números que encontramos em fórmulas (na Matemática ou na Física) que *não* são resultados de medida e, para os quais, portanto, não teria sentido falar em número de algarismos significativos. Por exemplo, na fórmula que fornece a área A de um triângulo de base b e altura h,

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

se b for medido com três algarismos significativos e h com cinco algarismos significativos, a área, como já sabemos, deverá ser expressa com três (ou quatro) algarismos. O número 2 não foi obtido através de medida e, assim, não deverá ser levado em consideração para a contagem dos algarismos significativos do resultado.

Os mesmos comentários aplicam-se a outros números tais como o número da placa de um automóvel, de um telefone etc.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

18. Lembrando-se da "regra de arredondamento", escreva em seu caderno as medidas seguintes com apenas três algarismos significativos:
    a) 422,32 cm^2 b) 3,428 g c) 16,15 s

19. Uma pessoa deseja realizar a seguinte adição, de tal modo que o resultado contenha apenas algarismos significativos:

    $$27{,}48 \text{ cm} + 2{,}5 \text{ cm}$$

    a) Qual das parcelas permanecerá inalterada?
    b) Como deverá ser escrita a outra parcela?
    c) Qual é o resultado da adição?

20. Para efetuar a multiplicação

    $$342{,}2 \times 1{,}11$$

    responda:
    a) Qual dos fatores possui o menor número de algarismos significativos?
    b) Com quantos algarismos devemos apresentar o resultado?
    c) Escreva o resultado da multiplicação com algarismos significativos apenas.
    d) Seria aceitável apresentar 379,8 como resultado desta multiplicação? e 379,84?

21. Quantos algarismos significativos há em cada uma das medidas seguintes?
    a) 702 cm
    b) 36,00 kg
    c) 0,00815 m
    d) 0,05080 L

22. Ao medir o comprimento de uma estrada, uma pessoa encontrou 56 km.
    a) Qual o algarismo duvidoso desta medida?
    b) Seria aceitável escrever esta medida como 56 000 m?
    c) Qual a maneira de expressar esta medida em metros, sem deixar dúvidas quanto aos algarismos significativos?

23. O volume de um cone é dado pela expressão

    $$V = \frac{A \times h}{3}$$

    onde A é a área de sua base e h é sua altura. Para um dado cone temos $A = 0{,}302 \text{ m}^2$ e $h = 1{,}020$ m. Com quantos algarismos você deve expressar o volume deste cone?

um tópico especial para você aprender um pouco mais

1.5. A origem do sistema métrico

A IMPORTÂNCIA DAS MEDIDAS

Este enorme aparelho foi construído pelo astrônomo dinamarquês Tycho Brahe, no século XVI, com o objetivo de realizar cuidadosas medidas das posições de corpos celestes no decorrer do ano. Estas medidas eram obtidas com uma extraordinária precisão, demonstrando a enorme habilidade experimental do famoso astrônomo.

Para descobrir as leis que governam os fenômenos naturais, os cientistas devem realizar medidas das grandezas envolvidas nestes fenômenos. A Física, em particular, costuma ser denominada "a ciência da medida". Lord Kelvin, grande físico inglês do século XIX, salientou a importância da realização de medidas no estudo das ciências por meio das seguintes palavras:

"Sempre afirmo que se você puder medir aquilo de que estiver falando e conseguir expressá-lo em números, você conhece alguma coisa sobre o assunto; mas quando você não pode expressá-lo em números, seu conhecimento é pobre e insatisfatório..."

Como sabemos, para efetuar medidas é necessário escolher uma unidade para cada grandeza. O estabelecimento de unidades, reconhecidas internacionalmente, é também imprescindível no comércio e no intercâmbio entre os países.

UNIDADES ANTERIORES AO SISTEMA MÉTRICO

Antes da instituição do Sistema Métrico Decimal (no final do século XVIII), as unidades de medida eram definidas de maneira bastante arbitrária, variando de um país para outro, dificultando as transações comerciais e o intercâmbio científico entre eles. As unidades de comprimento, por exemplo, eram quase sempre derivadas das partes do corpo do rei de cada país: a jarda, o pé, a polegada etc. (fig. 1-9). Até hoje, estas unidades são usadas nos países de língua inglesa, embora definidas de uma maneira moderna, através de padrões.

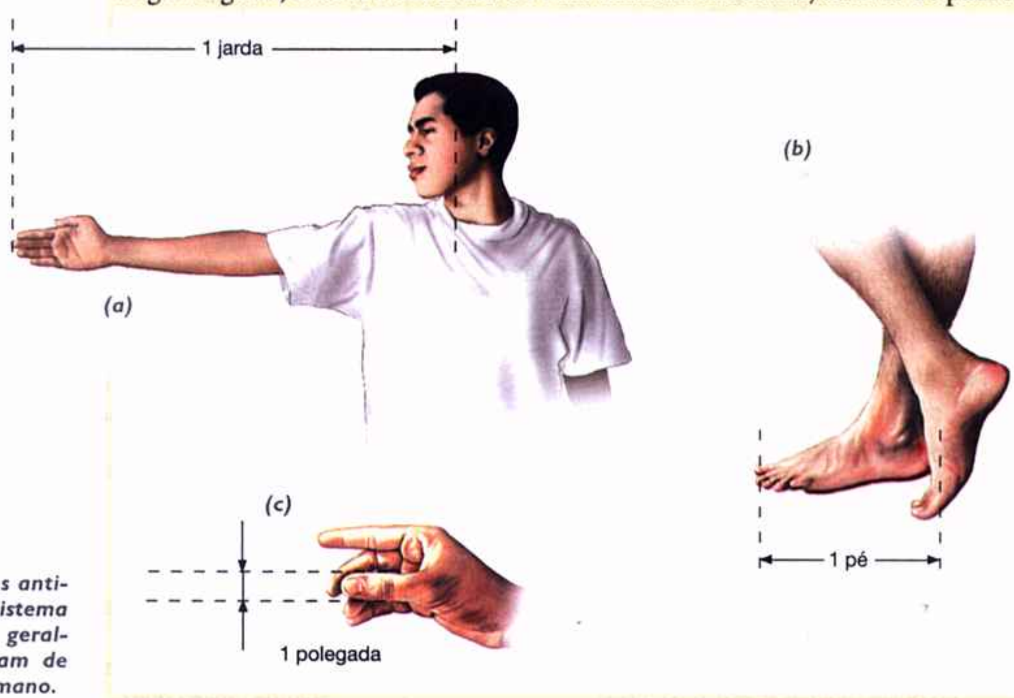


Fig. 1-9: *As unidades antigas, anteriores ao Sistema Métrico Decimal, geralmente se originavam de partes do corpo humano.*

Podemos destacar ainda outra inconveniência das unidades antigas: seus múltiplos e submúltiplos não eram decimais, o que dificultava enormemente a realização das operações matemáticas com as medidas. Até recentemente, os estrangeiros, na Inglaterra, encontravam grande dificuldade em operar com a moeda inglesa porque o sistema monetário britânico não era decimal (1 libra valia 12 *shillings* e 1 *shilling* valia 20 *pence*).

O SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

As inconveniências que acabamos de apontar levaram alguns cientistas dos séculos XVII e XVIII a propor unidades de medida definidas com maior rigor e que deveriam ser adotadas universalmente. Estas diversas propostas, embora não tivessem obtido uma aceitação imediata, acabaram por dar origem ao estabelecimento do Sistema Métrico, na França. A assinatura do decreto de 7 de abril de 1795, que introduziu este sistema, foi uma das mais significativas contribuições da Revolução Francesa.

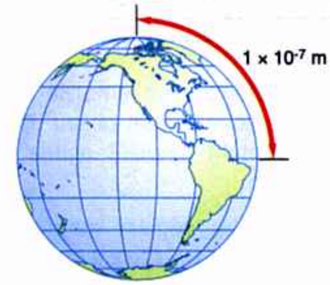


Fig. 1-10: *O metro foi definido, originalmente, como sendo 10^{-7} da distância entre o pólo e o Equador terrestre.*

As principais características do Sistema Métrico Decimal, então proposto, eram:

1) como o seu nome indica, o sistema era decimal;
2) os prefixos dos múltiplos e submúltiplos foram escolhidos de modo racional, usando-se prefixos gregos e latinos (quilo = 10^3, mili = 10^{-3}, deca = 10, deci = $= 10^{-1}$ etc.);
3) a Terra foi tomada como base para a escolha da unidade de comprimento: o metro foi definido como sendo a décima milionésima (10^{-7}) parte da distância do Equador ao pólo (fig. 1-10). Esta distância foi marcada sobre uma barra de platina iridiada – o metro padrão – até hoje conservada em uma repartição de pesos e medidas em Paris (fig. 1-11).

Bureau International des Poids et Mesures

Fig. 1-11: *Cópia da barra de platina iridiada que constitui o metro padrão. Está guardada na Repartição Internacional de Pesos e Medidas, em Paris.*

A implantação do Sistema Métrico, na própria França, foi cercada de grandes dificuldades, pois, como era de esperar, a população reagiu à mudança de hábitos já arraigados aos seus costumes diários. Em virtude da reação popular, Napoleão Bonaparte, então imperador dos franceses, assinou um decreto permitindo que as unidades antigas continuassem a ser usadas, mas, ao mesmo tempo, tornando obrigatório o ensino do Sistema Métrico nas escolas. Finalmente, em 1840, uma nova lei tornava ilegal o uso de qualquer unidade não pertencente ao Sistema Métrico, ficando, assim, definitivamente implantado na França o novo sistema.

Por esta época, o Sistema Métrico já se tornara conhecido em outros países e, em 1875, realizava-se em Paris a célebre Convenção do Metro, na qual 18 das mais importantes nações do mundo se comprometiam a adotá-lo. A Inglaterra não compareceu à reunião, negando-se a usar as unidades desse sistema.

O SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

A partir de então, o uso do Sistema Métrico foi se espalhando gradualmente por todo o mundo. Novas unidades para medir outras grandezas, conservando as mesmas características usadas na definição do metro, foram sendo incorporadas ao sistema. Entretanto, a precisão dos padrões estabelecidos no século passado não era suficiente diante do grande desenvolvimento científico do século XX. Assim, os cientistas perceberam a necessidade de uma reestruturação do Sistema Métrico e, em 1960, durante a 11ª Conferência de Pesos e Medidas, também realizada em Paris, foi formulado um novo sistema, denominado Sistema Internacional de Unidades (S.I.).

Deve-se observar que o S.I. é ainda baseado no Sistema Métrico Decimal, mas suas unidades são definidas de maneira mais rigorosa e atualizada (em nosso curso de Física, usaremos quase que exclusivamente as unidades deste sistema). Atualmente, o Sistema Internacional de Unidades é aceito universalmente e mesmo nos países de língua inglesa (onde até hoje as unidades libra, pé, polegada etc. são usuais) tem sido feito um grande esforço para sua adoção, não só nos trabalhos científicos como também pela população em geral.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

24. Cite pelo menos duas unidades usadas com freqüência em sua vida diária, para medir as seguintes grandezas:
    a) comprimento
    b) área
    c) volume
    d) tempo

25. Consultando uma enciclopédia, um dicionário ou outra fonte, procure expressar, em centímetros, o valor das unidades inglesas mostradas na fig. 1-9.

26. a) Considere as seguintes unidades de tempo: hora (h), minuto (min) e segundo (s). Elas constituem um sistema decimal? Explique.

b) Para você perceber que um sistema não decimal dificulta consideravelmente a realização de operações matemáticas, resolva a questão seguinte: qual a duração de uma partida de voleibol na qual o tempo de cada *set* foi

1º set - 50 min 32 s

2º set - 49 min 45 s

3º set - 30 min 35 s

Apresente sua resposta em horas, minutos e segundos.

27. a) Suponha que a duração de um evento tenha sido 3,5 h (observe que estamos usando a notação decimal). Você acha que esse intervalo de tempo é maior, menor ou igual a 3 h 30 min?

b) Considere um intervalo de tempo de 8,7 h. Expresse esse tempo na notação não decimal (horas e minutos).

c) Expresse na notação decimal, usando a hora como unidade, um intervalo de tempo de 5 h 18 min.

28. a) O estabelecimento do Sistema Métrico Decimal na França decorreu de propostas surgidas durante um acontecimento histórico de repercussão mundial. Qual foi ele?

b) Qual era o imperador da França quando o ensino do Sistema Métrico Decimal tornou-se obrigatório nas escolas daquele país?

29. a) Um país ocidental importante deixou de participar da Convenção do Metro, realizada em 1875, na França. Qual foi?

b) Qual a conseqüência desse fato?

30. a) Como se denomina o sistema de unidades, estabelecido em 1960, usado mundialmente, tendo como base o antigo Sistema Métrico Decimal?

b) O que vem ocorrendo com relação a esse sistema nos países de língua inglesa?

31. a) Tendo em vista a definição do metro (veja a fig. 1-10), determine o comprimento da linha do Equador. Dê sua resposta em metros e em quilômetros.

b) No painel de um automóvel está indicado que ele já "rodou" 120 000 km. Quantas voltas em torno da Terra, ao longo do Equador, esse automóvel poderia ter efetuado?

reVisão

As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

1. Explique como os números muito grandes ou muito pequenos podem ser escritos de maneira compacta. Dê exemplos.

2. Lembrando-se de seus conhecimentos de Matemática, responda como devemos proceder para:

a) Multiplicar potências de mesma base.
b) Dividir potências de mesma base.
c) Elevar uma potência à outra.
d) Extrair a raiz quadrada de uma potência.
e) Somar ou subtrair potências.

3. Em uma medida, explique:

a) O que são algarismos corretos.
b) O que é um algarismo avaliado.
c) O que são algarismos significativos.

4. Descreva como devemos proceder para que no resultado de uma adição (ou subtração) figurem apenas algarismos significativos.

5. Descreva como devemos proceder para que no resultado de uma multiplicação (ou divisão) figurem apenas algarismos significativos.

algumas experiências simples

Para você fazer

Primeira experiência

Você já deve saber que o número π é uma constante que se obtém dividindo-se o comprimento de uma circunferência qualquer pelo seu diâmetro. Para obter experimentalmente o valor desta constante, proceda da seguinte maneira:

1º) Com o auxílio de um barbante, meça o comprimento da circunferência de um objeto circular qualquer (por exemplo, o prato de um toca-discos, uma lata de cerveja etc.).
Apresente a medida com algarismos significativos apenas.

2º) Meça o diâmetro do objeto.

3º) A partir de suas medidas, calcule o valor de π (observe os algarismos significativos). Compare seu resultado com o valor teórico que você já conhece da Matemática.

4º) Repita a experiência usando objetos de diâmetros diferentes.

Segunda experiência

Podemos medir facilmente o comprimento ou a largura da folha de um livro ou de um caderno. Entretanto, encontraríamos dificuldades para medir a sua espessura.

1º) Experimente medir, usando uma régua milimetrada, a espessura de uma folha deste livro. Você consegue obter algum algarismo significativo nesta medida?

2º) Um simples artifício nos permite resolver satisfatoriamente este problema: meça a espessura de um maço de folhas (um grande número — digamos, 100 folhas). A partir do valor encontrado, calcule a espessura de uma delas. Qual o número de algarismos significativos de sua resposta?

3º) Com um procedimento semelhante, procure determinar a massa de um grão de feijão e o volume de uma gota d'água que sai de um conta-gotas.

Terceira experiência

Você já conhece, de seu curso de Matemática, algumas fórmulas que permitem calcular o volume de corpos com formas geométricas simples (esfera, cilindro, cubo etc.). Entretanto, não é possível encontrar uma fórmula que nos permita determinar o volume de um corpo de forma irregular, como uma pedra, por exemplo. Isso, porém, pode ser feito experimentalmente com bastante facilidade, da seguinte maneira:

1º) Tome o objeto cujo volume você quer determinar (uma pedra ou outro objeto sólido e maciço qualquer). Procure obter um recipiente graduado (em unidades de volume) e coloque um certo volume de água dentro dele. Anote o valor do volume.

2º) Introduza o objeto no recipiente. O objeto deve ficar totalmente imerso na água. Faça a leitura do volume correspondente ao novo nível da água (volume da água + volume do objeto).

3º) A partir de suas medidas, determine o volume do objeto irregular (observe os algarismos significativos).

Observações

a) Se você quiser obter um resultado mais preciso, use um recipiente no qual o nível da água sofra um deslocamento apreciável quando o objeto é introduzido nele e faça as leituras desses níveis com bastante cuidado.

b) Se não conseguir um recipiente graduado, você poderá usar uma seringa de injeção para medir o volume de água deslocado quando o corpo foi introduzido no recipiente (procure, você mesmo, uma maneira de medir esse volume usando a seringa).

problemas e testes

1. Usando a notação de potência de 10, expressar:
   a) Uma área de 2 km^2 em cm^2.
   b) Um volume de 5 cm^3 em m^3.
   c) Um volume de 4 L em mm^3.
   d) Uma massa de 8 g em kg.

2. Entre as potências de 10 seguintes

   10^{20} 10^{15} 10^{10} 10^{8} 10^{4},

   escolha aquela que você julga estar *mais próxima*
   a) da população do Brasil.
   b) da população do mundo.

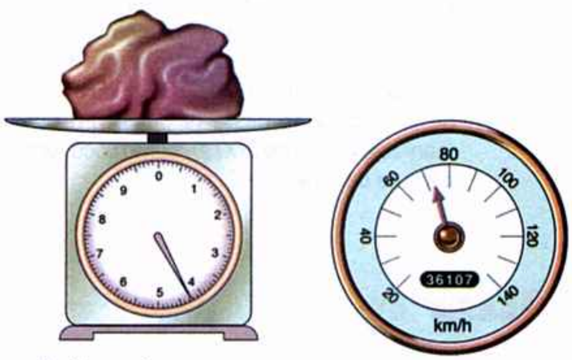
3. Determine o resultado da expressão seguinte:

$$\frac{10^5 \times 10^2 \times \sqrt{10^{-6}}}{\left(10^4\right)^2}$$

4. a) Supondo que o próton tenha a forma de um cubo, cuja aresta é 10^{-13} cm, calcule o seu volume.
   b) Considerando que a massa do próton é 10^{-24} g, determine a sua densidade (a densidade de um corpo é obtida dividindo-se a sua massa pelo seu volume).

5. Colocando-se cuidadosamente, sobre a superfície de um tanque d'água, uma gota de óleo, cujo volume é $V = 6 \times 10^{-2}$ cm^3, ela se espalha, formando uma camada muito fina, cuja área é $A = 2 \times 10^4$ cm^2. Calcule a espessura desta camada de óleo.

6. Observe os aparelhos mostrados na figura deste problema.
   a) Qual a maneira adequada de expressar a leitura do velocímetro? Qual é o algarismo avaliado?
   b) Qual a maneira adequada de expressar a leitura da balança? Qual o número de algarismos significativos desta leitura?



Problema 6.

7. Para testar sua capacidade de percepção de valores de algumas grandezas, resolva as seguintes questões:
   a) Procure colocar suas mãos separadas por uma distância que você considera igual a 1 m. Em seguida, peça a um colega para medir essa distância. Você conseguiu avaliar razoavelmente bem a distância de 1 m?
   b) Observe a fotografia da fig. 1-11. Sem o auxílio de qualquer aparelho de medida, avalie a área dessa fotografia em cm^2. Em seguida, medindo as dimensões da foto, calcule a sua área. A avaliação que você fez foi razoável?
   c) Segurando em sua mão um objeto qualquer (este livro, por exemplo), procure avaliar a sua massa (em gramas ou em quilogramas). Em seguida, determine a massa do objeto em uma balança e verifique se sua avaliação foi próxima do valor fornecido pelo aparelho.

Observação – As atividades propostas em (a), (b) e (c) deste problema podem ser feitas por um grupo de estudantes como se fosse um jogo, para verificar aquele que consegue melhores avaliações.

8. Em cada uma das figuras deste problema são apresentadas situações nas quais a pessoa está cometendo uma falha. Procure identificar quais são essas falhas.

(a)

"A temperatura desta água é 20°C."

(b)

"Temos exatamente 100 cm³ de água."

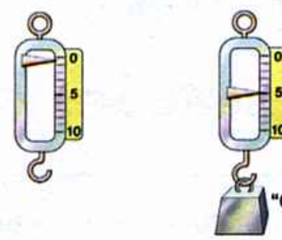
(c)

"A densidade é 0,7058823 g/cm³."

9. Em cada uma das figuras deste problema existem erros nas interpretações das leituras dos aparelhos mostrados. Procure identificá-los.

(a)

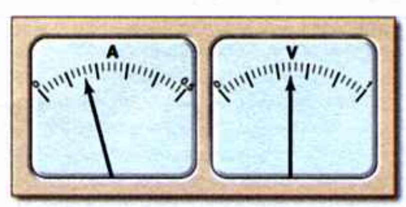
Antes



Depois

"O objeto pesa 5N."

(b) *(c)*



"A corrente é 0,13A." "A voltagem é 0,24V."

10. a) Meça o tempo necessário para o coração efetuar 100 batidas. Use um cronômetro ou um relógio com ponteiros de segundos e expresse o resultado com o número adequado de algarismos significativos.
    b) A partir do valor obtido em (a), determine o intervalo de tempo entre duas batidas consecutivas (observe os algarismos significativos).

11. Um trem viaja registrando os seguintes intervalos de tempo entre as diversas estações de sua rota:

de *A* até *B*: 2,63 h de *C* até *D*: 0,873 h
de *B* até *C*: 8,2 h de *D* até *E*: 3 h

Como você expressaria corretamente o tempo que o trem gastou:

a) Para ir da estação *A* até a estação *C*?
b) Para ir de *B* até *D*?
c) No percurso total?

12. Efetue as operações indicadas a seguir de tal modo que o resultado contenha apenas algarismos significativos:

a) $8,20 \times 10^8 + 5,4 \times 10^4 =$
b) $3,72 \times 10^{-4} - 2,65 \times 10^{-2} =$

13. Antes de efetuar as operações seguintes, expresse os números em notação de potência de 10. Calcule o resultado, lembrando-se dos algarismos significativos.

a) $\dfrac{700}{0,0035}$ b) $\dfrac{0,052 \times 0,0084}{420}$

14. Quais das igualdades seguintes apresentam o resultado expresso adequadamente em relação aos algarismos significativos? (Não é necessário efetuar as operações, pois os resultados estão numericamente corretos.)

a) $1,50 \times 10^{-3} \times 2,0 \times 10^{-1} = 3 \times 10^{-4}$
b) $3,41 \times 10^8 - 5,2 \times 10^2 = 3,41 \times 10^8$
c) $1,701 \times 2,00 \times 10^{-3} = 3,4 \times 10^{-3}$
d) $9,2 \times 10^5 : 3,0 \times 10^2 = 3,1 \times 10^3$

15. Desejando construir um modelo do sistema solar, um estudante representou o Sol por meio de uma bola de futebol cujo raio é igual a 10 cm. Ele sabe que o raio do Sol vale, aproximadamente, 10^9 m.

a) Se o raio da Terra é cerca de 10^7 m, qual deve ser o raio da esfera que vai representá-la no modelo?
b) Considerando-se que a distância da Terra ao Sol é 10^{11} m, a que distância da bola de futebol o estudante deverá colocar a esfera que representa a Terra?

16. O *ano-luz* é uma unidade de comprimento usada para medir distâncias de objetos muito afastados de nós (como as estrelas, por exemplo).

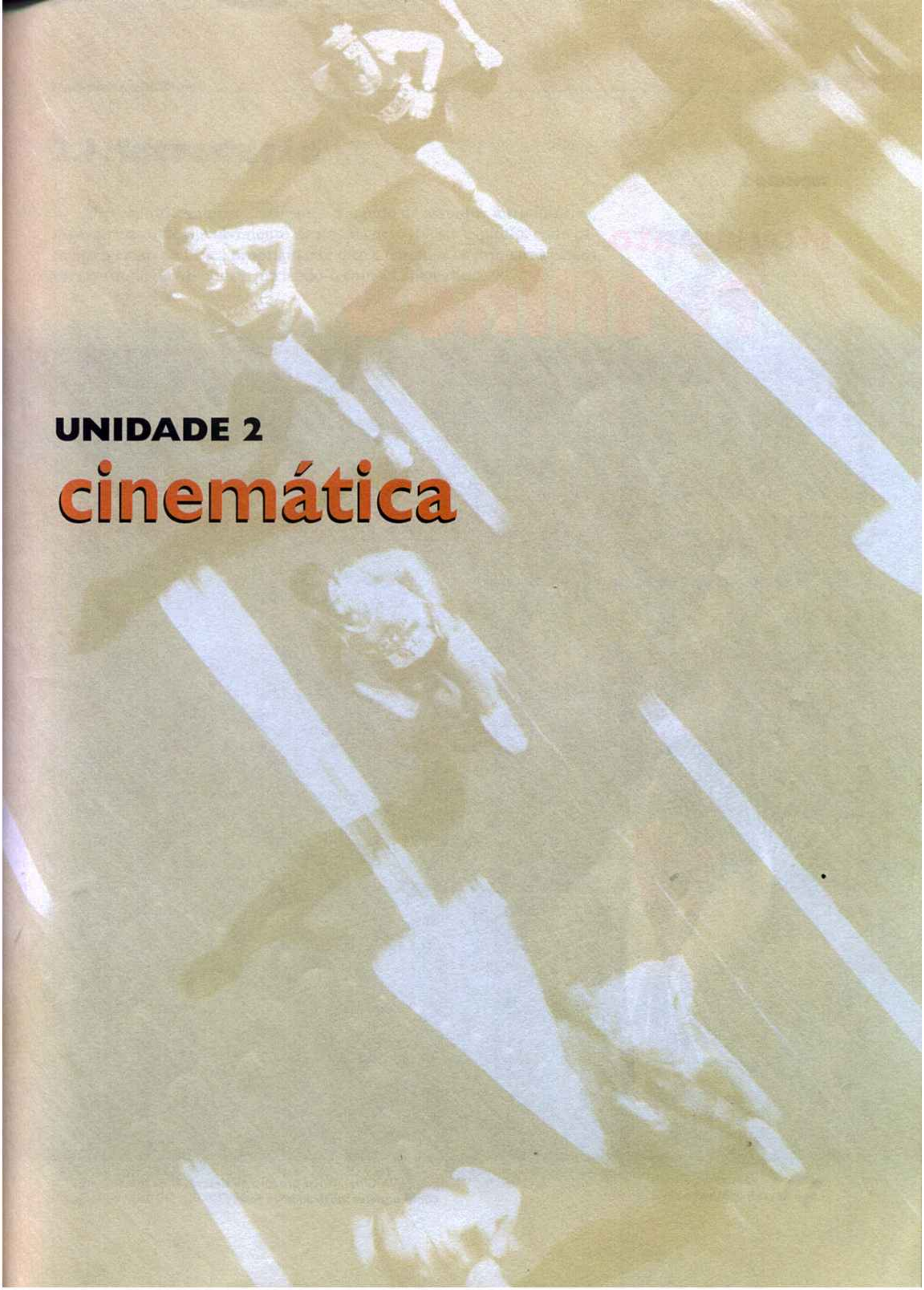
a) Faça uma pesquisa para descobrir qual o valor de 1 ano-luz e expresse este valor em km, usando a notação de potência de 10.
b) Procure saber qual é, em anos-luz, a distância até a estrela mais próxima da Terra. Expresse esta distância em km.

17. A escala de uma balança está dividida de 1 kg em 1 kg.

a) Com quantos algarismos significativos você obteria o seu peso nesta balança?
b) Qual seria sua resposta para a questão anterior se você pesasse mais de 100 quilos?
c) Se você colocar, nesta balança, um pacote de manteiga (cerca de 200 g), como você expressaria a leitura da balança?

questões de vestibular

As questões de vestibular se encontram no final do livro.

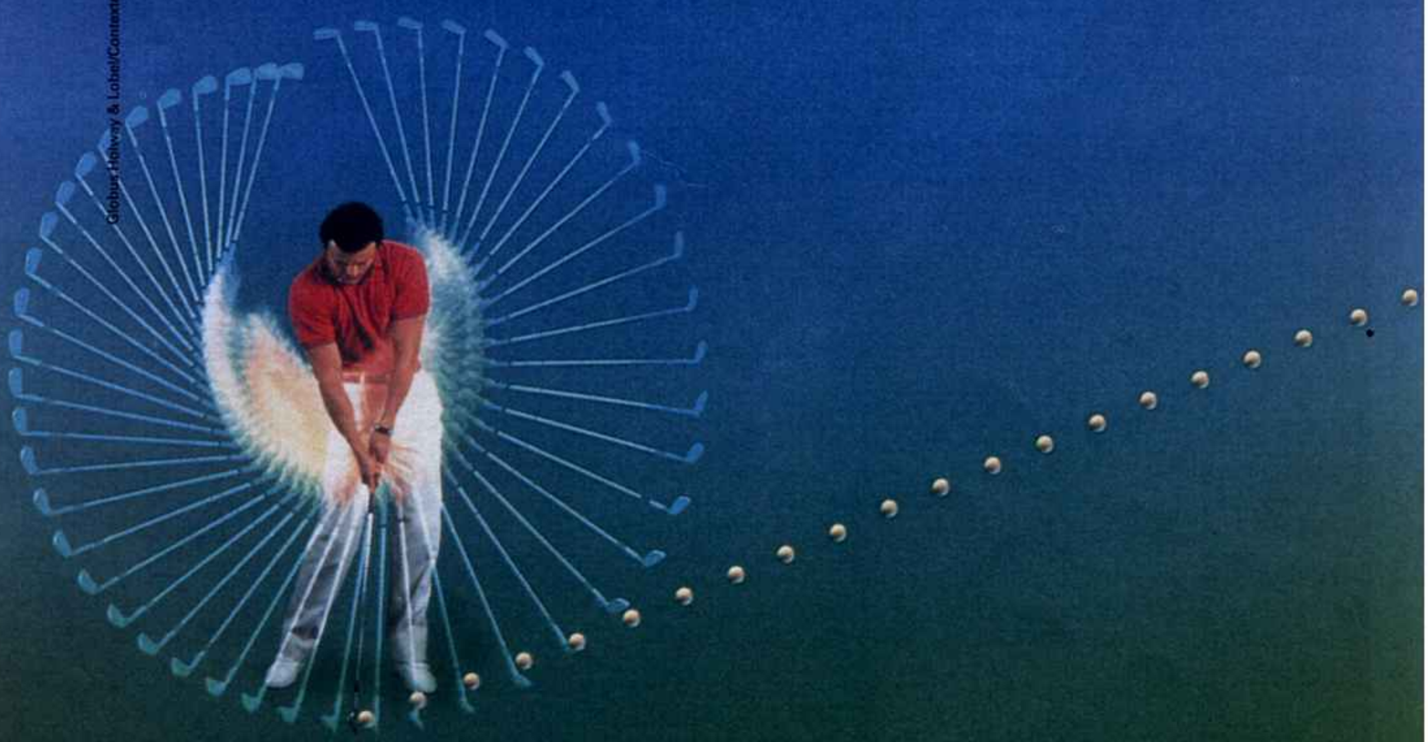


UNIDADE 2

cinemática

capítulo 2

Movimento retilíneo



Globus Holway & Lobel/Contexto

Fotografia estroboscópica de uma tacada em um jogo de golfe. Na Cinemática procura-se descrever os movimentos como aqueles mostrados na foto.

2.1. Introdução

No capítulo anterior, estivemos tratando de assuntos introdutórios, necessários ao desenvolvimento de nosso curso. Neste capítulo, começaremos o curso de Física propriamente dito e daremos os primeiros passos para o estudo da Mecânica, iniciando-o com a Cinemática.

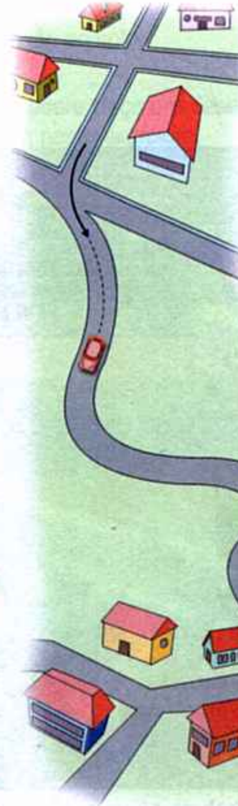


Fig.2-1: *Dizemos que um corpo é uma partícula quando suas dimensões são desprezíveis em comparação com as demais dimensões do problema.*

O QUE SE ESTUDA NA CINEMÁTICA

Quando estudamos Cinemática, procuramos descrever os movimentos sem nos preocuparmos com suas causas. Por exemplo: analisando o movimento de um carro, diremos que ele está se movendo em uma estrada reta, que sua velocidade é de 60 km/h, que, em seguida, ela passa para 80 km/h, que ele descreve uma curva etc., mas não procuraremos explicar as causas de cada um destes fatos. Isto será feito a partir do capítulo 4, quando estudaremos as leis de Newton.

O QUE É UMA PARTÍCULA

É comum, ao estudarmos o movimento de um corpo qualquer, tratá-lo como se ele fosse uma *partícula*. Dizemos que um corpo é uma *partícula* quando suas dimensões são muito pequenas em comparação com as demais dimensões que participam do fenômeno. Por exemplo: se um automóvel, de 3,0 m de comprimento, se desloca de 15 m, ele não poderá ser considerado como uma partícula, mas, se este mesmo automóvel viajar de uma cidade a outra, distanciadas de, digamos, 200 km, o comprimento do automóvel é desprezível em relação a esta distância e, assim, neste caso, o automóvel poderá ser tratado como uma partícula (fig. 2-1).

Quando um corpo pode ser tratado como uma partícula, o estudo de seu movimento simplifica-se bastante. Por este motivo, sempre que nos referirmos ao movimento de um objeto qualquer (salvo se for dito o contrário), estaremos tratando-o como se fosse uma partícula.

O MOVIMENTO É RELATIVO

Suponha que um avião, voando horizontalmente, solte uma bomba (fig. 2-2). Se você observar a queda da bomba de dentro do avião, você verá que ela cai ao longo de uma reta vertical. Entretanto, se você estivesse parado sobre a superfície da Terra (em *B*), observando a queda da bomba, você veria que ela, ao cair, descreve uma trajetória curva, como mostra a fig. 2-2. No primeiro caso, dizemos que o movimento da bomba estava sendo observado *com o refe-*

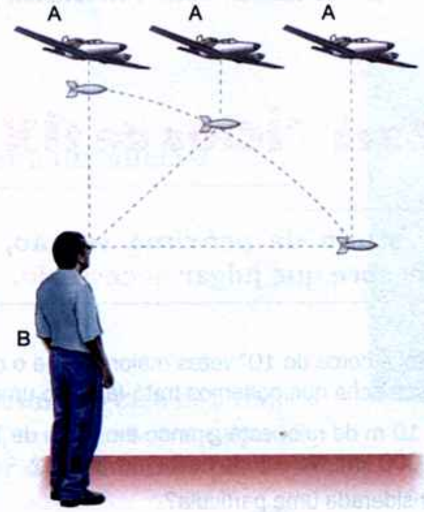


Fig.2-2: *O observador A, dentro do avião, vê a bomba caindo ao longo de uma reta. Para o observador B, a trajetória da bomba é curvilínea.*

rencial no avião e, no segundo caso, *com o referencial na Terra*. Este exemplo nos mostra que

o movimento de um corpo, visto por um observador, depende do referencial no qual o observador está situado.

Fig.2-3: *A lâmpada está parada em relação ao observador B, mas em movimento em relação ao observador A.*

Em seu cotidiano, você encontra vários outros exemplos desta dependência do movimento em relação ao referencial. Examinemos o caso da fig. 2-3: o observador *B*, sentado em um trem de ferro (que se movimenta sobre os trilhos) e o observador *A*, parado sobre a Terra, observam uma lâmpada presa ao teto do vagão. Para o observador *A*, a lâmpada e o observador *B* estão em movimento, juntamente com o trem. Entretanto, sob o ponto de vista do observador *B*, a lâmpada e o trem encontram-se em repouso, enquanto o observador *A* está se deslocando em sentido contrário ao do movimento do trem sobre a Terra. Em outras palavras, *B* se movimenta para a direita *em relação ao observador A*, e *A* se movimenta para a esquerda *em relação ao observador B*.

Outro exemplo importante da dependência do movimento em relação ao referencial é o caso de se dizer que a Terra gira em torno do Sol. Isto é verdade se o referencial estiver no Sol, isto é, se o observador se imaginar situado no Sol, vendo a Terra se movimentar. Entretanto, para um observador na Terra (referencial na Terra), o Sol é que gira em torno dela. Assim, tanto faz dizer que a Terra gira em torno do Sol, ou que o Sol gira em torno da Terra, desde que se indique corretamente qual o referencial de observação. O astrônomo Copérnico (séc. XVI) e o físico Galileu (séc. XVII) tinham uma visão clara destas idéias, mas a maioria de seus contemporâneos não chegava a compreendê-las e, por isto mesmo, Galileu foi vítima de perseguições, forçado a comparecer perante o Tribunal da Inquisição e obrigado a afirmar que a Terra não poderia estar girando em torno do Sol.

Quase sempre nossos estudos de movimentos são feitos supondo o referencial na Terra (o observador parado na superfície da Terra). Toda vez que estivermos usando outro referencial, isto será dito explicitamente.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. A distância da Terra ao Sol é cerca de 10^4 vezes maior do que o diâmetro da Terra. Ao estudarmos o movimento da Terra em torno do Sol, você acha que podemos tratá-la como uma partícula?
2. Um satélite artificial, de 10 m de raio, está girando em torno da Terra a uma altura de 500 km. Sabe-se que o raio da Terra vale cerca de 6 000 km. No estudo deste movimento:

   a) A Terra poderá ser considerada uma partícula? b) E o satélite?

3. Dois carros *A* e *B* deslocam-se em uma estrada plana e reta, ambos no mesmo sentido. O carro *A* desenvolve 60 km/h e o carro *B*, um pouco mais à frente, desenvolve também 60 km/h.
   a) A distância entre *A* e *B* está variando?
   b) Para um observador em *A*, o carro *B* está parado ou em movimento?
4. Uma pessoa, na janela de um ônibus em movimento, solta uma pedra, que cai em direção ao solo.
   a) Para esta pessoa, qual é a trajetória que a pedra descreve ao cair?
   b) Para uma pessoa parada sobre o solo, em frente à janela, como seria a trajetória da pedra (faça um desenho)?
   c) Procure verificar suas respostas, reproduzindo experimentalmente a situação descrita neste exercício.

2.2. Movimento retilíneo uniforme

DISTÂNCIA, VELOCIDADE E TEMPO

Quando um corpo se desloca com velocidade constante, ao longo de uma trajetória retilínea, dizemos que o seu movimento é *retilíneo uniforme* (a palavra "uniforme" indica que o valor da velocidade permanece constante).

Como exemplo, suponhamos um automóvel movendo-se em uma estrada plana e reta, com seu velocímetro indicando sempre uma velocidade de 60 km/h. Como você sabe, isto significa que

Joe Towers/The Stock Market/Contexto

Esse avião se desloca ao longo de uma trajetória retilínea.

em 1,0 h o carro percorrerá 60 km
em 2,0 h o carro percorrerá 120 km
em 3,0 h o carro percorrerá 180 km etc.

Observe que, para obter os resultados mencionados, você intuitivamente foi acrescentando 60 km a cada acréscimo de 1,0 h no tempo de percurso. Você poderia, então, chegar aos mesmos valores da distância percorrida multiplicando a velocidade pelo tempo gasto no percurso. Portanto, representando por

d **a distância percorrida**
v **a velocidade (constante)**
t **o tempo gasto para percorrer a distância *d***

podemos escrever

$$d = vt$$

Evidentemente, esta equação se aplica mesmo no caso de a trajetória não ser retilínea, como na fig. 2-4, mas não se esqueça de que ela é válida somente quando o valor da velocidade permanecer constante.

Fig.2-4: *Para o movimento uniforme, temos $d = vt$ mesmo quando a trajetória é curva.*

GRÁFICO *VELOCIDADE × TEMPO* (v × t)

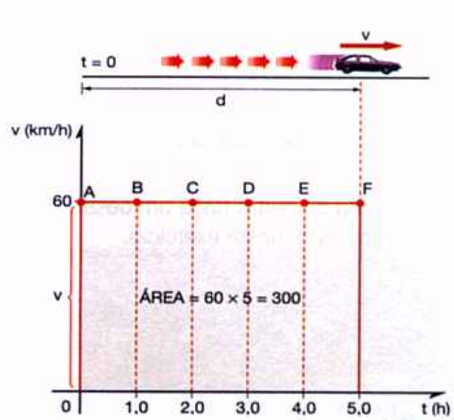


Fig.2-5: ***Este gráfico nos mostra que o valor da velocidade permaneceu constante durante o movimento.***

Considere que o automóvel representado no alto da fig. 2-5 esteja se deslocando em movimento uniforme, com uma velocidade $v = 60$ km/h e que esta velocidade seja mantida durante um tempo $t = 5,0$ h. Para construir o gráfico da velocidade deste carro em função do tempo (gráfico $v \times t$, que se lê "*v* versus *t*"), devemos traçar dois eixos perpendiculares para representar estas grandezas (como você já deve saber do seu curso de Matemática). Na fig. 2-5:

- no eixo horizontal representamos diversos valores do tempo *t*;
- no eixo vertical representamos os valores da velocidade *v* correspondentes a cada valor do tempo *t*.

Quando começamos a contar o tempo ($t = 0$), o carro já possuía a velocidade $v = 60$ km/h. O ponto *A* da fig. 2-5 mostra este fato, pois nos eixos das velocidades (eixo vertical) a distância *AO* representa um valor de 60 km/h. Após decorrido um tempo $t = 1,0$ h, o carro continua com uma velocidade $v = 60$ km/h e isso é indicado pelo ponto *B* do gráfico, cuja altura acima do eixo horizontal é a mesma do ponto *A*.

No instante $t = 2,0$ h, a velocidade do carro será representada pelo ponto *C* do gráfico, ainda na mesma altura acima do eixo dos tempos. Evidentemente, nos instantes seguintes os pontos *D*, *E* e *F*, que representam a velocidade em cada instante considerado, estariam também situados sobre a reta horizontal que passa pelos pontos *A*, *B* e *C* (veja fig. 2-5).

Suponhamos que este carro tenha se movimentado durante 5,0 h, percorrendo, portanto, uma distância $d = 300$ km. Se calcularmos a área sob o gráfico, mostrado na fig. 2-5, obteremos $60 \times 5 = 300$, isto é, o valor da distância percorrida.

Aprendemos, assim, que no movimento uniforme o gráfico $v \times t$ é uma reta paralela ao eixo dos tempos e que a área sob este gráfico nos fornece o valor da distância percorrida.

Exemplo 1

Um automóvel move-se em uma estrada, de tal modo que o gráfico $v \times t$ seja como o da fig. 2-6.

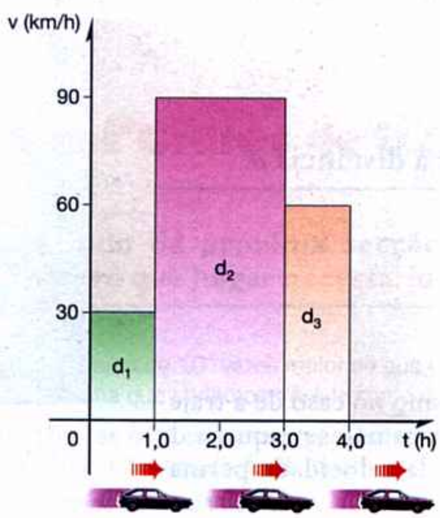


Fig.2-6: *Para o exemplo 1.*

a) Descreva o movimento do automóvel.

O gráfico nos mostra que o movimento foi observado durante um tempo total de 4,0 h. Quando foi iniciada a contagem do tempo (instante inicial $t = 0$), o automóvel já estava se movendo com uma velocidade de 30 km/h. Ele manteve esta velocidade durante 1,0 h. No instante $t = 1,0$ h, o motorista apertou o acelerador e sua velocidade aumentou bruscamente para 90 km/h. Na realidade, uma mudança instantânea na velocidade, como neste caso, não é possível. Entretanto, se a mudança for muito rápida, a situação real diferirá muito pouco daquela mostrada no gráfico e esta diferença não precisará ser considerada.

A partir deste instante, o gráfico nos diz que o carro manteve sua velocidade de 90 km/h durante 2,0 h, isto é, até o instante $t = 3,0$ h. *Neste instante, o motorista calcou o freio e a velocidade caiu rapidamente para 60 km/h, mantendo-se constante durante 1,0 h (até o instante* $t = 4,0$ h).

b) Qual foi a distância percorrida pelo automóvel durante o tempo em que foi observado?

É evidente que o movimento do automóvel não é uniforme, pois o valor de sua velocidade sofre variações durante o percurso. Portanto, a equação $d = vt$ *não poderia ser usada para calcularmos d. Entretanto, o movimento pode ser dividido em partes, em cada uma das quais a velocidade não variou e onde a equação* $d = vt$ *se aplica. Assim, de* $t = 0$ *até* $t = 1,0$ h, *quando a velocidade se manteve constante e igual a 30 km/h, teríamos uma distância percorrida* d_1 *dada por*

$$d_1 = 30\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times 1,0\ \text{h} \qquad \textit{donde} \qquad d_1 = 30\ \text{km}$$

De modo análogo, encontramos a distância d_2 *percorrida entre* $t = 1,0$ h e $t = 3,0$ h *e a distância* d_3 *percorrida entre* $t = 3,0$ h e $t = 4,0$ h:

$$d_2 = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times 2,0\ \text{h} \qquad \textit{donde} \qquad d_2 = 180\ \text{km}$$

$$d_3 = 60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times 1,0\ \text{h} \qquad \textit{donde} \qquad d_3 = 60\ \text{km}$$

Cada uma destas distâncias percorridas corresponde a uma certa área sob o gráfico $v \times t$ *e estão todas indicadas na fig. 2-6. A distância total procurada será dada por*

$$d = d_1 + d_2 + d_3 \qquad \textit{ou} \qquad d = 270\ \text{km}$$

Esta distância corresponde, na fig. 2-6, à área total sob o gráfico, desde $t = 0$ *até* $t = 4,0$ h. *Portanto, você já começou a encontrar movimentos nos quais a equação* $d = vt$ *não pode ser aplicada diretamente, mas verificou que a área sob o gráfico* $v \times t$, *mesmo neste movimento mais complicado, continua a nos fornecer a distância percorrida pelo móvel.*

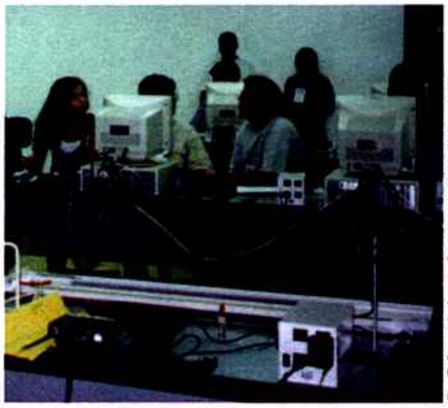
Photo Researches Inc/Stock Photos

Exemplos de trajetórias curvilíneas:

a) Vistas da Terra, as estrelas descrevem trajetórias circulares no céu, que foram registradas por uma câmara fotográfica cuja objetiva foi mantida aberta durante um certo tempo.

b) A trajetória de uma bola lançada obliquamente no espaço (próximo à Terra) é uma curva denominada parábola.

Thales Trigo



Prof.ª Dra. Marisa A. Cavalcante/GOPEF/PUC-SP

Estudantes usando computador no laboratório para analisar o movimento de um corpo.

O QUE SIGNIFICA UMA VELOCIDADE NEGATIVA

Quando um corpo se desloca em uma trajetória, costumamos convencionar um dos sentidos do movimento como sendo positivo; o outro sentido, então, será considerado negativo. Assim, para um automóvel que se move ao longo de uma estrada, podemos considerar como positivo o sentido no qual o carro afasta-se do início da estrada (sentido de crescimento da indicação dos marcos quilométricos). Se o automóvel estiver se aproximando do começo da estrada, dizemos que ele está se movendo no sentido negativo. No primeiro caso, a velocidade do carro seria considerada positiva e, no segundo, ela seria negativa. Portanto, quando dizemos que a velocidade de um carro é de – 60 km/h, devemos entender que ele está se movendo a 60 km/h, no sentido convencionado como negativo.

ATENÇÃO PARA AS UNIDADES

Se a velocidade de um corpo vale $v = 30$ km/h e você deseja calcular a distância que ele percorreu durante um tempo $t = 3,0$ h, já sabemos que:

$$d = vt = 30\,\frac{\text{km}}{\cancel{\text{h}}} \times 3,0\,\cancel{\text{h}} = 90\text{ km}$$

Observe que a unidade de tempo simplifica-se ao realizarmos a multiplicação e o resultado é expresso corretamente em km, que é uma unidade de distância.

Mas, se o valor da velocidade for, por exemplo, $v = 60$ m/min (o corpo percorre 60 m em cada minuto) e o tempo decorrido for $t = 15$ s, a operação não poderia ser realizada, pois teríamos

$$d = vt = 60\,\frac{\text{m}}{\text{min}} \times 15\text{ s}$$

e vemos que, ao contrário do caso anterior, não é possível simplificar as unidades de tempo. Estamos nos deparando, pela primeira vez, com um problema que muitas vezes teremos de enfrentar, tanto na vida prática quanto durante o nosso curso: operar com unidades diferentes, usadas para medidas de uma mesma grandeza. Chamamos sua atenção para que observe as unidades, antes de efetuar qualquer operação e, ocorrendo o fato citado, você deverá reduzir uma unidade à outra. Assim, para calcular a distância percorrida, você deverá expressar o intervalo de tempo de 15 s em minutos, ou expressar a velocidade de 60 m/min em m/s. Na primeira hipótese, basta lembrar que 1 min = 60 s, logo 15 s = 0,25 min, donde

$$d = vt = 60\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{min}}} \times 0,25\,\cancel{\text{min}} = 15\text{ m}$$

Na segunda opção, veja como você deverá proceder:

$$v = 60\,\frac{\text{m}}{\text{min}} = 60\,\frac{\text{m}}{60\text{s}} = 1,0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

isto é, a velocidade de 60 m/min corresponde a 1,0 m/s. Desta maneira,

$$d = vt = 1,0\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \times 15\,\cancel{\text{s}} = 15\text{ m}$$

Evidentemente, os dois cálculos efetuados são equivalentes e nos levam ao mesmo valor da distância percorrida.

GRÁFICO *DISTÂNCIA × TEMPO* ($d \times t$)

Consideremos um automóvel deslocando-se em uma estrada reta com uma velocidade constante $v = 20$ m/s. Usando a relação $d = v \cdot t$, podemos calcular a distância d que ele percorre para diversos valores do tempo t decorrido a partir do instante $t = 0$ (início da contagem do tempo). Obtemos a seguinte tabela:

Tempo (s)	0	1	2	3	4	5
Distância (m)	0	20	40	60	80	100

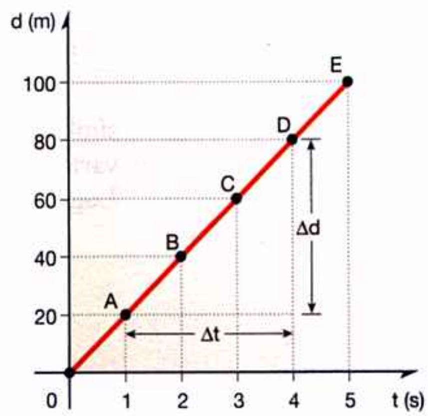


Fig.2-7a: *Gráfico* $d \times t$ *para um movimento uniforme.*

Observe, pela tabela, que, quando o valor do tempo t é duplicado (por exemplo, de $t_1 = 1$ s para $t_2 = 2$ s), o valor da distância d também duplica (de $d_1 = 20$ m para $d_2 = 40$ m). Do mesmo modo, quando t é triplicado, d também é multiplicado por 3 e, assim, sucessivamente. Quando isto ocorre com duas grandezas quaisquer, isto é, ao multiplicarmos uma delas por um certo número a outra fica multiplicada por este mesmo número, dizemos que estas grandezas variam de modo diretamente proporcional (uma grandeza é diretamente proporcional à outra). Portanto, no exemplo que estamos analisando, a distância d é diretamente proporcional ao tempo t e isto ocorre sempre que o movimento é uniforme. Então, temos:

> **Em qualquer movimento uniforme (v = constante) a distância d percorrida por um objeto é diretamente proporcional ao tempo t decorrido neste percurso. Este fato é representado matematicamente pela relação $d \propto t$, onde o símbolo $\propto$ significa "é proporcional a".**

Com os valores da tabela podemos traçar o gráfico $d \times t$ para este movimento, obtendo o resultado mostrado na fig. 2-7-a. Observe que:

- o primeiro ponto marcado no gráfico é a *origem O* dos dois eixos, porque, quando $t = 0$, temos também $d = 0$.
- o segundo ponto marcado (ponto *A*) indica que até o instante $t_1 = 1$ s o carro havia percorrido uma distância $d_1 = 20$ m.
- o terceiro ponto marcado (ponto *B*) indica que até o instante $t_2 = 2$ s o carro havia percorrido uma distância $d_2 = 40$ m etc.

Unindo os pontos marcados, vemos que eles estão situados sobre uma reta. Pode-se mostrar que isto ocorre sempre que a velocidade do movimento é constante. Destacamos então:

> **Em qualquer movimento uniforme, o gráfico *distância × tempo* é uma reta que passa pela origem dos eixos.**

Sempre que uma grandeza Y for diretamente proporcional a uma grandeza X, o gráfico $Y \times X$ será uma reta passando pela origem.

INCLINAÇÃO DO GRÁFICO

No gráfico $d \times t$ da fig. 2-7-a, tomemos dois pontos quaisquer, como A e D, por exemplo. Esses pontos do gráfico correspondem a dois pontos diferentes da trajetória do carro, separados pela *distância* que ele percorreu em um certo *intervalo de tempo*. Para os pontos A e D considerados, é fácil ver que temos (observando os eixos):

– intervalo de tempo = 4 s – 1 s = 3 s

– distância percorrida = 80 m – 20 m = 60 m

Em Matemática, a *variação* de uma grandeza qualquer é representada pelo símbolo da grandeza, precedido da letra grega Δ (delta). Assim, Δt representa a variação no tempo t e Δd representa uma variação na distância percorrida d. Logo, na situação que estamos analisando, teremos:

Δt = 3 s (intervalo de tempo entre 1 s e 4 s)

Δd = 60 m (distância percorrida naquele intervalo)

Observe os valores de Δt e Δd indicados na fig. 2-7-a.

Uma grandeza muito importante no estudo dos gráficos é a sua inclinação. Para o caso do gráfico $d \times t$ temos, por definição:

$$\boxed{\text{inclinação} = \frac{\Delta d}{\Delta t}}$$

Calculemos, então, a inclinação do gráfico da fig. 2-7-a. Temos:

$$\text{inclinação} = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{60 \text{ m}}{3 \text{ s}} \quad \text{ou} \quad \text{inclinação} = 20 \text{ m/s}$$

Como vemos, este valor coincide com o valor da velocidade do automóvel ($v = 20$ m / s). Este resultado poderia ser previsto porque, quando calculamos a inclinação do gráfico, estamos obtendo o quociente entre a distância percorrida por um móvel e o tempo gasto para percorrer esta distância. Esse quociente representa exatamente o valor da velocidade no movimento uniforme. Então, temos:

A inclinação do gráfico $d \times t$ para um movimento uniforme nos fornece o valor da velocidade desse movimento, isto é,

$$\boxed{v = \frac{\Delta d}{\Delta t}}$$

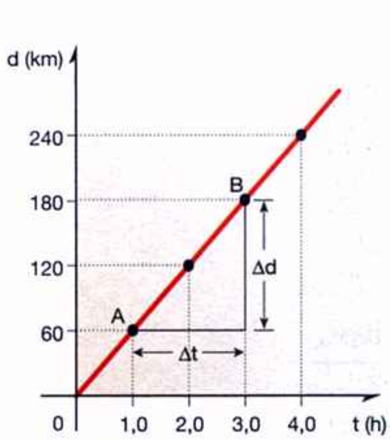


Fig.2-7b: *Para o exemplo2.*

Exemplo 2

Um carro, em movimento uniforme, percorre:

em 1,0 h — 60 km

em 2,0 h — 120 km

em 3,0 h — 180 km

em 4,0 h — 240 km

a) Construa o gráfico $d \times t$ para este carro.

Escolhendo uma escala apropriada e marcando os pontos correspondentes aos pares de valores de t e d, obtemos uma reta passando pela origem (fig. 2-7-b), como já era esperado.

b) A partir do gráfico, calcule a velocidade do carro.

Como já foi dito, a velocidade é dada pela inclinação do gráfico $d \times t$, *isto é*

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Escolhendo dois pontos quaisquer da fig. 2-7-b, como, por exemplo, os pontos A e B, temos:

$$\Delta t = 3{,}0\ \text{h} - 1{,}0\ \text{h} = 2{,}0\ \text{h}$$

$$\Delta d = 180\ \text{km} - 60\ \text{km} = 120\ \text{km}$$

Então

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{120\ \text{km}}{2{,}0\ \text{h}} \qquad \textit{donde} \qquad v = 60\ \text{km/h}$$

A partir dos dados fornecidos, você já poderia ter previsto este resultado.

O QUE É POSIÇÃO DE UM MÓVEL E SUA TRAJETÓRIA

Você já deve ter observado que nas estradas existem placas, denominadas "marcos quilométricos", indicando a distância da posição dessa placa até o começo da estrada (quilômetro zero). Suponhamos, então, que um automóvel esteja, no instante $t_0 = 0$, passando em frente à placa do "quilômetro 30", como mostra a fig. 2-8-a. Dizemos que a *posição* do carro em relação ao começo da estrada é $d_0 = 30$ km (representando a posição pela letra *d*). Evidentemente isto não significa que a distância percorrida pelo carro tenha sido de 30 km, pois ele pode não ter iniciado a sua viagem no quilômetro zero. Suponha, ainda, que o carro prossiga em sua viagem (sempre no mesmo sentido) e, no instante $t_1 = 1$ h, se encontre em frente à placa do "quilômetro 80" (fig. 2-8-a). Agora a posição do carro é $d_1 = 80$ km (em relação ao começo da estrada). Você pode concluir facilmente que, no intervalo de tempo $\Delta t = 1$ h (de $t_0 = 0$ até $t_1 = 1$ h), o carro percorreu uma distância $\Delta d = 50$ km (da posição $d_0 = 30$ km à posição $d_1 = 80$ km). Destacamos, então:

Para se determinar a posição de um corpo em uma dada trajetória, basta que se forneça o valor da sua distância, medida sobre a trajetória, a um ponto dela tomado como referência (origem).

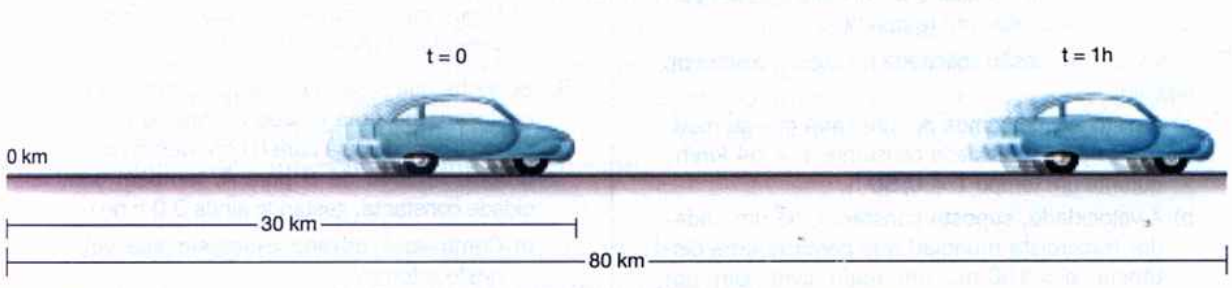


Fig.2-8-a: ***A posição do carro no instante*** $t = 0$ ***é*** $d = 30$ km ***e, no instante*** $t = 1$h, ***é*** $d = 80$ km.

GRÁFICO *POSIÇÃO* × *TEMPO*

Suponhamos que o automóvel da fig. 2-8-a tenha sido observado durante um tempo total igual a 4 h (de $t_0 = 0$ até $t_4 = 4$ h) e que o gráfico da fig. 2-8-b represente a sua posição em função do tempo (gráfico $d \times t$). Analisando o gráfico, vemos que:

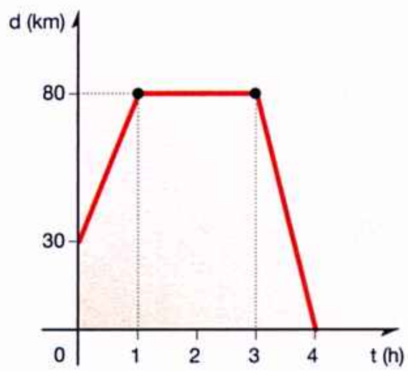


Fig.2-8-b: ***Gráfico*** *posição × tempo* ***para um automóvel em uma estrada.***

– no instante $t_0 = 0$, o carro se encontrava na posição $d_0 = 30$ km e, a partir deste ponto, desenvolveu um movimento uniforme (o gráfico $d \times t$ é um segmento de reta), afastando-se desta posição (o valor de d aumenta) até atingir a posição $d_1 = 80$ km no instante $t_1 = 1$ h. Observe que esta descrição do movimento corresponde aos dados da fig. 2-8-a que já havíamos analisado. Evidentemente, a velocidade do carro, neste trecho, é dada pela inclinação do gráfico e seu valor é $v = 50$ km/h.

– de $t_1 = 1$ h até $t_3 = 3$ h, a posição do carro não se alterou, permanecendo constante no valor $d_1 = 80$ km. Isto indica, então, que o carro *permaneceu parado* no "quilômetro 80" durante um intervalo de tempo $\Delta t = 3\text{ h} - 1\text{ h} = 2$ h. Portanto, nesse segundo intervalo, temos $v = 0$, que corresponde à *inclinação nula* do gráfico $d \times t$ (segmento de reta horizontal).

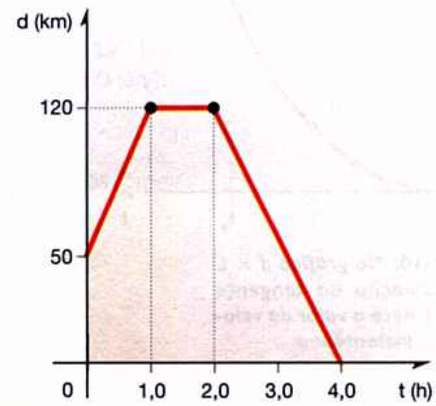
– no terceiro intervalo, de $t_3 = 3$ h até $t_4 = 4$ h, o valor de d, que representa a posição do automóvel, *diminui* com o decorrer do tempo. Isto significa que o carro está *voltando sobre a sua trajetória*, dirigindo-se para a origem, chegando a ela ($d_4 = 0$) em $t_4 = 4$ h. O carro percorreu, então, uma distância $\Delta d = 80$ km em um tempo $\Delta t = 1$ h, isto é, o valor absoluto (ou módulo) de sua velocidade, neste movimento de retorno, foi $v = 80$ km/h.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

5. Uma pessoa lhe informa que um corpo está em *movimento retilíneo uniforme*.
   a) O que está indicado pelo termo "retilíneo"?
   b) E pelo termo "uniforme"?
6. Quando um corpo está em movimento uniforme, com velocidade *v*, qual é a expressão matemática que nos permite calcular a distância *d* que ele percorre após decorrido um tempo *t*?
7. Usando a expressão solicitada no exercício anterior, calcule:
   a) A distância percorrida por um carro que se movimenta com velocidade constante $v = 54$ km/h, durante um tempo $t = 0,50$ h.
   b) A velocidade, suposta constante, de um nadador (recordista mundial) que percorre uma distância $d = 100$ m, em nado livre, em um tempo $t = 50$ s.
   c) O tempo que a luz gasta para vir do Sol à Terra ($d = 1,5 \times 10^{11}$ m) sabendo-se que sua velocidade é constante e vale $v = 3,0 \times 10^8$ m/s.
8. a) Desenhe o gráfico $v \times t$ para um carro que se movimenta com velocidade constante $v = 50$ km/h, durante um tempo $t = 3,0$ h.
   b) O que representa a área sob o gráfico que você desenhou? Qual o seu valor?
9. Suponha que o carro do exercício anterior tenha se deslocado de uma cidade *A* para outra cidade *B*, sendo o sentido de *A* para *B* considerado positivo. Se o carro retornar de *B* para *A*, também com velocidade constante, gastando ainda 3,0 h no percurso:
   a) Como você deveria expressar sua velocidade neste retorno?
   b) Desenhe o gráfico $v \times t$ para este caso.

10. Deseja-se calcular a distância que um carro, com velocidade constante $v = 72$ km/h, percorre em um tempo $t = 20$ s.
    a) Qual a providência que se deve tomar antes de substituir estes valores em $d = vt$?
    b) Sabendo-se que $3,6$ km/h $= 1$ m/s, expresse 72 km/h em m/s.
    c) Feito isto, calcule a distância procurada.
11. Na expressão $d = vt$, que é válida para um movimento uniforme, d e t variam enquanto v permanece constante.
    a) Sendo assim, qual é o tipo de relação entre d e t?
    b) Mostre, com um desenho, como é o gráfico $d \times t$.
    c) O que representa a inclinação deste gráfico?
12. O gráfico deste exercício representa a *posição* de um carro, contada a partir do *marco zero* da estrada, em função do tempo.
    a) Qual era a posição do carro no início da viagem ($t = 0$)?
    b) Qual a posição do carro no instante $t = 1,0$ h?
    c) Qual a velocidade desenvolvida pelo carro nesta primeira hora de viagem?
    d) Em que posição e durante quanto tempo o carro permaneceu parado?
    e) Qual a posição do carro no fim de 4,0 h de viagem?
    f) Qual a velocidade do carro na viagem de volta?



Exercício 12.

2.3. Velocidade instantânea e velocidade média

VELOCIDADE INSTANTÂNEA

Quando o valor da velocidade de um corpo não se mantém constante, dizemos que este corpo está em *movimento variado*. Isto ocorre, por exemplo, com um automóvel cujo ponteiro do velocímetro indica valores diferentes a cada instante. O valor indicado no velocímetro, em um dado instante, é a *velocidade instantânea* do automóvel naquele momento.

Vejamos uma maneira de calcular esta velocidade instantânea. Consideremos um automóvel, em movimento variado, que passa pelo ponto A (fig. 2-9), no instante t, com uma velocidade instantânea v (leitura do velocímetro neste instante). Depois de decorrido um intervalo de tempo Δt, o carro estará em B, tendo percorrido uma distância Δd. Se o movimento fosse uniforme, ao calcular o quociente $\Delta d/\Delta t$, obteríamos a velocidade do carro. Entretanto, sendo o movimento variado, verificamos que o valor de $\Delta d/\Delta t$ geralmente não coincide com a indicação do velocímetro no instante t. Verificamos, porém, que, se o ponto B fosse tomado bem próximo de A, de maneira que o intervalo de tempo Δt se tornasse muito pequeno, teríamos um quociente $\Delta d/\Delta t$ muito próximo da indicação do velocímetro em A, isto é, muito próximo do valor v da velocidade instantânea. O valor de $\Delta d/\Delta t$ estaria tanto mais próximo de v quanto menor fosse o intervalo de tempo Δt. Portanto,

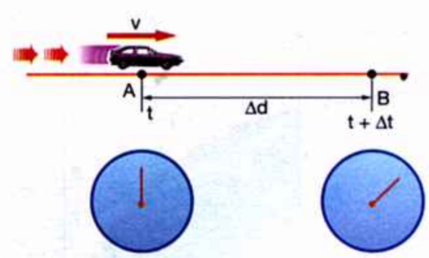


Fig.2-9: *A velocidade instantânea em A é dada por $v = \Delta d/\Delta t$, tomando-se o menor Δt possível.*

em um movimento variado, a velocidade instantânea é dada por $v = \Delta d/\Delta t$, sendo Δt o menor possível.

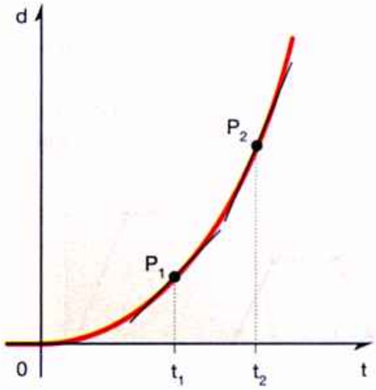


Fig.2-10: *No gráfico d × t, a inclinação da tangente nos fornece o valor da velocidade instantânea.*

DETERMINAÇÃO GRÁFICA DA VELOCIDADE INSTANTÂNEA

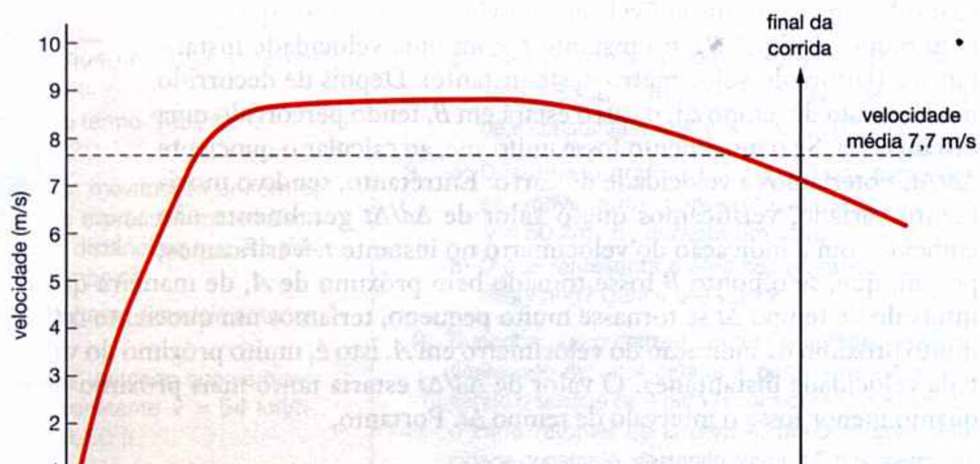
Consideremos o gráfico da fig. 2-10, que representa a distância percorrida por um automóvel em função do tempo. Você deve observar que o movimento deste carro é variado pois, se fosse uniforme, o gráfico $d \times t$ seria retilíneo. É possível, a partir deste gráfico, obter a velocidade instantânea do automóvel em um instante qualquer, t_1. Para isto, devemos traçar a tangente ao gráfico no ponto da curva correspondente àquele instante (ponto P_1 na fig. 2-10). A inclinação desta tangente fornece o valor da velocidade no instante considerado. Do mesmo modo, para obter a velocidade em outro instante, t_2, devemos determinar a inclinação da tangente à curva no ponto P_2. Observe que, no caso do movimento representado na fig. 2-10, a inclinação da tangente em P_2 é maior do que em P_1 e, portanto, a velocidade instantânea em t_2 é maior do que em t_1. Concluindo,

a inclinação da tangente no gráfico $d \times t$ nos fornece o valor da velocidade instantânea.

VELOCIDADE MÉDIA

Se um automóvel, em uma viagem, percorre uma distância de 560 km em 8,0 h, você e, provavelmente, muitas outras pessoas diriam: "o automóvel desenvolveu, em média, 70 km/h". Este resultado, que foi obtido dividindo-se a distância percorrida (560 km) pelo tempo de viagem (8,0 h), é o que denominamos *velocidade média* e representamos por v_m. Temos, então, por definição

$$v_m = \frac{\text{distância total percorrida}}{\text{tempo gasto no percurso}} \quad \text{ou} \quad v_m = \frac{d}{t}$$



A figura mostra como varia, com o tempo, a velocidade de uma pessoa em uma corrida de 100 m rasos, percorridos em 13 s. Observe a indicação de que a velocidade média da pessoa foi de 7,7 m/s, isto é, se ela se deslocasse sempre com esta velocidade, percorreria os 100 m no mesmo tempo de 13 s.

Observe que, durante o movimento, a velocidade do carro pode ter sofrido variações. No exemplo citado, seu valor pode ter sido, às vezes, maior e, outras vezes, menor do que 70 km/h. Entretanto, se a velocidade fosse mantida, durante todo o percurso, igual a 70 km/h, o carro teria percorrido aquela mesma distância naquele mesmo tempo.

Exemplo 1

Um automóvel percorre uma distância de 150 km desenvolvendo, nos primeiros 120 km, uma velocidade média de 80 km/h e, nos 30 km restantes, uma velocidade média de 60 km/h.

a) Qual foi o tempo total de viagem?

Conhecendo-se a distância percorrida e a velocidade média, a relação $v_m = d/t$ *nos fornece* $t = d/v_m$. *Então, na primeira parte do percurso, o tempo gasto foi*

$$t_1 = \frac{120}{80} \qquad ou \qquad t_1 = 1{,}5\ \text{h}$$

Na segunda parte do percurso, teremos

$$t_2 = \frac{30}{60} \qquad ou \qquad t_2 = 0{,}5\ \text{h}$$

Assim, o tempo total de viagem foi

$$t = 1{,}5\ \text{h} + 0{,}5\ \text{h} \qquad ou \qquad t = 2{,}0\ \text{h}$$

b) Qual foi a velocidade média do automóvel no percurso total?

Sendo de 150 km a distância total percorrida e 2,0 h o tempo total de viagem, a velocidade média, neste percurso, terá sido

$$v_m = \frac{150\ \text{km}}{2{,}0\ \text{h}} \qquad \text{ou} \qquad v_m = 75\ \text{km/h}.$$

DETERMINAÇÃO GRÁFICA DA DISTÂNCIA PERCORRIDA

Quando o movimento de um corpo é uniforme, a distância que ele percorre é dada por $d = vt$ ou pela área sob o gráfico $v \times t$. Entretanto, se o movimento for variado, a relação $d = vt$ não pode mais ser aplicada, mas a distância percorrida poderá, ainda, ser obtida pela área sob o gráfico $v \times t$; isto é:

a área sob o gráfico $v \times t$ nos fornece a distância percorrida em qualquer movimento.

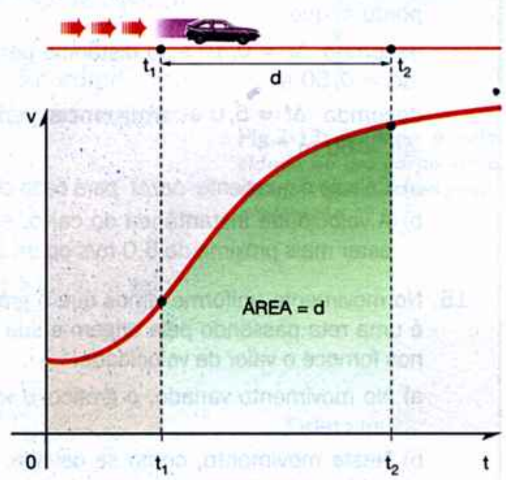


Fig.2-11: ***A área sob o gráfico v × t nos fornece a distância percorrida em qualquer movimento.***

Na fig. 2-11, por exemplo, que apresenta o gráfico $v \times t$ de um movimento variado, a área assinalada nos fornece o valor da distância que o corpo percorre, desde o instante t_1 até o instante t_2.

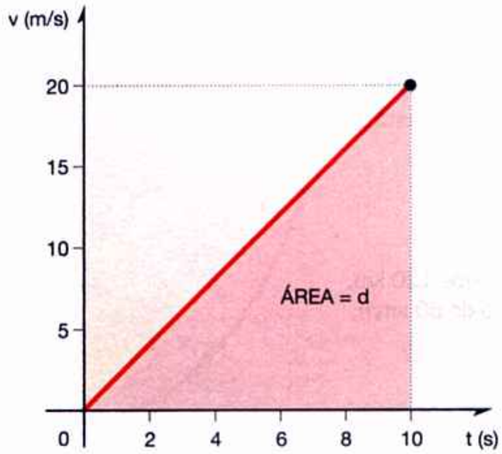


Fig.2-12: *Para o exemplo 2.*

Exemplo 2

Um automóvel, em frente a um sinal de tráfego, logo que a luz verde se acendeu, arrancou com uma velocidade variando de acordo com o gráfico da fig. 2-12. Depois de decorridos 10 s, qual a distância que o carro percorreu?

Como o movimento é variado (a velocidade variou de $v = 0$ a $v = 20$ m/s em 10 s), a distância percorrida deverá ser calculada através da área sob o gráfico $v \times t$. Na fig. 2-12, esta área é a do triângulo mostrado, cuja base corresponde ao tempo de 10 s e cuja altura corresponde à velocidade de 20 m/s. Então, como para um triângulo temos área = (base × altura) / 2, *virá:*

$$d = \frac{10 \times 20}{2} \qquad \text{ou} \qquad d = 100 \text{ m}$$

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

13. Um automóvel desloca-se em linha reta. Classifique o movimento deste automóvel supondo que:
    a) O ponteiro do velocímetro indica sempre o mesmo valor.
    b) A posição do ponteiro do velocímetro varia de um instante para outro.

14. Uma pessoa, observando o movimento do carro da fig. 2-9, verifica, após o carro passar pelo ponto *A*, que:

    decorrido $\Delta t = 0,10$ s, a distância percorrida foi $\Delta d = 0,50$ m

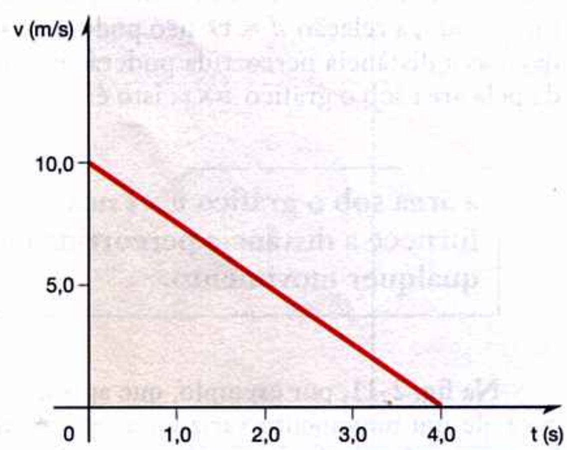
    decorrido $\Delta t = 5,0$ s, a distância percorrida foi $\Delta d = 60$ m

    a) Calcule o quociente $\Delta d/\Delta t$ para cada observação.
    b) A velocidade instantânea do carro, em *A*, deve estar mais próxima de 5,0 m/s ou de 12 m/s?

15. No movimento uniforme vimos que o gráfico $d \times t$ é uma reta passando pela origem e sua inclinação nos fornece o valor da velocidade.
    a) No movimento variado, o gráfico $d \times t$ ainda é uma reta?
    b) Neste movimento, como se calcula, usando o gráfico $d \times t$, o valor da velocidade em um dado instante?
    c) Na fig. 2-10, a inclinação da tangente ao gráfico é maior em P_1 ou em P_2? E o valor da velocidade, é maior no instante t_1 ou em t_2?

16. Um corpo cai verticalmente de uma altura de 80 m e gasta 4,0 s para chegar ao solo. Qual é a velocidade média do corpo neste movimento?

17. a) Como se calcula, usando o gráfico $v \times t$, a distância percorrida por um corpo, em movimento variado, desde um instante t_1 até um instante t_2?
    b) A figura deste exercício mostra o gráfico $v \times t$ para o movimento de um automóvel. Este movimento é uniforme?
    c) Calcule a distância que o automóvel percorreu desde $t = 0$ até $t = 4,0$ s.



Exercício 17.

2.4. Movimento retilíneo uniformemente variado

O QUE É ACELERAÇÃO

Consideremos um automóvel, cujo velocímetro esteja indicando, em um certo instante, uma velocidade de 30 km/h. Se, 1 s após, a indicação do velocímetro passar para 35 km/h, podemos dizer que a velocidade do carro variou de 5 km/h em 1 s. Em outras palavras, dizemos que este carro recebeu uma *aceleração*. O conceito de aceleração está sempre relacionado com uma *mudança na velocidade*.

Para definirmos matematicamente *aceleração*, suponhamos um corpo em movimento retilíneo, como na fig. 2-13. Representemos por v_1 o valor de sua velocidade no instante t_1. Se o movimento do corpo for variado, no instante qualquer t_2 sua velocidade terá um valor v_2, diferente de v_1, isto é, durante o intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, a velocidade sofreu uma variação $\Delta v = v_2 - v_1$. O valor da aceleração do corpo é dado por

$$a = \frac{\text{variação da velocidade}}{\text{intervalo de tempo decorrido}}$$

$$\text{isto é} \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad \text{ou} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

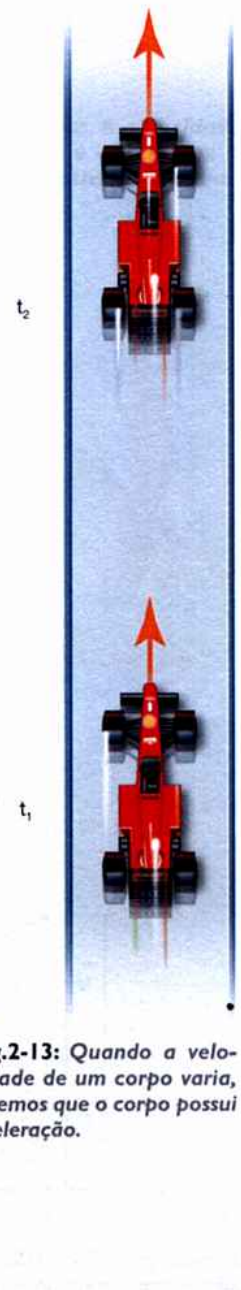


Fig.2-13: *Quando a velocidade de um corpo varia, dizemos que o corpo possui aceleração.*

COMENTÁRIOS

Para facilitar o estudo do movimento variado, vamos considerar a velocidade sempre com valor positivo, isto é, vamos considerar o sentido no qual o corpo está se movendo como sendo o sentido positivo. Desta maneira, é fácil concluir que:

1º) Se o valor da velocidade estiver aumentando com o tempo, teremos $v_2 > v_1$ $(\Delta v > 0)$e, então, a aceleração do movimento será *positiva*. Neste caso dizemos que o movimento é *acelerado*.

2º) Se o valor da velocidade estiver diminuindo com o decorrer do tempo, teremos $v_2 < v_1(\Delta v < 0)$ e, então, a aceleração do movimento será *negativa*. Neste caso dizemos que o movimento é *retardado*.*

Exemplo 1

Na fig. 2-13, suponhamos que $v_1 = 10$ m/s e que, após 12 s ($\Delta t = 12$ s), a velocidade seja $v_2 = 70$ m/s. Qual foi a aceleração do corpo?

Usando a equação de definição, temos

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{70\text{ m/s} - 10\text{ m/s}}{12\text{ s}} = \frac{60\text{ m/s}}{12\text{ s}} \quad \textit{ou} \quad a = 5{,}0\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$$

* No capítulo seguinte, ao analisarmos os conceitos de *vetor velocidade* e *vetor aceleração*, veremos que o fato de um movimento retilíneo ser acelerado ou retardado pode ser expresso de uma maneira geral, e mais apropriada, do seguinte modo:
Um movimento será acelerado quando a velocidade e a aceleração tiverem o mesmo sentido e será retardado quando elas tiverem sentidos opostos.

Este resultado significa que a velocidade do corpo aumentou de 5,0 m/s em cada 1 s. É costume expressar as unidades da seguinte maneira:

$$a = 5{,}0\,\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 5{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}\cdot\text{s}} \qquad \text{ou} \qquad a = 5{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Este movimento, no qual a velocidade cresce com o tempo, é, como vimos, denominado movimento acelerado.

Se a velocidade diminuir com o tempo, já dissemos que o movimento é retardado. *Por exemplo: se v_1 = 36 m/s, e, após 5,0 s a velocidade passar para v_2 = 6,0 m/s, a aceleração do movimento será*

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6{,}0\ \text{m/s} - 36\ \text{m/s}}{5{,}0\ \text{s}} = \frac{-30\ \text{m/s}}{5{,}0\ \text{s}} \qquad \textit{ou} \qquad a = -6{,}0\ \text{m/s}^2$$

Isto significa que a velocidade está diminuindo *de 6,0 m/s em cada 1 s.*

Observe que, no movimento acelerado, o valor da aceleração é positivo e, no movimento retardado, a aceleração é negativa, como já havia sido destacado (lembre-se de que estamos considerando a velocidade sempre positiva).

MOVIMENTO RETILÍNEO COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

Suponha que estejamos observando o velocímetro de um carro em movimento retilíneo, em intervalos de tempo sucessivos de 1 s, e que obtivemos os seguintes resultados:

1ª observação	30 km/h	Δv = 5 km/h
2ª observação (1 s após a 1ª)	35 km/h	Δv = 15 km/h
3ª observação (1 s após a 2ª)	50 km/h	Δv = 2 km/h
4ª observação (1 s após a 3ª)	52 km/h	

Podemos notar que a *variação* da velocidade em cada 1 s não é constante e, portanto, não é constante a aceleração do carro.

Entretanto, em outra observação do velocímetro, poderíamos obter os valores seguintes:

1ª observação	30 km/h	Δv = 5 km/h
2ª observação (1 s após a 1ª)	35 km/h	Δv = 5 km/h
3ª observação (1 s após a 2ª)	40 km/h	Δv = 5 km/h
4ª observação (1 s após a 3ª)	45 km/h	

Neste caso, a variação da velocidade em cada 1 s é constante, isto é, a *aceleração do movimento é constante*. Um movimento como este, no qual a aceleração é constante, é denominado *movimento retilíneo uniformemente variado*. Até o final desta secção estaremos estudando apenas movimentos deste tipo.

CÁLCULO DA VELOCIDADE

Consideremos um corpo em movimento uniformemente variado, com uma velocidade v_0 no instante em que vamos iniciar a contar o tempo, isto é, no instante $t = 0$ (fig. 2-14-a). A velocidade v_0 é denominada *velocidade inicial*. Sendo o movimento uniformemente variado, o corpo possui uma aceleração a constante, ou seja, a variação de sua velocidade em cada 1 s é numericamente igual ao valor de a. Assim, a velocidade v do corpo variará do seguinte modo:

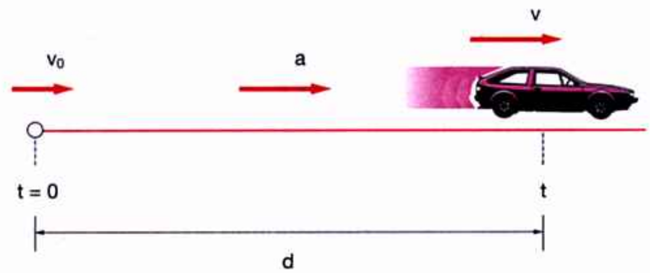


Fig.2-14-a: *A velocidade inicial v_0 é aquela que o corpo possui no instante $t = 0$.*

em $t = 0$	a velocidade é v_0
em $t = 1$ s	a velocidade é $v_0 + a \cdot 1$
em $t = 2$ s	a velocidade é $v_0 + a \cdot 2$
em $t = 3$ s	a velocidade é $v_0 + a \cdot 3$

e, depois de t segundos, a velocidade será $v_0 + at$.

Portanto, a velocidade v, depois de decorrido um tempo t qualquer, é dada por

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

Observe que o valor da velocidade, no instante t, é a soma da velocidade inicial com o produto at, que representa a variação da velocidade durante o tempo t.

CÁLCULO DA DISTÂNCIA PERCORRIDA

A distância d percorrida pelo corpo desde o instante inicial até o instante t (fig. 2-14-a), poderá ser obtida através da área sob o gráfico $v \times t$, como aprendemos na secção 2.3. O gráfico $v \times t$ que corresponde à equação $v = v_0 + at$ é retilíneo (veja a fig. 2-14-b), mas não passa pela origem, pois quando $t = 0$ temos $v = v_0$. Em Matemática, usa-se dizer que v *varia linearmente com* t. Neste caso, v não é diretamente proporcional a t, pois o gráfico $v \times t$ não passa pela origem (duplicando o valor de t, o valor de v não é duplicado etc.). A fig.2-14-b mostra o gráfico $v \times t$ para o caso em que a velocidade cresce com o tempo (se a aceleração for negativa, o gráfico $v \times t$ continua a ser retilíneo, apresentando um aspecto semelhante àquele do exercício 17 da secção anterior).

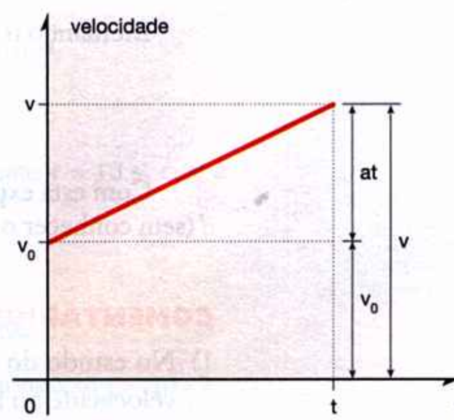


Fig.2-14-b: *No movimento uniformemente acelerado, a velocidade aumenta linearmente com o decorrer do tempo.*

Como vemos na figura, a área sob o gráfico é a soma das áreas de:

um retângulo de lados v_0 e t – área $= v_0 t$

um triângulo de base t e altura at – área $= \dfrac{t \times at}{2} = \dfrac{1}{2}at^2$

Portanto, a distância d percorrida pelo corpo, que é numericamente igual à área total sob o gráfico, será dada por

$$\boxed{d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

Observe que esta relação entre as variáveis d e t é do tipo $y = Ax^2 + Bx + C$ (trinômio do 2º grau, que você estudou em seu curso de Matemática), no qual

y corresponde a d

x corresponde a t

e $A = (1/2)\,a,\ B = v_0,\ C = 0$

VELOCIDADE EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA

Já vimos que, conhecendo a velocidade v_0 e a aceleração a no movimento uniformemente variado, as expressões

$$v = v_0 + at \qquad \text{e} \qquad d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

nos permitem calcular a velocidade e a distância percorrida, em função do tempo t. Pode acontecer que tenhamos necessidade de calcular a velocidade do corpo após ter percorrido uma certa distância, sem que seja conhecido o tempo t do movimento. Isto pode ser feito facilmente, tirando o valor de t na primeira equação

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

e levando este valor na segunda equação:

$$d = v_0 \cdot \frac{(v - v_0)}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

Efetuando o desenvolvimento algébrico e simplificando (faça isto), obtemos

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2ad}$$

Com esta expressão podemos calcular a velocidade v em função da distância d (sem conhecer o tempo t).

COMENTÁRIOS

1) No estudo do movimento uniformemente acelerado, poderá ocorrer que a velocidade no instante $t = 0$, isto é, sua velocidade inicial, seja nula $(v_0 = 0)$. Quando isto ocorre, dizemos que o corpo partiu do repouso. Para este caso, as equações do movimento tornam-se naturalmente mais simples:

$$v = at \qquad d = \frac{1}{2} a t^2 \qquad \text{e} \qquad v^2 = 2ad$$

2) A relação $d = 1/2\ at^2$ nos mostra que a distância *d varia proporcionalmente com o quadrado do tempo t* $(d \propto t^2)$. Isto significa que:

– duplicando t, o valor de d é multiplicado por 4

– triplicando t, o valor de d é multiplicado por 9

e assim sucessivamente. Observe que, então, *d não é diretamente proporcional a t* (como já dissemos, tem-se $d \propto t^2$).

O gráfico $d \times t$, para este caso, não é retilíneo, tendo o aspecto mostrado na fig. 2-15 (esta curva, como já deve ser do seu conhecimento, é denominada *parábola*).

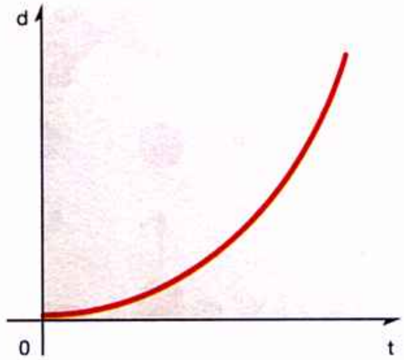


Fig.2-15: *Esta curva, denominada parábola representa a relação* $d \propto t^2$.

3) Já vimos que o movimento uniformemente variado pode ser acelerado ou retardado. As equações

$$v = v_0 + at \qquad d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{e}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

evidentemente são válidas para os dois casos. Entretanto, não se deve esquecer que, no movimento retardado, a aceleração é negativa e isto deve ser levado em conta quando as equações citadas forem usadas (lembre-se de que estamos considerando a velocidade sempre positiva).

Exemplo 2

Um automóvel possui uma velocidade de 10 m/s no instante em que o motorista pisa no acelerador. Isto comunica ao carro uma aceleração constante, que faz com que sua velocidade aumente para 20 m/s em 5,0 s. Considere $t = 0$ no instante em que o motorista pisa no acelerador.

a) Qual a aceleração do automóvel?

No instante $t = 0$, *temos* $v_0 = 10$ m/s *e, no instante* $t = 5{,}0$ s, temos $v = 20$ m/s. *Então, levando estes valores na equação* $v = v_0 + at$, *temos*

$$20 = 10 + a \times 5{,}0 \qquad \textit{donde} \qquad a = 2{,}0$$

Como a unidade de distância usada foi 1 m e a de tempo foi 1 s, é claro que

$$a = 2{,}0 \text{ m/s}^2$$

b) Supondo que o carro foi mantido com esta aceleração até o instante $t = 10$ s, qual a velocidade atingida neste instante?

Usando novamente a equação $v = v_0 + at$, *teremos:*

$$v = 10 + 2{,}0 \times 10 \qquad \textit{donde} \qquad v = 30 \text{ m/s}$$

c) Qual a distância percorrida pelo carro desde o início da aceleração até o instante $t = 10$ s?

A distância percorrida pode ser calculada pela relação $d = v_0 t + \left(\frac{1}{2}\right)at^2$. *Aplicando-a virá:*

$$d = 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 2{,}0 \times 10^2 \qquad \textit{donde} \qquad d = 200 \text{ m}$$

d) No instante $t = 10$ s, o motorista pisa no freio, retardando o automóvel com uma aceleração constante de 6,0 m/s². Qual a distância que o carro percorre, desde este instante, até parar?

Para esta questão, o instante inicial será aquele no qual a velocidade era de 30 m/s, isto é, $v_0 = 30$ m/s. *Como a velocidade diminui com o passar do tempo, a aceleração é negativa:*

$a = -6,0 \text{ m/s}^2$. *Já que não conhecemos o tempo que o carro gasta para parar, vamos empregar a relação* $v^2 = v_0^2 + 2ad$. *Como estamos procurando o valor da distância d que o carro percorre até parar, teremos* $v = 0$. *Assim*

$$0 = 30^2 + 2\,(-6)\,d \qquad \textit{donde} \qquad d = 75 \text{ m}$$

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

18. Um automóvel, deslocando-se em linha reta, tem sua velocidade variando com o tempo de acordo com a tabela deste exercício.
    a) Em quais intervalos de tempo o movimento do carro possui aceleração?
    b) Em que intervalo a aceleração do carro é nula?
    c) Em que intervalo a aceleração do carro é negativa?
    d) Em que intervalo o movimento é uniformemente acelerado?

t (s)	v (m/s)
0	10
1,0	12
2,0	14
3,0	16
4,0	16
5,0	16
6,0	15
7,0	18
8,0	20

Exercício 18.

19. Na tabela do exercício anterior, considere o intervalo de tempo de $t = 0$ a $t = 3,0$ s.
    a) Qual o valor de Δv neste intervalo?
    b) Usando sua resposta à questão anterior, calcule a aceleração do carro neste intervalo.
    c) Expresse, em palavras (como foi feito no exemplo 1), o que significa o resultado que você encontrou em (b).

20. Um corpo em movimento retilíneo uniformemente acelerado possui, no instante $t = 0$, uma velocidade inicial $v_0 = 5,0$ m/s e sua aceleração é $a = 1,5$ m/s^2.
    a) Calcule o *aumento* da velocidade do corpo no intervalo de zero a 8,0 s.
    b) Calcule a velocidade do corpo no instante $t = 8,0$ s.
    c) Desenhe o gráfico $v \times t$ para o intervalo de tempo considerado.
    d) O que representa a inclinação deste gráfico?

21. Como vimos, a fórmula $d = v_0 t + (1/2)\,at^2$ foi obtida calculando-se a área sob o gráfico $v \times t$.
    a) Copie em seu caderno a fig. 2-14-b e assinale a parte da área sob o gráfico que corresponde à parcela $v_0 t$. Faça o mesmo para a parcela $(1/2)\,at^2$.
    b) Use a fórmula citada para calcular a distância que o corpo do exercício anterior percorreu no intervalo de zero a 8,0 s.

22. a) Um corpo em movimento uniformemente variado, com velocidade inicial v_0 e aceleração a, percorre uma distância d. Qual a equação que nos permite calcular a velocidade no fim do percurso em função destes dados? (Observe que o tempo t não é um dado do problema.) •
    b) Um carro está se movendo com uma velocidade de 12 m/s. Em um certo instante ($t = 0$) o motorista pisa no freio, fazendo com que o carro adquira um movimento uniformemente retardado, com uma aceleração cujo valor numérico é 1,0 m/s^2. Calcule a velocidade deste automóvel após percorrer uma distância de 40 m a partir do início da freada.

23. Um corpo, partindo do repouso, desloca-se em linha reta com aceleração constante, sendo d a distância que ele percorre em um tempo t.
    a) Indique a maneira correta de expressar a relação entre d e t; "d é diretamente proporcional a t"; "d é proporcional ao quadrado de t"; "d é inversamente proporcional a t".
    b) Faça um desenho mostrando o aspecto do gráfico $d \times t$. Como se denomina esta curva?

2.5. Queda livre

QUEDA DOS CORPOS

Entre os diversos movimentos que ocorrem na natureza, houve sempre interesse no estudo do movimento de queda dos corpos próximos à superfície da Terra. Quando abandonamos um objeto (uma pedra, por exemplo) de uma certa altura, podemos verificar que, ao cair, sua velocidade cresce, isto é, o seu movimento é acelerado. Se lançarmos o objeto para cima, sua velocidade diminui gradualmente até se anular no ponto mais alto, isto é, o movimento de subida é retardado (fig. 2-16). As características destes movimentos de subida e descida foram objeto de estudo desde tempos bastante remotos.

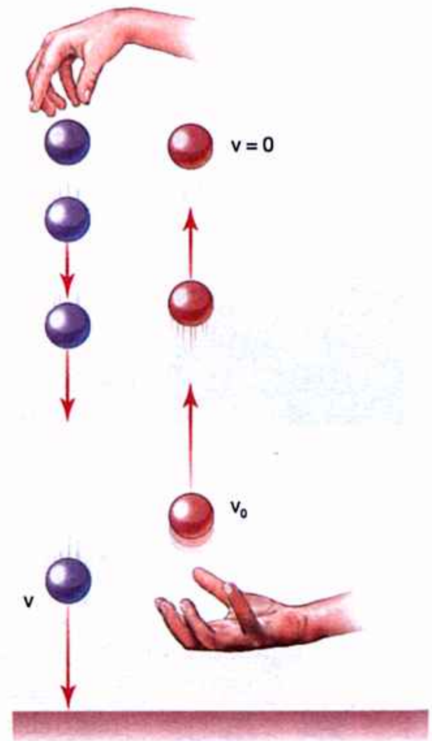


Fig.2-16: ***Desprezando os efeitos da resistência do ar, quando um corpo cai, sua velocidade aumenta continuamente. Se ele for arremessado para cima, sua velocidade diminui, anulando-se no ponto mais alto.***

ARISTÓTELES E A QUEDA DOS CORPOS

O grande filósofo Aristóteles, aproximadamente 300 anos antes de Cristo, acreditava que, abandonando corpos leves e pesados de uma mesma altura, seus tempos de queda não seriam iguais: os corpos mais pesados alcançariam o solo antes dos mais leves. A crença nesta afirmação perdurou durante quase dois mil anos, sem que se tivesse procurado verificar a sua veracidade através de medidas cuidadosas. Isto ocorreu em virtude da grande influência do pensamento aristotélico em várias áreas do conhecimento. Um estudo mais minucioso do movimento de queda dos corpos só veio a ser realizado pelo grande físico Galileu Galilei, no século XVII.

Aristóteles (384-322 a.C.)

Nascido na Macedônia, seguiu, aos 17 anos, para Atenas a fim de estudar com Platão. Foi um dos maiores pensadores de todos os tempos, cuja obra abrangeu a psicologia, a lógica, a moral, a ciência política, a biologia etc. Os ensinamentos de Aristóteles constituíram as bases da Filosofia e da Ciência que dominaram o mundo até o século XVII.

Science Photo Library/Stock Photos

GALILEU E A QUEDA DOS CORPOS

Galileu é considerado o introdutor do *método experimental* na Física, acreditando que qualquer afirmativa relacionada com um fenômeno deveria estar fundamentada em experiências e em observações cuidadosas. Este método de estudo dos fenômenos da natureza não era adotado até então e, por isso mesmo, várias conclusões de Galileu entraram em choque com os ensinamentos de Aristóteles.

Estudando a queda dos corpos através de experiências e medidas precisas, Galileu chegou à conclusão de que,

> **abandonados de uma mesma altura, um corpo leve e um corpo pesado caem simultaneamente, atingindo o chão no mesmo instante.**

contrariamente ao que pensava Aristóteles.

Hulton/Getty Images

Galileu Galilei (1564-1642)

Veja o Tópico Especial no final deste capítulo.

Contam que Galileu subiu ao alto da torre de Pisa e, para demonstrar experimentalmente sua afirmativa, abandonou várias esferas de pesos diferentes, que atingiram o chão simultaneamente (fig. 2-17). Apesar da evidência das experiências realizadas por Galileu, muitos dos seguidores do pensamento aristotélico não se deixaram convencer, sendo Galileu alvo de perseguições por pregar idéias consideradas revolucionárias.

Kevin Galvin/The Stock Market/Contexto

Fig.2-17: ***A famosa torre inclinada de Pisa, cuja altura é de, aproximadamente, 45 m. Conta-se que, do alto dessa torre, Galileu realizou sua célebre experiência sobre a queda dos corpos.***

QUEDA LIVRE

Como você já deve ter visto muitas vezes, ao deixarmos cair uma pedra e uma pena, a pedra cai mais depressa, como afirmava Aristóteles. Entretanto, podemos mostrar que isto se dá porque o ar exerce um efeito retardador na queda de qualquer objeto e que este efeito exerce maior influência sobre o movimento da pena do que sobre o movimento da pedra. De fato, se deixarmos cair a pedra e a pena dentro de um tubo, do qual se retirou o ar (foi feito vácuo no tubo), verificamos que os dois objetos caem simultaneamente, como afirmava Galileu (fig. 2-18).

Então, a afirmativa de Galileu só seria válida para os corpos em queda no vácuo. Observamos, entretanto, que a resistência do ar só retarda sensivelmente certos corpos, como uma pena, um pedaço de algodão ou uma folha de papel, sendo desprezível para outros, mais pesados, como uma pedra, uma esfera de metal ou até mesmo um pedaço de madeira. Então, para estes últimos, a queda no ar ocorre, praticamente, como se os corpos estivessem caindo no vácuo; isto é, abandonados de uma mesma altura, no ar, estes corpos caem simultaneamente, como afirmava Galileu.

O movimento de queda dos corpos no vácuo ou no ar, quando a resistência do ar é desprezível, é denominado *queda livre*.

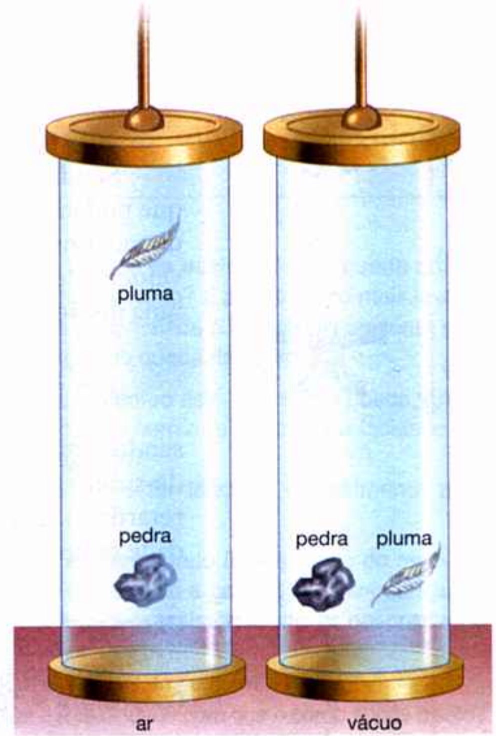


Fig.2-18: *No vácuo, uma pedra e uma pena caem com a mesma aceleração.*

A ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE

Conforme já foi dito, o movimento de queda livre é acelerado. Com suas experiências, Galileu conseguiu verificar que o movimento é *uniformemente acelerado*, isto é, durante a queda o corpo cai com *aceleração constante*. Esta aceleração, denominada *aceleração da gravidade*, é representada normalmente por g e, pelo que já vimos, podemos concluir que o seu valor é o mesmo para todos os corpos em queda livre.

A determinação do valor de g pode ser feita de várias maneiras. Por exemplo, usando técnicas modernas, podemos obter uma fotografia como a da fig. 2-19. Esta foto mostra as posições sucessivas de duas esferas, de pesos diferentes, em queda livre. Vemos claramente que estas esferas abandonadas no mesmo instante caem simultaneamente, como previra Galileu. Como as posições sucessivas foram fotografadas em intervalos de tempo iguais, é possível verificar, através da foto, que a aceleração é constante. Uma análise cuidadosa de fotos como esta nos permite obter o valor da aceleração da gravidade, o qual resulta ser, aproximadamente,

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

isto é, quando um corpo está em queda livre, sua velocidade aumenta de 9,8 m/s em cada 1 s

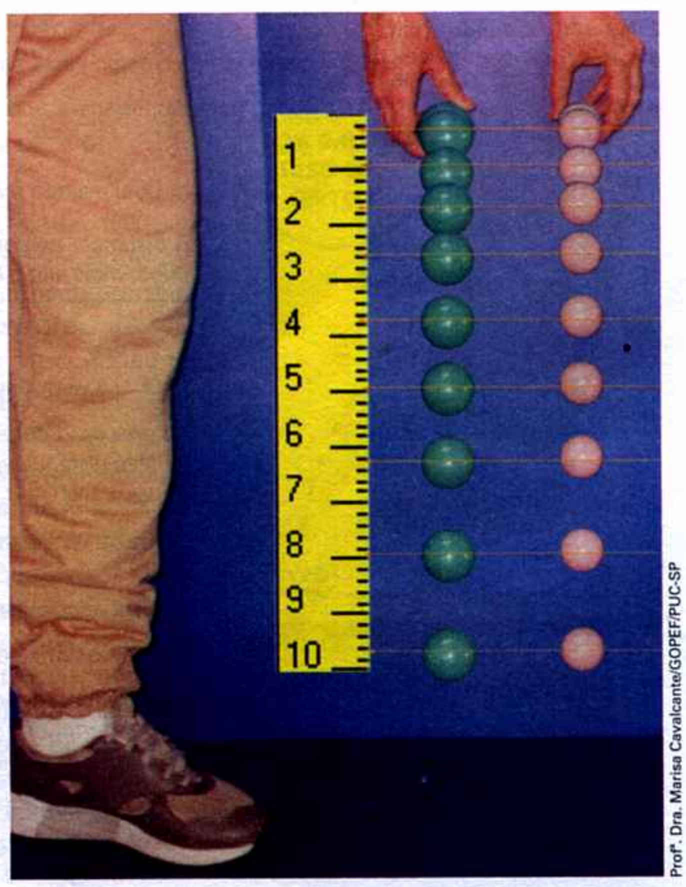


Fig.2-19: *Esta fotografia mostra as posições sucessivas de duas esferas, de pesos diferentes, em queda livre. Observe que elas caem simultaneamente, como previra Galileu.*

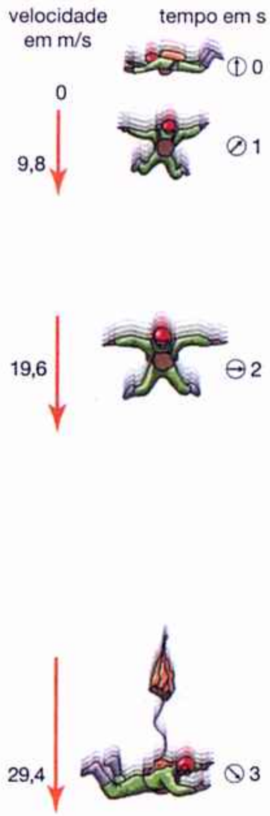


Fig.2-20: Quando um corpo cai em queda livre, sua velocidade aumenta de 9,8 m/s em cada 1 s.

(fig. 2-20). Se o corpo for lançado verticalmente para cima, sua velocidade *diminui* de 9,8 m/s em cada 1 s.

AS EQUAÇÕES DA QUEDA LIVRE

Sendo o movimento de queda livre uniformemente acelerado, é evidente que podemos aplicar a ele as equações estudadas na secção anterior para este tipo de movimento. Assim, supondo que um corpo seja lançado para baixo com uma velocidade inicial v_0 (fig. 2-21), após cair durante um tempo t e ter percorrido uma distância d, são válidas as equações

$$v = v_0 + at, \qquad d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{e} \qquad v^2 = v_0^2 + 2ad$$

sendo $a = g$. Estas mesmas equações podem ser empregadas para o movimento de subida, bastando lembrar que, neste caso, o movimento é uniformemente retardado (a aceleração será negativa pois convencionamos considerar a velocidade sempre como positiva).

Exemplo

Um corpo é lançado verticalmente para cima com uma velocidade inicial $v_0 = 30$ m/s. Considere $g = 10$ m/s^2 e despreze a resistência do ar.

a) Qual será a velocidade do corpo 2,0 s após o lançamento?

A velocidade será dada por $v = v_0 + at$ *e, como o movimento é retardado, temos* $a = -10$ m/s^2. *Então*

$$v = 30 - 10 \times 2{,}0 \qquad \textit{ou} \qquad v = 10 \text{ m/s}$$

b) Quanto tempo o corpo gasta para atingir o ponto mais alto de sua trajetória?

No ponto mais alto, temos $v = 0$ *e, então, a equação* $v = v_0 + at$ *nos fornece*

$$0 = 30 - 10\,t \qquad \textit{donde} \qquad t = 3{,}0 \text{ s}$$

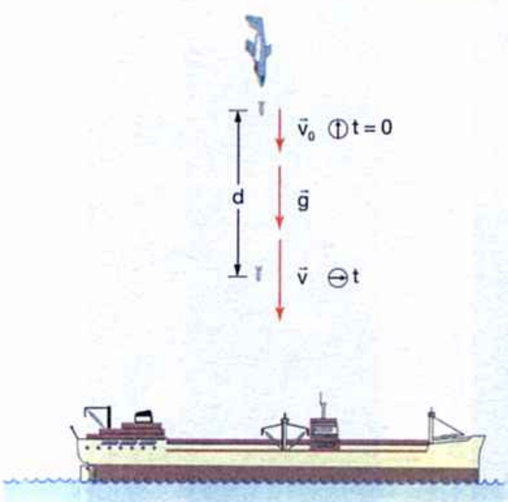


Fig.2-21: No movimento de queda livre são válidas as equações que estabelecemos para o movimento uniformemente variado, sendo $a = g$.

c) Qual a altura máxima alcançada pelo corpo?

A distância percorrida é dada por $d = v_0 t + (1/2)\,at^2$. *Como para atingir o ponto mais alto o tempo gasto é* $t = 3{,}0$ s, *teremos, para a altura máxima,*

$$d = 30 \times 3{,}0 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3{,}0^2 \qquad \textit{ou} \qquad d = 45 \text{ m}.$$

d) Qual a velocidade com que o corpo retorna ao ponto de lançamento?

Ao descer, o corpo parte do repouso no ponto mais alto e vai percorrer a mesma distância que percorreu ao subir. Então, na equação $v^2 = v_0^2 + 2ad$, *temos* $v_0 = 0$, $d = 45$ m *e* $a = g = 10$ m/s^2. *Logo*

$$v^2 = 2 \times 10 \times 45 \qquad \textit{donde} \qquad v = 30 \text{ m/s}.$$

Como você pode perceber, o corpo retorna ao ponto de partida com a mesma velocidade com que foi lançado.

e) Quanto tempo o corpo gasta para descer?

Este tempo poderá ser obtido da equação $v = v_0 + at$, *onde* $v_0 = 0$ *(o corpo parte do repouso no ponto mais alto),* $v = 30$ m/s *(conforme obtivemos na questão anterior) e* $a = 10$ m/s^2. *Teremos*

$$30 = 10\,t \qquad \textit{donde} \qquad t = 3{,}0 \text{ s}$$

Observe, pois, que quando um corpo é lançado para cima o tempo de descida é igual ao tempo de subida.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

24. Um livro pesado e uma folha de papel são abandonados, simultaneamente, de uma mesma altura.
    a) Se a queda for no ar, qual deles chega primeiro ao solo?
    b) E se a queda for no vácuo?
    c) Por que as duas experiências apresentam resultados diferentes?
25. a) Um corpo é abandonado de uma certa altura e cai verticalmente. Em que condições podemos considerar que este corpo está em queda livre?
    b) Qual é o tipo de movimento de um corpo que está caindo em queda livre?
26. Dois corpos, sendo um deles mais pesado do que o outro, estão em queda livre nas proximidades da superfície da Terra.
    a) Qual é o valor da aceleração de queda para o corpo mais pesado? E para o corpo mais leve?
    b) Como é denominada e como se representa esta aceleração de queda dos corpos?
27. a) Quando um corpo está caindo em queda livre, o que acontece com o valor de sua velocidade em cada segundo?
    b) E se o corpo for lançado verticalmente para cima?
28. Um corpo é abandonado (isto é, parte do repouso) do alto de um edifício e gasta 3,0 s para chegar ao solo. Considere a resistência do ar desprezível e $g = 10\ m/s^2$.
    a) Qual é a altura do edifício?
    b) Qual é a velocidade com que o corpo atinge o solo?

um tópico especial para você aprender um pouco mais

2.6. Galileu Galilei

GALILEU: DA MEDICINA PARA A FÍSICA

O grande físico e astrônomo italiano, Galileu Galilei, nasceu em Pisa no ano de 1564, filho de uma família pobre da nobreza de Florença. O jovem Galileu, aos 17 anos, foi encaminhado por seu pai para o estudo de Medicina, por ser uma profissão lucrativa. Entretanto, a carreira médica não foi muito atraente para Galileu e seu espírito irrequieto fez com que ele se interessasse por outros tipos de problemas.

Conta-se que, certa vez, observando despreocupadamente as oscilações de um lustre da Catedral de Pisa, interessou-se em medir o tempo de cada oscilação, comparando-o com a contagem do número de batidas de seu próprio pulso (naquela época não haviam ainda sido inventados os relógios e cronômetros). Verificou, com surpresa, que embora as oscilações se tornassem cada vez menores, o tempo de cada oscilação permanecia sempre o mesmo. Repetindo a experiência em sua casa, usando um pêndulo (uma pedra atada à extremidade de um fio) este resultado foi confirmado, verificando ainda que o tempo de uma oscilação dependia do comprimento do fio. Estas descobertas levaram Galileu a propor o uso de um pêndulo de comprimento padrão para a medida da pulsação de pacientes. O uso deste aparelho tornou-se muito popular entre os médicos da época.

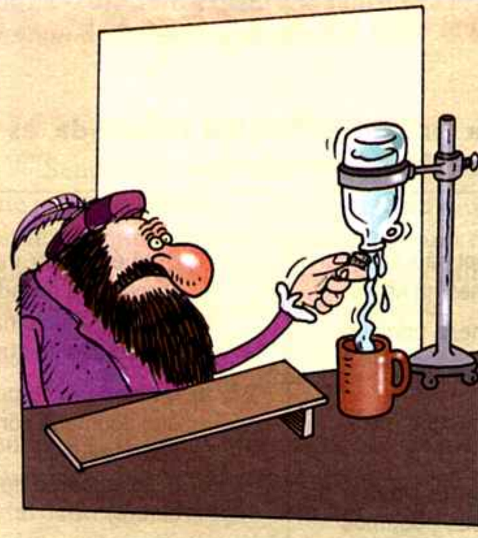


Fig.2-22: *Galileu verificou experimentalmente que o movimento de um corpo, descendo em um plano inclinado, é uniformemente acelerado. Para se ter uma idéia das dificuldades enfrentadas por Galileu, basta lembrar que ele media o tempo com um "relógio de água", isto é, determinava a quantidade de água que escoava de um recipiente, enquanto o corpo descia o plano.*

Esta foi a última contribuição de Galileu para a Medicina, pois o estudo do pêndulo e de outros dispositivos mecânicos alteraram completamente sua orientação profissional. Após alguma discussão com seu pai, ele modificou seus planos acadêmicos e começou a estudar Matemática e Ciências.

O PÊNDULO E A QUEDA LIVRE

Em suas experiências com o pêndulo, Galileu descobriu um outro fato importante: o tempo de uma oscilação não depende do peso do corpo suspenso na extremidade do fio, isto é, o tempo de oscilação é o mesmo tanto para um corpo leve quanto para um corpo pesado.

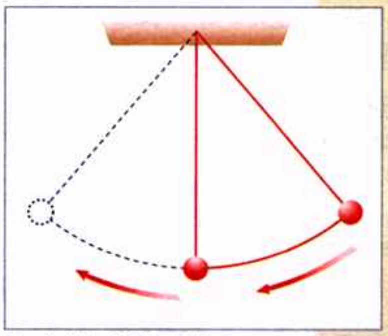
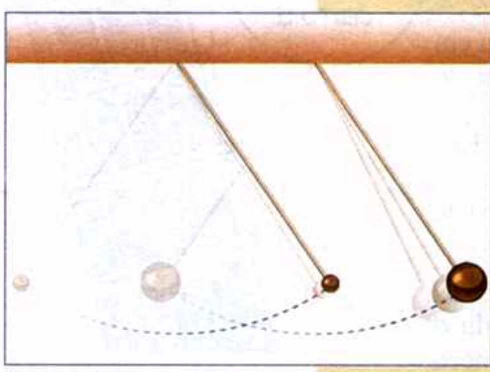


Fig.2-23: *Galileu chegou a conclusões sobre a queda livre, observando o movimento de um pêndulo.*

Esta descoberta levou Galileu a fazer o seguinte raciocínio: uma pedra leve e uma pedra pesada, oscilando na extremidade de um fio, gastam o mesmo tempo para "cair", isto é, para se deslocar da posição mais alta até a posição mais baixa da trajetória (fig. 2-23). Então, como o movimento pendular e a queda livre são ambos provocados pela mesma causa (gravidade), se essas duas pedras forem abandonadas livremente de uma certa altura, elas deverão também cair simultaneamente, gastando ambas o mesmo tempo para chegar ao solo. Esta conclusão era contrária aos ensinamentos de Aristóteles (como vimos neste capítulo) e, para comprová-la, conta-se que Galileu teria realizado a famosa experiência da torre de Pisa (veja a secção 2.5).



Os dois pêndulos da figura têm o mesmo comprimento, mas suas massas são diferentes. Procura-se ilustrar que, partindo juntos de uma mesma altura, eles oscilam juntos, isto é, os dois pêndulos têm o mesmo período, independentemente de suas massas (procure realizar esta experiência).

Alguns historiadores duvidam que Galileu tenha realmente realizado esta experiência, mas não há dúvida de que ele efetivamente realizou várias experiências, observando objetos diferentes em queda e pêndulos em oscilação, talvez em sua própria residência. Em outras palavras, Galileu fundamentava suas conclusões em experiências e observações cuidadosas, aliadas a um raciocínio lógico. Este modo de proceder constitui a base do método experimental, introduzido por ele no estudo dos fenômenos naturais, sendo por isto considerado o precursor da grande revolução verificada na Física a partir do século XVII.

DESCOBERTAS NA ASTRONOMIA

Além de seus trabalhos no campo da Mecânica, Galileu deu também enorme contribuição para o desenvolvimento da Astronomia. Em virtude de sua grande habilidade experimental, ele conseguiu construir o primeiro telescópio para uso em observações astronômicas. Com este instrumento, realizou uma série de descobertas, quase todas contrariando as crenças filosóficas e religiosas da época, as quais eram baseadas nos ensinamentos de Aristóteles.

Entre estas descobertas de Galileu podemos destacar:

- percebeu que a superfície da Lua é rugosa e irregular e não lisa e perfeitamente esférica como se acreditava;
- descobriu quatro satélites girando ao redor de Júpiter, contrariando a idéia aristotélica de que todos os astros deviam girar em torno da Terra. Alguns filósofos da época recusavam-se a olhar através do telescópio, para não serem obrigados a se curvar diante da realidade, chegando a afirmar que aquelas observações eram irreais e não passavam de truques criados por Galileu;
- verificou que o planeta Vênus apresenta fases (como as da Lua) e esta observação levou-o a concluir que Vênus gira em torno do Sol, como afirmava o astrônomo Copérnico em sua teoria heliocêntrica (fig. 2-24).

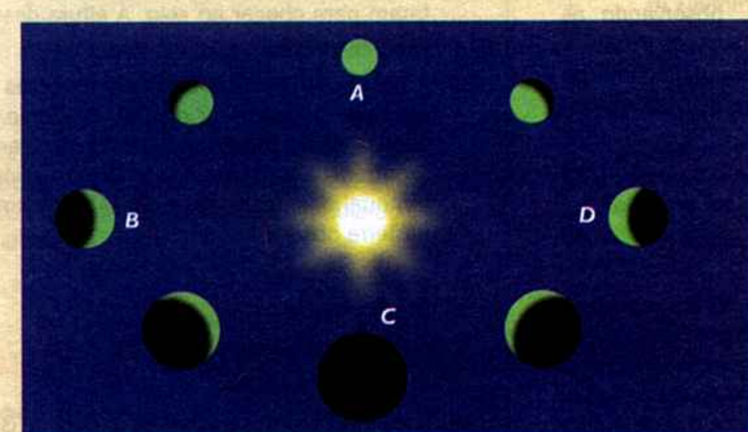


Fig.2-24: *As fases de Vênus, vistas da Terra, enquanto gira em torno do Sol.*

A partir destas descobertas, Galileu passou a defender e a divulgar a teoria de que a Terra, assim como os demais planetas, se move em torno do Sol. Estas idéias foram apresentadas em sua obra *Diálogos sobre os Dois Grandes Sistemas do Mundo* publicada em 1632.

Capa da obra *Diálogos Sobre os Dois Grandes Sistemas do Mundo*, **na qual Galileu defendia a teoria heliocêntrica.**

GALILEU E A INQUISIÇÃO

As conseqüências do grande tumulto produzido pela ampla divulgação deste livro são bastante conhecidas. A obra foi condenada pela Igreja, Galileu foi taxado de herético, preso e submetido a julgamento pela Inquisição em 1633. Para evitar que fosse condenado à morte (queimado vivo) Galileu se viu obrigado a renegar suas idéias através de uma "confissão", lida em voz alta perante o Santo Conselho da Igreja.

Ainda assim, ele foi condenado por heresia e obrigado a permanecer confinado em sua casa, perto de Florença, impedido de se afastar daquele local, até o fim de sua vida. Apesar de quase cego e muito doente, a prodigiosa atividade mental de Galileu permaneceu inalterada e, em 1638, era publicada sua última obra, intitulada *Duas Novas Ciências*, na qual ele lançava as bases da Mecânica. Três anos mais tarde, ainda em atividade, sugerindo aos cientistas da época várias idéias em torno de seus trabalhos, morria Galileu, completamente cego, a 8 de janeiro de 1642.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

29. a) Quais as duas cidades italianas, citadas no texto desta secção, muito relacionadas com a vida e a obra de Galileu?
    b) Procure localizar estas cidades em um mapa da Itália.

30. a) Qual foi a descoberta feita por Galileu sobre o movimento de um pêndulo, observando as oscilações de um lustre na Catedral de Pisa?
    b) Realizando experiências, Galileu descobriu um fator que influenciava no tempo de oscilação de um pêndulo. Qual é este fator?

31. a) Qual era o "cronômetro" usado por Galileu para medir o tempo de oscilação de um pêndulo?
    b) Com que objetivo Galileu sugeriu o uso do pêndulo na Medicina?

32. a) Suponha que Galileu, na experiência representada na fig. 2-23, tenha inicialmente usado uma esfera de 50 gramas de massa e observado que o tempo de oscilação desse pêndulo era de 1,5 s. Substituindo a esfera por outra, de massa igual a 100 gramas (mantendo o fio com o mesmo comprimento), o tempo de oscilação deste novo pêndulo seria maior, menor ou igual a 1,5 s?
    b) Observações como aquelas feitas na experiência da questão (a) levaram Galileu a uma importante conclusão sobre a queda livre dos corpos. Qual foi esta conclusão?

33. Calcule o tempo aproximado que os corpos abandonados por Galileu, do alto da Torre de Pisa, gastaram para chegar ao solo. A altura dessa torre é cerca de 45 m.

34. A fig. 2-24 mostra Vênus em diversas posições em seu giro ao redor do Sol. Sabendo-se que o sentido desse movimento, na figura, é anti-horário (contrário ao dos ponteiros de um relógio), diga em qual das posições, *A*, *B*, *C* ou *D*, uma pessoa na Terra observa:
    a) Vênus cheia.
    b) Vênus nova.
    c) Vênus minguante.
    d) Vênus crescente.

35. Faça uma pesquisa sobre as teorias de Galileu que entraram em choque com idéias estabelecidas como dogmas na época e que o levaram a ser condenado pelo Tribunal da Inquisição.

revisão

As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

1. Em que condições podemos considerar um corpo como uma partícula? Dê exemplos.

2. a) O movimento de um corpo depende do referencial no qual ele é observado. Cite exemplos que ilustrem esta afirmação.
   b) Descreva uma situação na qual um corpo se encontra em repouso para um observador, mas em movimento em relação a outro observador.
   c) Quando dizemos que a Terra gira ao redor do Sol, onde estamos supondo que está situado o referencial? E quando dizemos que o Sol gira em torno da Terra?

3. Um corpo está se deslocando em movimento uniforme.
   a) O que podemos dizer sobre o valor de sua velocidade v?
   b) Como é o gráfico $v \times t$?
   c) Qual é a expressão que relaciona a distância percorrida, d, a velocidade v e o tempo de movimento t?
   d) Como é o gráfico $d \times t$?
   e) O que representa a inclinação deste gráfico?

4. a) Dê um exemplo mostrando que a distância percorrida por um carro e a sua posição em uma estrada são conceitos diferentes.
   b) O que você entende quando alguém lhe diz que a velocidade de um carro é negativa?

5. Em um movimento variado:
   a) Em que condição o quociente $\Delta d/\Delta t$ nos fornece o valor da velocidade instantânea?
   b) Como se obtém, no gráfico $d \times t$, o valor da velocidade em um dado instante?
6. Em um movimento qualquer:
   a) Como se define a velocidade média de um corpo em um certo percurso?
   b) Como podemos calcular a distância percorrida pelo corpo através do gráfico $v \times t$?
7. a) Um corpo em movimento retilíneo tem velocidade v_1 no instante t_1 e velocidade v_2 no instante t_2. Como se calcula a aceleração deste corpo?
   b) Explique o que se entende por *movimento acelerado* e por *movimento retardado*. Qual o sinal da aceleração em cada caso?
8. Copie em seu caderno a tabela seguinte e complete-a com as equações estabelecidas neste capítulo para calcular cada grandeza indicada. No caso de uma dada grandeza ser nula ou constante, indique este fato.

Movimento retilíneo uniforme	Movimento retilíneo uniformemente variado
$a =$	$a =$
$v =$	$v =$
$d =$	$v^2 =$
	$d =$

9. Faça um desenho mostrando o aspecto do gráfico $v \times t$ para um movimento retilíneo, com velocidade inicial v_0, supondo que ele seja:
   a) Uniformemente acelerado.
   b) Uniformemente retardado.
10. a) Faça um resumo do que foi exposto na secção 2.5 a respeito das idéias de Aristóteles e Galileu sobre a queda dos corpos.
    b) Na tabela que você completou na questão 8 (desta revisão), quais as equações que se aplicam ao momento de queda livre? Qual é o valor de *a* neste caso?

algumas experiências simples

Para você fazer

Primeira experiência

1º) Deixe cair simultaneamente, de uma mesma altura, duas folhas de caderno (iguais). Observe que, ao cair, elas oscilam levemente em virtude da resistência do ar. Elas chegam, aproximadamente, juntas ao chão?

2º) Amasse uma das folhas fazendo com que ela tome uma forma aproximadamente esférica. Este procedimento altera o peso dessa folha?

Deixe-a cair simultaneamente com a folha não amassada, de uma mesma altura. Elas chegam juntas ao chão? Por que razão as quedas observadas na 1ª e 2ª partes são diferentes?

3º) Deixe cair, simultaneamente, de uma mesma altura, duas folhas iguais abertas. Uma delas deverá ser colocada com seu plano na horizontal, e a outra na vertical. Observe a queda de ambas e tente explicar o que ocorreu.

Segunda experiência

Você poderá verificar facilmente que as idéias de Galileu sobre a queda dos corpos são corretas, realizando a seguinte experiência:

1º) Deixe cair, simultaneamente, de uma mesma altura, um livro pesado e uma folha de papel. Observe a queda de ambos e verifique qual deles chega ao solo em primeiro lugar.

2º) Segure o livro, como mostra a figura, com a folha de papel sobre ele. Solte o livro e observe a queda. O livro e a folha caíram juntos, conforme afirmava Galileu? Explique por que isto não aconteceu quando os objetos caíram separadamente.

Segunda experiência.

3º) Repita a experiência usando, agora, um pedaço de isopor e uma lata vazia (o isopor deve caber, com folga, dentro da lata). Deixe cair ambos, em primeiro lugar separadamente e, depois, colocando o isopor dentro da lata.

Terceira experiência

Entre em um automóvel levando consigo um relógio que marque os segundos (ou um cronômetro) e convide um colega para ajudá-lo nas observações. Procure uma pista reta e horizontal para realizar a experiência.

1º) Peça ao motorista para "arrancar" o mais rapidamente possível, sem mudar de marcha. Anote a velocidade máxima que o carro consegue atingir e o tempo necessário para alcançar esta velocidade.

2º) Com o carro movendo-se a uma certa velocidade, peça ao motorista para tirar o pé do acelerador e meça o tempo decorrido até que a velocidade do carro se reduza à metade do valor inicial.

3º) Com o carro movendo-se a uma certa velocidade, peça ao motorista para freiá-lo, até parar, o mais rapidamente possível.

Anote a velocidade inicial e o tempo necessário para fazer parar o carro.

Usando suas anotações, determine:

a) O valor da velocidade máxima atingida na arrancada, em m/s (lembre-se que 1 m/s = 3,6 km/h).

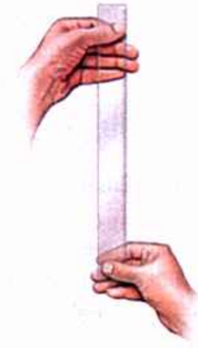
b) O valor da aceleração do carro, suposta constante, durante a arrancada, em m/s^2. Este valor é maior ou menor do que a aceleração da gravidade?

c) O valor da aceleração (em m/s^2), também suposta constante, do movimento retardado do carro, quando o motorista tirou o pé do acelerador.

d) O valor da aceleração (em m/s^2), ainda suposta constante, durante a freada do carro. O valor absoluto dessa aceleração é maior, menor ou igual ao valor da aceleração na "arrancada"?

Quarta experiência

Você pode medir o tempo de reação de um colega, com relativa facilidade, realizando a seguinte experiência:



Quarta experiência.

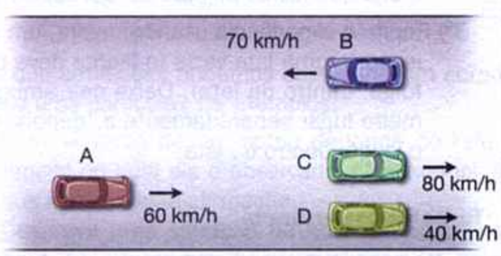
1º) Mantenha uma régua (com cerca de 30 cm) suspensa verticalmente, segurando-a entre seus dedos pela extremidade superior, de modo que o *zero* da régua esteja situado na extremidade inferior (veja a figura).

2º) Peça a seu colega para colocar os dedos de sua mão próximos do zero da régua, sem tocá-la, mas pronto para segurá-la quando perceber que você abandonou a régua, deixando-a cair.

3º) Sem aviso prévio, abandone a régua. Seu colega deve procurar segurá-la o mais rapidamente possível. Observando a posição onde ele conseguiu segurar a régua, você terá a distância que ela percorreu durante a queda, correspondente ao tempo de reação de seu colega. Usando essa medida e os seus conhecimentos de queda livre, determine o tempo de reação do colega. Compare o resultado com os tempos de reação de outros colegas.

problemas e testes

1. Os carros *A*, *B*, *C* e *D*, em um dado instante, estão se movimentando em uma estrada reta e plana, com velocidades e posições indicadas na figura deste problema. Para o motorista do carro *A* (observador em *A*), quais das afirmativas seguintes estão corretas?



Problema 1.

a) O carro *B* está se aproximando a 130 km/h.
b) O carro *D* está se afastando a 20 km/h.
c) O carro *B* está se aproximando a 10 km/h.
d) O carro *D* está se afastando a 100 km/h.
e) O carro *D* está se aproximando a 20 km/h.
f) O carro *C* está se afastando a 20 km/h.

2. A velocidade dos navios é geralmente medida em uma unidade denominada *nó*, cujo valor é cerca de 1,8 km/h. Qual a distância que seria percorrida por um navio, desenvolvendo uma velocidade constante de 20 nós, durante 10 horas?

3. Um trem, cujo comprimento é de 100 m, movendo-se com velocidade constante de 15 m/s, deve atravessar um túnel de 200 m de comprimento. Em um certo instante, a locomotiva está entrando no túnel. Depois de quanto tempo o trem terá saído completamente deste túnel?

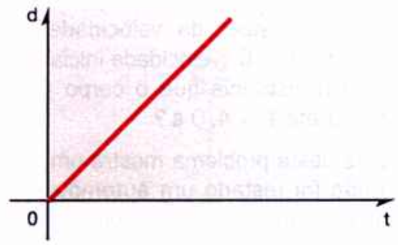
4. Suponha que uma pessoa lhe informe que um automóvel está se movendo em uma estrada, de tal modo que a distância *d* que ele percorre é dada, em função do tempo *t*, pela equação $d = 60\,t$ com t em horas e *d* em km.

Quais das afirmações seguintes são conclusões corretas que você poderá tirar destas informações?

a) O movimento é retilíneo.
b) A velocidade do automóvel é $v = 60$ km/h.
c) A distância d é diretamente proporcional ao tempo *t*.

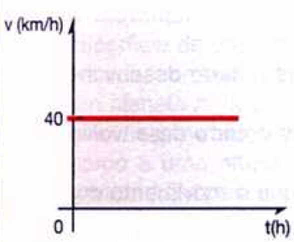
d) A velocidade v do carro é diretamente proporcional ao tempo t.
e) O gráfico $d \times t$ é uma reta passando pela origem.

5. O gráfico $d \times t$ da figura deste problema refere-se ao movimento de um certo corpo.
a) Podemos afirmar que o movimento é uniforme?
b) Podemos afirmar que o movimento é retilíneo?

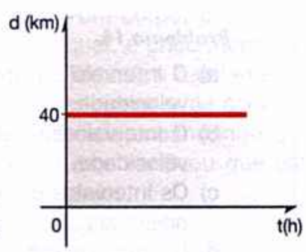


Problema 5.

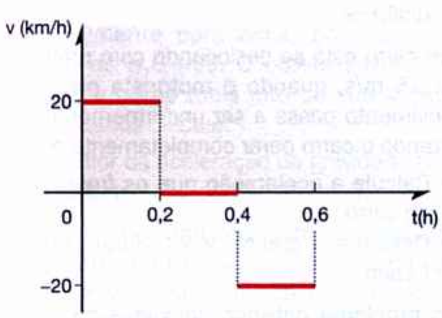
6. Observe a figura deste problema e diga qual é a velocidade do corpo:
a) Para o caso representado no gráfico (*a*).
b) Para o caso representado no gráfico (*b*).



Problema 6-a.



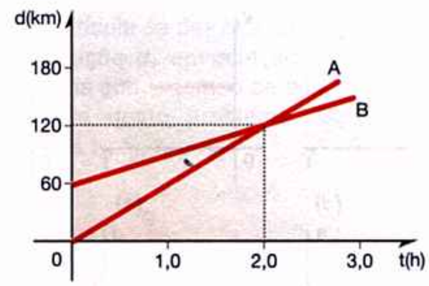
Problema 6-b.



Problema 7.

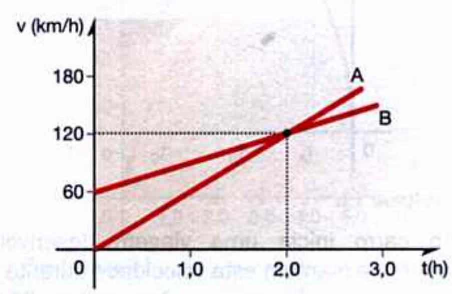
7. O movimento de um carro em uma estrada está representado na figura deste problema. Entre as afirmativas seguintes, relacionadas com este movimento, assinale aquela que está *errada*.
a) De $t = 0,2$ h a $t = 0,4$ h, o carro permaneceu parado.
b) A distância total percorrida pelo carro foi de 8,0 km.
c) No instante $t = 0,6$ h, o carro estava de volta à posição inicial.
d) O carro percorreu 4,0 km em um sentido e 4,0 km em sentido contrário.
e) No instante $t = 0$ o carro se encontrava no quilômetro 20 e no instante $t = 0,6$ h o carro estava no quilômetro – 20.

8. Construa o gráfico *posição* $\times$ *tempo* ($d \times t$) para o movimento descrito a seguir: um automóvel parte do quilômetro zero de uma estrada, desenvolvendo 100 km/h durante 1,0 h; permanece parado durante 0,5 h; retorna a 50 km/h durante 1,0 h; torna a parar durante 0,5 h e, finalmente, volta ao ponto de partida ainda a 50 km/h.



Problema 9.

9. Dois automóveis, *A* e *B*, deslocam-se em uma mesma estrada. Na figura deste problema mostramos a posição de cada um, em relação ao começo da estrada, em função do tempo. Analise as afirmações seguintes, relacionadas com o movimento destes carros e assinale aquelas que são corretas.
a) No instante $t = 0$, *A* se encontra no quilômetro zero e *B*, no quilômetro 60.
b) Ambos os carros se deslocam com movimento uniforme.
c) De $t = 0$ a $t = 2,0$ h, *A* percorreu 120 km e *B* percorreu 60 km.
d) A velocidade de *A* é 60 km/h e a de *B* é 30 km/h.
e) *A* alcança *B* no instante $t = 2,0$ h, ao passarem pelo marco de 120 km.

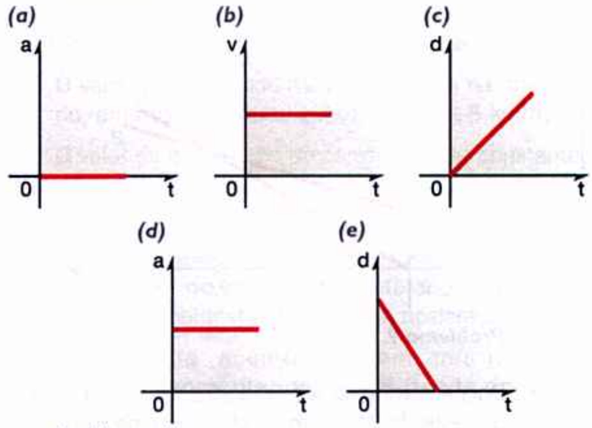


Problema 10.

10. Os carros *A* e *B* deslocam-se em uma mesma estrada reta de acordo com o gráfico da figura deste problema. Em $t = 0$, ambos se encontram no quilômetro zero. Analise as afirmações seguintes, relacionadas com o movimento destes carros e assinale aquelas que são corretas.
a) Em $t = 0$, temos $v_A = 0$ e $v_B = 60$ km/h.

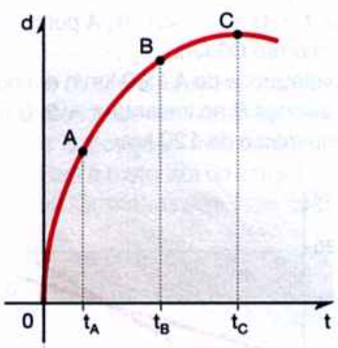
b) Ambos os carros se deslocam com movimento uniformemente acelerado.
c) De $t = 0$ a $t = 2,0$ h, A percorreu 120 km e B percorreu 180 km.
d) A e B têm velocidades constantes, sendo $v_A = 60$ km/h e $v_B = 30$ km/h.
e) A alcança B em $t = 2,0$ h.

11. Analise os gráficos seguintes e assinale aquele que *não* pode corresponder a um movimento retilíneo uniforme.



Problema 11.

12. Na figura deste problema mostramos o gráfico *posição × tempo* para um corpo em movimento variado.
a) A velocidade do corpo no instante t_A é maior, menor ou igual à velocidade no instante t_B?
b) Qual é a velocidade do corpo no instante t_C?



Problema 12.

13. Um carro inicia uma viagem desenvolvendo 30 km/h e mantém esta velocidade durante 4,0 h. Em seguida, ele passa a desenvolver 80 km/h, viajando durante 1,0 h com esta velocidade.
a) Calcule a velocidade média do carro no percurso total.
b) Um estudante calculou a velocidade média do carro como sendo a média aritmética das duas velocidades desenvolvidas. O estudante estava certo?

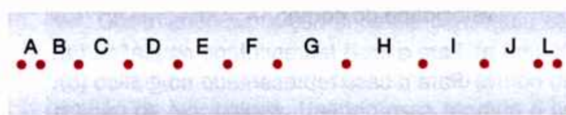
14. Um corpo cuja aceleração é nula pode estar em movimento? Justifique sua resposta.

15. A tabela seguinte fornece, em vários instantes, os valores da velocidade de um corpo que se desloca em linha reta.

t (s)	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
v (m/s)	5,0	8,0	11,0	14,0	17,0

a) Qual o tipo de movimento deste corpo?
b) Qual o valor de sua aceleração?
c) Qual é o valor da velocidade do corpo no instante $t = 0$ (velocidade inicial)?
d) Qual a distância que o corpo percorre desde $t = 0$ até $t = 4,0$ s?

16. A figura deste problema mostra uma pista horizontal onde foi testado um automóvel. Ao se movimentar, o carro deixa cair sobre a pista, de 1 s em 1 s, gotas de óleo que determinam os intervalos A, B, C etc., mostrados na figura. Sabendo-se que o carro se movimenta de A para L, indique:



Problema 16.

a) O intervalo em que o carro desenvolveu maior velocidade.
b) O intervalo em que o carro desenvolveu menor velocidade.
c) Os intervalos em que o movimento do carro foi acelerado.
d) O intervalo em que o movimento do carro foi retardado.
e) O intervalo em que o movimento do carro foi uniforme.

17. Um carro está se deslocando com uma velocidade de 15 m/s, quando o motorista pisa no freio. O movimento passa a ser uniformemente retardado, fazendo o carro parar completamente em 3,0 s.
a) Calcule a aceleração que os freios imprimiram ao carro.
b) Desenhe o gráfico $v \times t$ durante o tempo da freada.

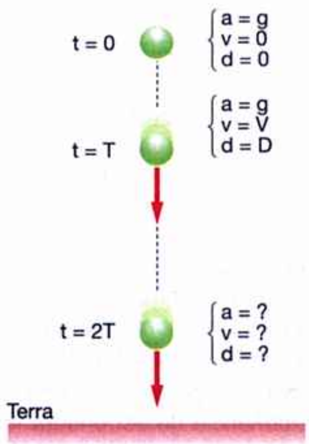
18. No problema anterior, calcule a distância que o carro percorreu durante a freada:
a) A partir da área sob o gráfico $v \times t$.
b) Usando a equação $d = v_0t + (1/2)\,at^2$. Compare este resultado com aquele obtido em (a).

19. Uma pessoa lhe fornece a equação do movimento de um corpo que se desloca em linha reta:

$$d = 6,0\,t + 2,5\,t^2 \quad (t \text{ em s e } d \text{ em m}).$$

A partir desta informação, determine:
a) O tipo de movimento do corpo.
b) A velocidade inicial do corpo.
c) A aceleração do movimento.

20. A figura deste problema mostra um corpo que partiu do repouso em queda livre nas proximidades da superfície da Terra. Observe, no instante $t = T$, os valores de a, v e d para este corpo. A partir destes dados, determine os valores de a, v e d no instante $t = 2T$.



Problema 20.

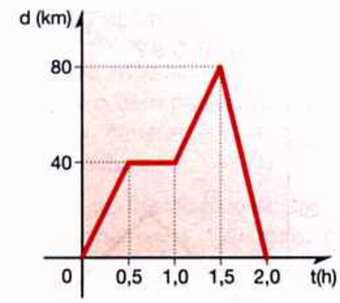
21. O movimento de queda de um corpo, próximo à superfície de um astro qualquer, é uniformemente variado, como acontece na Terra. Um habitante de um planeta X, desejando medir o valor da aceleração da gravidade neste planeta, abandonou um corpo a uma altura de 64 m e verificou que ele gastou 4,0 s para chegar ao solo.
   a) Qual o valor de g no planeta X?
   b) Qual a velocidade com que o corpo chegou ao solo do planeta?

22. Um astronauta, na Lua, arremessou um objeto verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de 8,0 m/s. O objeto gastou 5,0 s para atingir o ponto mais alto de sua trajetória. Com estes dados calcule:
   a) O valor da aceleração da gravidade na Lua.
   b) A altura que o objeto alcançou.

23. Suponha que um objeto fosse arremessado verticalmente para cima, na superfície da Terra, com a mesma velocidade inicial do problema anterior. Calcule a altura que ele atingiria e compare com a altura atingida na Lua.

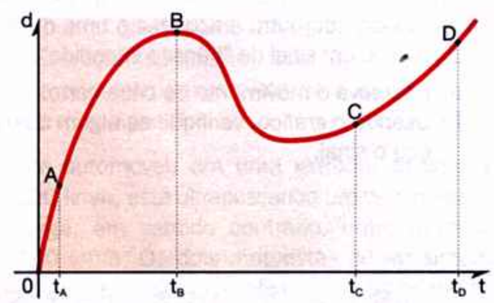
24. Para a situação descrita no problema 22, determine:
   a) A velocidade com que o objeto retorna à mão do astronauta.
   b) Durante quanto tempo o objeto ficou fora da mão do astronauta.

25. A posição d de um automóvel em uma estrada varia com o tempo t de acordo com o gráfico da figura deste problema.
   a) Descreva o movimento do automóvel.
   b) Construa o gráfico $v \times t$ para este movimento.



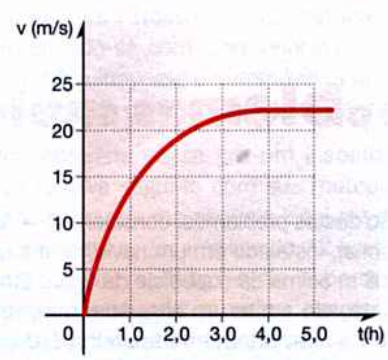
Problema 25.

26. Uma partícula se desloca ao longo de uma reta. Sua posição d, em relação a um ponto O da reta, varia com o tempo de acordo com o gráfico da figura deste problema. Considerando os instantes t_A, t_B, t_C e t_D:



Problema 26.

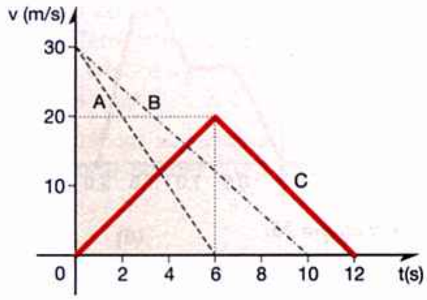
   a) Em qual deles a partícula se encontra mais próxima de O? e mais afastada?
   b) Coloque em ordem crescente os valores da velocidade da partícula nestes instantes.



Problema 27.

27. A figura deste problema é um gráfico $v \times t$ para um automóvel ao arrancar diante de um sinal de tráfego, quando a luz verde se acendeu.
   a) Qual a distância equivalente à área de cada malha do quadriculado?
   b) Calcule a distância que o carro percorreu até o instante $t = 5,0$ s, através da contagem do número de malhas sob o gráfico.

c) Qual foi a velocidade média do carro no intervalo de $t = 0$ a $t = 5{,}0$ s?



Problema 28.

28. Os movimentos de três carros *A*, *B* e *C*, em uma rua, estão representados no gráfico $v \times t$ da figura deste problema. No instante $t = 0$, os três carros estão um ao lado do outro e situados a uma distância de 140 m de um sinal de "trânsito impedido".
    a) Descreva o movimento de cada carro.
    b) Usando o gráfico, verifique se algum deles avançou o sinal.

29. Míriam, a namorada do Super-homem, é empurrada do alto de um edifício de 180 m de altura e cai em queda livre. O Super-homem chega ao alto do edifício 4,0 s após o início da queda de Míriam e parte, com velocidade constante, para salvá-la. Qual o mínimo valor da velocidade que o Super-homem deve desenvolver para alcançar sua namorada antes que ela chegue ao solo? (Considere $g = 10$ m/s^2.)

30. a) O astronauta Scott, da Apolo-15, na superfície da Lua, abandonou uma pena e um martelo, de uma mesma altura e, ao verificar que os objetos chegaram juntos ao solo, exclamou: "Não é que o Sr. Galileu tinha razão?!". Como você explicaria o fato de os dois objetos caírem simultaneamente? Por que, na Terra, normalmente, a pena cai mais lentamente do que o martelo?
    b) Um jornal da época, comentando o fato, afirmava: "A experiência do astronauta mostra a grande diferença entre os valores da aceleração da gravidade na Terra e na Lua". Critique este comentário do jornal.

questões de vestibular

As questões de vestibular se encontram no final do livro.

problemas suplementares

(Na solução destes problemas, considere $g = 10$ m/s^2.)

1. Um sonar, instalado em um navio, está a uma altura de 6,8 m acima da superfície da água. Em um dado instante, ele emite um ultra-som que, refletido no fundo do mar, retorna ao aparelho 1,0 s após sua emissão. Sabe-se que o ultra-som se propaga com velocidade constante em um dado meio e que, no ar, esta velocidade vale 340 m/s, enquanto na água vale $1{,}40 \times 10^3$ m/s. Determine a profundidade local do mar.

2. Duas estradas retilíneas se cortam em ângulo reto. Dois carros, *A* e *B*, partem simultaneamente desse ponto de encontro, cada um em uma estrada, deslocando-se com velocidades constantes $v_A = 15$ m/s e $v_B = 20$ m/s. Depois de quanto tempo a distância entre *A* e *B* será igual a 250 m?

3. Um observador *A*, dentro de um vagão que se desloca horizontalmente em linha reta com velocidade constante de 10 m/s, lança para cima uma esferinha que sobe verticalmente em relação a ele. Um observador *B*, no solo, em repouso em relação à Terra, vê o vagão passar. Sejam v_A e v_B, respectivamente, os valores da velocidade da esfera, em relação a cada observador, no instante em que ela atinge o ponto mais alto de sua trajetória. Quais são os valores de v_A e v_B?

4. O sinal luminoso na tela de um osciloscópio descreve um segmento de reta horizontal, de 5,0 cm de comprimento, a partir do ponto *O*, situado à esquerda do segmento. O gráfico *posição × tempo* desse movimento está representado na figura deste problema.

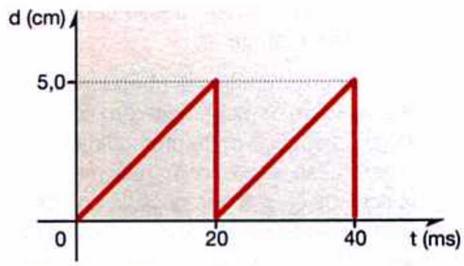
a) Que tipo de movimento o sinal luminoso descreve entre 0 e 20 ms? (1 ms = 10^{-3} s)

b) Qual é, em cm/s, o módulo da velocidade do sinal?

c) Qual é a posição do sinal no instante $t = 4$ ms?

d) O que acontece com o sinal logo após o instante $t = 20$ ms?

e) Qual é a posição do sinal no instante $t = 30$ ms?



Problema suplementar 4.

5. A figura deste problema mostra o gráfico *posição × tempo* para vários automóveis que se deslocam ao longo de uma estrada. As posições são contadas a partir do quilômetro zero da estrada.

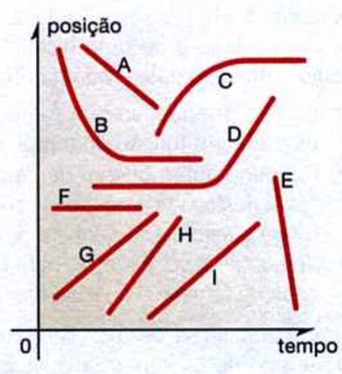
a) Quais os carros que estão sempre se afastando do início da estrada?

b) Qual o carro que desenvolve uma velocidade constante de maior módulo?

c) Quais os carros que possuem a mesma velocidade?

d) Que carro permanece sempre parado?

e) Que carro foi acelerado, a partir do repouso, adquirindo uma velocidade constante?



Problema suplementar 5.

6. Os fabricantes de bons automóveis anunciam que durante uma "arrancada" os carros de sua fabricação são capazes de atingir 100 km/h (a partir do repouso) em 10 s. O módulo da aceleração desse carro (suposta constante) é maior ou menor do que o módulo de aceleração da gravidade? Quantas vezes?

7. Um trem expresso passa por uma certa estação movendo-se a 20 m/s. A próxima estação está a 2,0 km de distância e o trem passa por ela 1,0 minuto após.

a) A velocidade do trem se modificou no trajeto entre as estações? Explique.

b) Se houve modificação, qual foi a velocidade com que o trem passou pela segunda estação? Suponha constante sua aceleração durante todo o trecho.

8. Uma partícula, deslocando-se em movimento retilíneo uniformemente acelerado, percorre 20 cm durante o primeiro segundo de seu movimento e 110 cm durante o décimo segundo. Calcule, para essa partícula:

a) Sua aceleração.

b) Sua velocidade inicial.

9. Um Boeing 747 (Jumbo), para alçar vôo, precisa alcançar uma velocidade de 360 km/h. Sabe-se que os seus reatores são capazes de lhe imprimir, em terra, uma aceleração máxima de 3,0 m/s^2. Supondo que o Jumbo, na pista, desenvolva uma aceleração constante, qual deve ser o mínimo comprimento dessa pista para que seja possível sua decolagem?

10. Um automóvel, em uma estrada, desenvolvendo 120 km/h, está ultrapassando um caminhão quando surge, em sentido contrário, outro automóvel a 100 km/h. Os dois motoristas pisam simultaneamente nos freios, retardando ambos os carros com uma aceleração de módulo igual a 5,0 m/s^2. Qual deve ser a mínima distância entre os carros, no início da freada, para que não haja colisão entre eles?

11. Um automóvel está parado em um sinal luminoso de trânsito. No momento em que se acende a luz verde, o automóvel parte com uma aceleração constante de 2,0 m/s^2. Nesse mesmo instante, um ônibus, deslocando-se com uma velocidade constante de 60 km/h, ultrapassa o automóvel. A que distância de seu ponto de partida o carro alcançará o ônibus?

12. Um motorista passa por um inspetor de trânsito que resolve segui-lo com sua motocicleta, pois a velocidade máxima naquele local era de 60 km/h e o carro estava desenvolvendo 72 km/h. O inspetor, partindo do repouso, inicia a perseguição 10 s após a passagem do carro, desenvolvendo uma aceleração constante. Sabendo-se que ele alcança o motorista a 3,0 km de onde partiu, determine a velocidade do inspetor nesse momento.

13. O maquinista de um trem rápido, movendo-se a 30 m/s, avista na mesma linha, a uma distância de 100 m à sua frente, um trem de carga movendo-se a 10 m/s no mesmo sentido. Imediatamente o maquinista aciona os freios, imprimindo ao trem um movimento uniformemente retardado de aceleração *a*. Qual deve ser o menor valor do módulo de *a* para que os trens não colidam?

14. Um carro, ao ser freado, adquire um movimento uniformemente retardado, cuja aceleração tem um módulo igual a 4,0 m/s^2. O motorista desse carro, que estava se deslocando a 72 km/h, percebeu um obstáculo à sua frente. Acionando os freios, conseguiu parar o carro após um percurso de 60 m, contados a partir do instante em que ele viu o obstáculo. Qual foi o tempo de reação do motorista?

15. Um elevador está parado em um andar de tal modo que o seu piso se encontre a uma distância de 30 m do fundo do poço. Uma pessoa, dentro do elevador, sustenta uma laranja a 2,0 m acima do piso deste elevador. No momento em que o elevador começa a se mover, a pessoa abandona a laranja. Quanto tempo ela gastará para atingir o piso do elevador supondo que, naquele instante:
    a) O elevador inicie uma subida com aceleração de 1,0 m/s^2.
    b) O cabo do elevador se rompa.

16. Uma pessoa, em um balão flutuando a uma altura de 150 m, deixa cair um saco de areia e começa a subir com uma velocidade de 2,0 m/s. A que altura se encontra o balão no instante em que o saco de areia chega ao solo?

17. Um foguete é lançado verticalmente para cima com uma aceleração constante de 8,0 m/s^2 e o seu combustível se extingue 5,0 s após o lançamento. Supondo desprezível a resistência do ar, determine:
    a) A altura máxima atingida pelo foguete.
    b) Quanto tempo após o lançamento o foguete retorna ao ponto de partida.

18. Um edifício tem 18 m de altura. Uma pessoa, situada na base desse edifício, lança uma bola verticalmente para cima, com velocidade de 12 m/s. No mesmo instante, outra pessoa no alto do edifício deixa cair, na mesma vertical, outra bola. A que altura do solo as bolas se encontrarão?

19. Uma pequena esfera de aço é abandonada de uma altura de 5,0 m acima de um tanque de areia com superfície bem nivelada. Ela forma na areia uma depressão de 2,5 cm de profundidade. Supondo constante a aceleração do retardamento provocado pela areia, calcule o tempo que a esfera gasta para parar.

20. Para achar a profundidade de um poço, uma pessoa deixou cair nele uma pedra e 3,0 s depois ouviu o barulho do seu choque com o fundo do poço. Sabendo-se que a velocidade do som no ar vale 340 m/s:
    a) Calcule o tempo que a pedra gastou para chegar ao fundo do poço.
    b) Determine a profundidade do poço.
    c) Qual seria o erro cometido no cálculo da profundidade se fosse desprezado o tempo que o som gasta para chegar ao ouvido da pessoa? (Expresse esse erro em forma percentual.)

21. Um menino, em uma passarela existente sobre uma rua, deixa cair uma pedra exatamente no instante em que um caminhão começa a passar sob a passarela. O caminhão tem 10 m de comprimento e a pedra foi abandonada de uma posição 5,0 m acima do veículo. Qual deve ser, em km/h, a mínima velocidade desse caminhão para que a pedra não o atinja?

22. Uma esfera metálica é abandonada de uma certa altura sobre a superfície de uma piscina, cheia d'água, com 6,0 m de profundidade. Dentro d'água, a esfera se move com movimento uniforme, de velocidade igual à que possuía ao atingir a superfície da piscina. Supondo que a esfera gaste 1,5 s para se deslocar da superfície até o fundo, determine a altura, em relação à água, da qual a esfera foi abandonada.

23. Um pedestre está correndo a 6,0 m/s, que é a máxima velocidade que ele consegue desenvolver, a fim de pegar um ônibus que está parado. Quando ele se encontra a 25 m do ônibus, este parte com uma aceleração constante de 1,0 m/s^2. Mostre que o pedestre não conseguirá alcançar o ônibus e calcule a menor distância do veículo que ele consegue atingir.

t (s)	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
d (m)	200	180	160	140	120	100

Problema suplementar 24.

24. A tabela deste problema fornece, em vários instantes, a posição *d* de uma bicicleta, em relação ao quilômetro zero da estrada na qual ela se desloca.
    a) Escreva a equação que fornece a posição *d* da bicicleta em função do tempo *t*.
    b) Suponha que a origem da contagem da posição fosse deslocada para a posição inicial da bicicleta e que o sentido no qual ela se move fosse considerado positivo. Escreva, para esse caso, a equação que fornece a posição *d* em função de *t*.

25. Uma partícula se desloca sobre uma reta, partindo de um ponto *O* com uma velocidade constante de 3 m/s. Após 6 s, ao passar por um ponto *P*, ela adquire um movimento uniformemente acelerado, com uma aceleração de 4 m/s^2. Escreva a equação que fornece a posição *d* da partícula em função do tempo *t*, para os seguintes casos:
    a) A origem de *d* está em *O* e toma-se $t = 0$ quando a partícula passa por *P*.
    b) A origem de *d* está em *P* e toma-se $t = 0$ quando a partícula passa por esse ponto.
    c) Em qual dos casos considerados o valor que fornece a posição da partícula coincide com a distância percorrida por ela?

capítulo 3

Vetores – Movimento curvilíneo

Quadro do artista italiano G. Bezzuoli, pintado em 1841, no qual ele representa uma cena em que aparece Galileu estudando o movimento de uma pequena esfera, em um plano inclinado, cercado de nobres, cientistas e estudantes de Pisa. Galileu é visto, no quadro acima, inclinado sobre um livro.

3.1. Grandezas vetoriais e escalares

GRANDEZAS ESCALARES

Você está habituado a lidar com uma série de grandezas como, por exemplo, o volume de um corpo, a área de um terreno, a temperatura de um objeto etc. Assim, dizemos que o volume de uma caixa d'água é de 1000 litros, que a área coberta de uma casa é de 300 m2 ou que a temperatura de uma criança com febre é de 38°C etc. Observe que, em todos estes exemplos, as quantidades citadas ficam plenamente conhecidas quando especificamos o seu valor, isto é, o seu *módulo* e a unidade usada na medida.

Todas as grandezas, como as que mencionamos, que ficam completamente definidas quando se fornece apenas o seu valor, são denominadas *grandezas* escalares.

Entretanto, existem outras grandezas, como veremos a seguir, que não podem ser classificadas como grandezas escalares, pois elas não ficam completamente determinadas se fornecermos apenas o seu módulo.

DIREÇÃO E SENTIDO

No estudo desta secção, a compreensão das idéias de *direção* e de *sentido* desempenha um papel fundamental e, por isso, vamos discuti-las inicialmente.

Provavelmente, você já ouviu alguém fazer referência a esses termos e é possível que tenha alguma noção do que eles significam. Para tornar mais preciso o conhecimento desses conceitos, observe a fig. 3-1-a. A reta r_1, ali traçada, define ou determina uma direção.

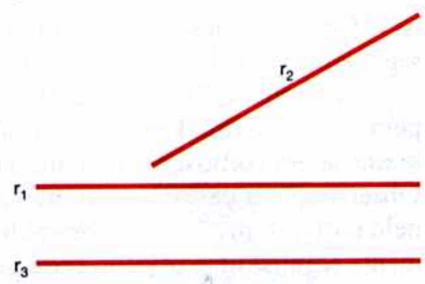


Fig. 3-1-a: *As retas r_1 e r_3 têm a mesma direção, diferente da direção da reta r_2.*

A reta r_2, não paralela a r_1, determina outra direção, diferente da direção definida pela reta r_1. Já a reta r_3, paralela a r_1, possui a mesma *direção* da reta r_1. Portanto, o conceito de direção tem sua origem na Geometria e é caracterizado por uma reta e por todas as retas paralelas a ela. Em outras palavras, retas paralelas possuem a mesma *direção*. Por exemplo: carros que se movimentam em uma mesma rua reta, ou em ruas retas paralelas entre si, estão se deslocando na mesma direção.

Consideremos, agora, uma dada direção, definida pela reta AB da fig 3-1-b. É claro que podemos imaginar uma pessoa se deslocando nessa reta (nessa direção) de duas maneiras diferentes: de A para B ou de B para A. Dizemos, então, que existem dois sentidos possíveis na direção da reta AB: o sentido de A para B e o sentido contrário a ele, isto é, o sentido de B para A. Portanto, só tem significado dizer que dois sentidos são iguais ou contrários se estivermos fazendo essa comparação em uma mesma direção. Por exemplo: considerando uma reta vertical, sabemos que ela define uma direção e sobre essa direção temos dois, e apenas dois, sentidos possíveis: o sentido para baixo e o sentido para cima.

Fig. 3-1-b: *Em uma dada direção, há dois sentidos possíveis.*

Fig. 3-2-a: *Se um automóvel viaja de Brasília para Recife, seu deslocamento é representado pelo segmento* AB.

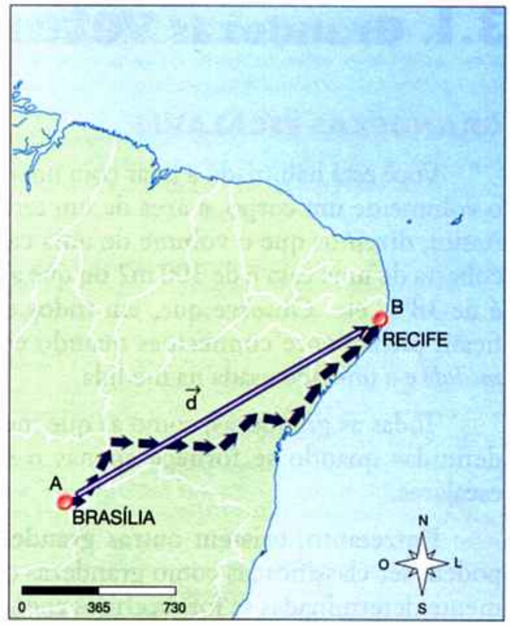


Fig. 3-2-b: *Podemos representar o deslocamento do automóvel por meio de um vetor traçado de* A *para* B.

GRANDEZAS VETORIAIS: DESLOCAMENTO

Consideremos um automóvel que partiu de Brasília, viajando para Recife, seguindo as estradas indicadas no mapa (fig. 3-2-a). Este carro sofreu uma *mudança de posição*: saiu de A (Brasília) e foi para B (Recife). A mudança de posição é definida pelo segmento AB, denominado *deslocamento* do carro. Em outras palavras: *deslocamento* de um corpo é o segmento que une a sua posição inicial à sua posição final. Observe que o deslocamento não deve ser confundido com a trajetória seguida pelo corpo. Um avião, por exemplo, que fosse de Brasília para Recife, provavelmente seguiria uma trajetória completamente diferente e, no entanto, o seu deslocamento seria o mesmo do automóvel (segmento AB, unindo Brasília a Recife).

Suponha que você desejasse informar a uma pessoa sobre o deslocamento do carro mencionado. Se você lhe dissesse que o carro se deslocou 1600 km, isto é, se você lhe fornecesse apenas o *módulo* do deslocamento, esta pessoa não poderia fazer uma idéia da mudança de posição do carro. Esta mudança de posição, de 1600 km, poderia ter ocorrido em uma *direção* qualquer, que não foi especificada por você. Então, para melhor entendimento, você deveria informar que o deslocamento se deu na direção da reta que passa por Brasília e Recife. Mesmo assim, para ter a idéia completa do deslocamento, a pessoa teria que saber se ele se deu de Brasília para Recife ou de Recife para Brasília, isto é, ela teria que conhecer o *sentido* do deslocamento. Neste caso, você deveria lhe informar que o sentido foi de A para B (de Brasília para Recife).

Em resumo, para especificarmos completamente um deslocamento AB qualquer, é necessário fornecer:

– o seu módulo – valor do deslocamento;

– a sua direção – reta ao longo da qual ocorreu o deslocamento;

– o seu sentido – se foi de A para B ou de B para A.

Grandezas que se comportam como o deslocamento são denominadas *grandezas vetoriais*. Portanto,

> **uma grandeza vetorial só fica completamente determinada quando são conhecidos o seu módulo, a sua direção e o seu sentido.**

OUTRAS GRANDEZAS VETORIAIS

Além do deslocamento, vamos encontrar, em nosso curso, várias outras grandezas vetoriais. A velocidade, por exemplo, é uma grandeza vetorial. De fato, se uma pessoa lhe disser que um carro está se movendo a 50 km/h (módulo da velocidade) você não terá uma idéia completa de como o carro está se movendo. Você precisaria saber também a direção da velocidade (por exemplo: direção Norte-Sul) e o seu sentido (de Sul para Norte, por exemplo).

A *força* é outra grandeza vetorial que encontramos freqüentemente. Além de especificarmos o seu módulo (intensidade da força), é necessário fornecer a sua direção (se ela atua horizontal, vertical ou inclinadamente) e também o seu sentido (se ela atua da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita; se de baixo para cima ou de cima para baixo etc.).

Oportunamente, nos próximos capítulos, iremos entrar em contato com outras grandezas vetoriais.

REPRESENTAÇÃO DE UMA GRANDEZA VETORIAL

Consideremos, novamente, um automóvel que viaja de Brasília para Recife. Como já vimos, o seu deslocamento só fica definido quando especificamos o seu módulo, a sua direção e o seu sentido. Estas três características da grandeza podem ser fornecidas, de uma só vez, se representarmos o deslocamento por meio da flecha AB mostrada na fig.3-2-b: o comprimento da flecha, em uma escala apropriada, representa o módulo do deslocamento; sua direção é representada pela direção do segmento AB e o seu sentido é indicado pela seta na ponta da flecha.

Qualquer grandeza vetorial pode ser representada, geometricamente, de maneira idêntica. Assim, na fig. 3-3, a flecha representa a velocidade de 50 km/h (cada 1 cm representa 10 km/h), na direção Norte-Sul e no sentido de Sul para Norte. Na fig. 3-4, a flecha está representando, em módulo, direção e sentido, a força que a pessoa exerce no corpo.

Dizemos que, nestas figuras, as flechas estão representando *vetores*: na fig. 3-2-b, o vetor deslocamento, na fig. 3-3, o vetor velocidade e, na fig. 3-4, o vetor força. Ao nos referirmos a um vetor qualquer, traçado de um ponto a outro, de A para B, por exemplo,

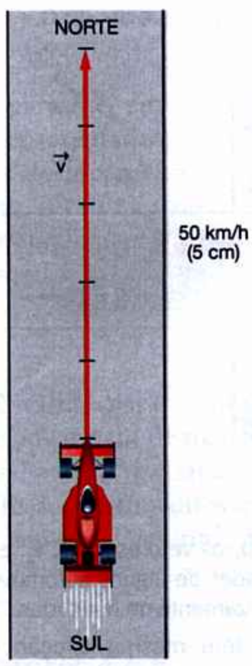


Fig.3-3: ***A velocidade de um automóvel pode ser representada, em módulo, direção e sentido por meio de um vetor.***

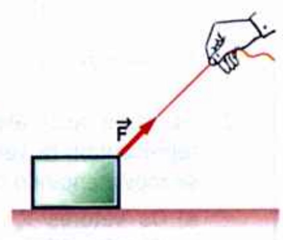


Fig. 3-4: ***Uma força também pode ser representada por meio de um vetor.***

escrevemos $\overrightarrow{AB}$, que se lê: vetor AB. Podemos, também, nos referir ao vetor usando uma única letra para representá-lo. Por exemplo: $\vec{d}$ (lê-se: vetor d) como na fig. 3-2-b, $\vec{v}$ (lê-se: vetor v) como na fig. 3-3 ou $\vec{F}$ (lê-se: vetor F) como na fig. 3-4.

Quando nos referimos apenas ao módulo de um vetor, deixamos de colocar a flecha sobre a letra que o representa, escrevendo simplesmente: d, v, F etc. Portanto,

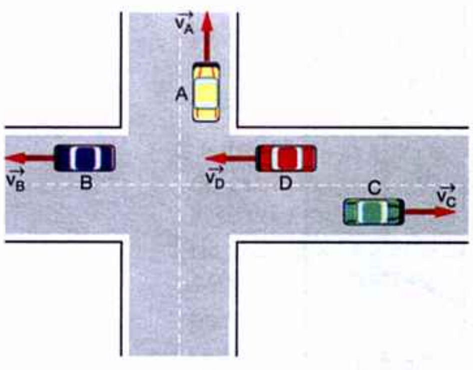
$\vec{d}$: representa o vetor (módulo, direção e sentido)

d: representa apenas o módulo do vetor

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. Em cada uma das frases seguintes, dizer se a palavra grifada corresponde a uma grandeza escalar ou vetorial.
   a) O *volume* de uma caixa d'água é de 500 L.
   b) Um menino puxa uma corda com uma *força* horizontal, para a direita.
   c) Um avião voa, com uma *velocidade* de 500 km/h, de Leste para Oeste.
   d) A *temperatura* da sala de aula é de 25° C.



Exercício 2.

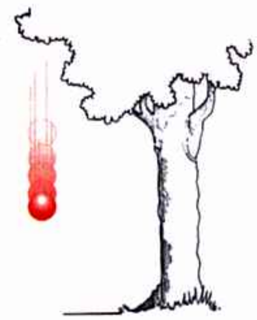
2. Na figura deste exercício, os vetores $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$, e $\vec{v}_D$ representam as velocidades de alguns automóveis se movimentando no cruzamento de duas ruas.
   a) Os vetores $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ têm mesma direção ou direções diferentes?
   b) Os vetores $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$ têm mesma direção? Têm o mesmo sentido ou sentidos contrários?
   c) Os vetores $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_D$ têm mesma direção? Têm o mesmo sentido ou sentidos contrários?

3. Um carro viajou, ao longo do litoral, indo de Salvador até Fortaleza.

Exercício 3.

   a) Reproduza, em seu caderno, a figura deste exercício e desenhe nela o vetor $\vec{d}$ que representa o deslocamento do carro.
   b) Observe a escala do mapa e determine d, isto é, o módulo do vetor $\vec{d}$.
   c) Qual é a direção do vetor $\vec{d}$?
   d) Qual é o sentido do vetor $\vec{d}$?

4. A figura deste exercício mostra uma bola em queda livre, em um certo instante. Neste instante, a velocidade da bola é de 8,0 m/s, sua direção é vertical e seu sentido é de cima para baixo. Usando uma escala em que 1 cm representa uma velocidade de 2 m/s, desenhe, em uma cópia da figura, o vetor velocidade da bola naquele instante.



Exercício 4.

3.2. Soma de vetores

Você já está bastante habituado a lidar com as grandezas escalares e sabe, portanto, que elas se adicionam de acordo com as regras comuns da Álgebra. Por exemplo: se um tanque contém 2 m^3 de água, acrescentando-se mais 5 m^3 o tanque ficará com 7 m^3 de água, pois

$$2\ m^3 + 5\ m^3 = 7\ m^3$$

Se uma pessoa possui um terreno, cuja área é de 1 000 m^2, e vende um lote deste terreno de 400 m^2 de área, o lote restante terá, evidentemente, uma área de

$$1000\ m^2 - 400\ m^2 = 600\ m^2$$

A maneira de operar com as grandezas vetoriais, entretanto, é bastante diferente, como veremos a seguir.

RESULTANTE DE DOIS VETORES

Consideremos um automóvel que se desloca de A para B e, em seguida, de B para C (fig. 3-5). Estes deslocamentos estão representados, na fig. 3-5, pelos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$. O efeito final destes dois deslocamentos combinados é levar o carro de A para C. Evidentemente, o vetor $\vec{c}$, traçado de A para C (fig. 3-5), representa um deslocamento equivalente ao efeito combinado de $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Dizemos, então, que o vetor $\vec{c}$ é a *soma* ou *resultante* dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ e escrevemos

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

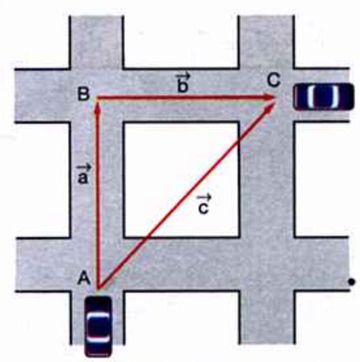


Fig. 3-5: *O vetor $\vec{c}$ é a resultante dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, isto é, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.*

$$\boxed{\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}}$$

Esta maneira de adicionar dois deslocamentos é válida para qualquer grandeza vetorial. Observe que as grandezas vetoriais se adicionam de maneira diferente das grandezas escalares e as palavras "soma" ou "adição" e o sinal "+" têm, aqui, um significado especial. Assim, para evitar confusão, costumamos usar a expressão *soma vetorial* quando estamos adicionando vetores. Portanto, por meio da fig. 3-5, aprendemos que

para encontrar a resultante, $\vec{c}$, de dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, traçamos o vetor $\vec{b}$ de modo que sua origem coincida com a extremidade do vetor $\vec{a}$. Unindo a origem do vetor $\vec{a}$ com a extremidade do vetor $\vec{b}$, obtemos a resultante $\vec{c}$.

$\boxed{\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}}$

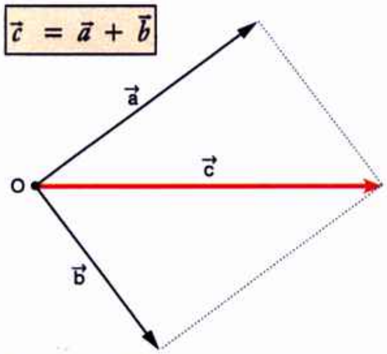


Fig.3-6: ***A resultante de dois vetores pode ser obtida, também, pela regra do paralelogramo.***

REGRA DO PARALELOGRAMO

Uma outra maneira de obter a resultante $\vec{c}$ de dois vetores, $\vec{a}$ e $\vec{b}$, está mostrada na fig. 3-6. Estes vetores são traçados de modo que suas origens coincidam (por exemplo: $\vec{a}$ e $\vec{b}$ podem estar representando duas forças aplicadas no ponto O). Traçando-se um paralelogramo que tenha $\vec{a}$ e $\vec{b}$ como lados, a resultante $\vec{c}$ será dada pela diagonal deste paralelogramo que parte da origem comum dos dois vetores. Costumamos denominar este processo de *regra do paralelogramo*. Evidentemente, os dois processos apresentados (figs. 3-5 e 3-6) para a determinação da resultante de dois vetores são equivalentes e conduzem a resultados idênticos.

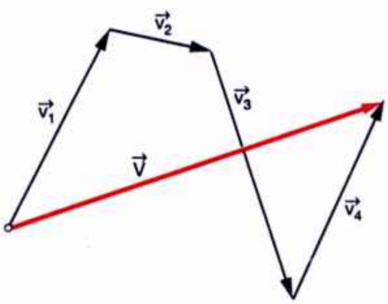


Fig.3-7: ***O diagrama mostra a resultante de vários vetores, obtida ligando-se a origem do primeiro vetor à extremidade do último.***

$\boxed{\vec{V} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4}$

RESULTANTE DE VÁRIOS VETORES

Para encontrar a resultante de vários vetores, usaremos um processo semelhante àquele visto para dois vetores. Consideremos, por exemplo, que tenham sido dados os deslocamentos $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$, $\vec{v}_4$. Escolhida uma escala apropriada, traçamos os vetores de modo que a extremidade de um coincida com a origem do seguinte, como mostra a fig. 3-7. Evidentemente, o deslocamento resultante, isto é, o deslocamento capaz de substituir os deslocamentos sucessivos combinados será o vetor $\vec{V}$, que une a origem do primeiro vetor com a extremidade do último. Portanto, na fig. 3-7, temos

$$\vec{V} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4$$

Exemplo 1

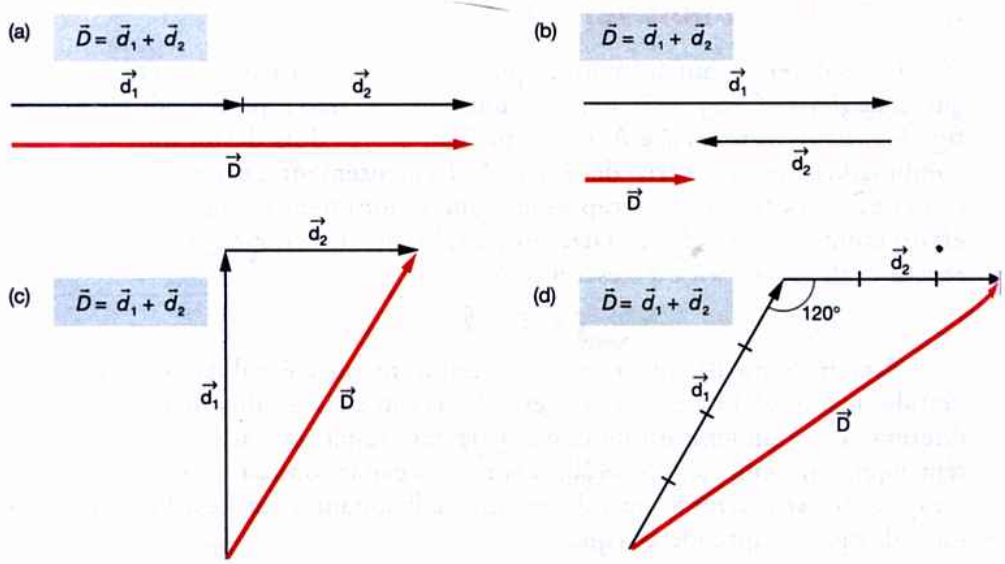


Fig.3-8: ***Para o exemplo 1.***

Consideremos dois deslocamentos d_1 e d_2, de módulos $d_1 = 4$ m e $d_2 = 3$ m. Determinar a resultante D desses deslocamentos nos seguintes casos:

a) $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ têm a mesma direção e o mesmo sentido.

Seguindo a orientação estabelecida no texto, traçamos os vetores de modo que a origem de $\vec{d}_2$ coincida com a extremidade de $\vec{d}_1$ (fig. 3-8-a). O deslocamento resultante $\vec{D}$, obtido unin-

do-se a origem de $\vec{d}_1$ com a extremidade de $\vec{d}_2$, terá, como mostra a fig. 3-8-a, módulo $D = 7$ m e a mesma direção e sentido dos vetores dados.

b) $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ têm a mesma direção e sentidos contrários (fig. 3-8-b).

Usando o mesmo processo, obtemos o deslocamento resultante $\vec{D}$ mostrado na fig. 3-8-b. Observe que seu módulo é $D = 1$ m, sua direção é a mesma dos vetores dados e o seu sentido é o do vetor de maior módulo (sentido de $\vec{d}_1$).

c) $\vec{d}_2$ é perpendicular a $\vec{d}_1$, como mostra a fig. 3-8-c.

Obtemos a resultante $\vec{D}$ ligando a origem de $\vec{d}_1$ com a extremidade de $\vec{d}_2$. Vemos que esta resultante é a hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos catetos são $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$. O módulo de $\vec{D}$ poderá ser obtido, algebricamente, usando-se o teorema de Pitágoras, isto é,

$$D^2 = d_1^2 + d_2^2 \quad \text{ou} \quad D^2 = 4^2 + 3^2 \quad \text{ou} \quad D = 5 \text{ m}$$

Observe que temos $\vec{D} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$ (soma vetorial), mas o módulo de $\vec{D}$ é diferente da soma dos módulos de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ ($5 \neq 4 + 3$).

d) $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ formam um ângulo de 120°, como mostra a fig. 3-8-d.

Para este caso, em que os vetores não estão na mesma direção e formam um ângulo diferente de 90°, embora possamos determinar algebricamente a resultante, será mais simples e mais prático usar o método gráfico. Para isto, traçamos os vetores em uma escala apropriada. Na fig. 3-8-d, escolhemos representar cada 1 m por 1 cm (escala de 1:100) e, assim, representamos $\vec{d}_1$ por um vetor de 4 cm e $\vec{d}_2$ por um vetor de 3 cm. Ligando a origem do vetor $\vec{d}_1$ com a extremidade de $\vec{d}_2$, obtemos a resultante $\vec{D}$, mostrada em módulo, direção e sentido na fig. 3-8-d. O seu módulo será obtido medindo-se, com uma régua, o comprimento do segmento que representa $\vec{D}$. Faça isto e você obterá, na fig. 3-8-d, uma medida de 6,1 cm. Portanto, considerando a escala do desenho, o módulo de $\vec{D}$ será $D = 6{,}1$ m. Como já foi destacado, este módulo não é igual à soma dos módulos de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$.

COMPONENTES DE UM VETOR

Consideremos o vetor $\vec{V}$ representado na fig. 3-9. Tracemos, a partir da origem O do vetor, os eixos perpendiculares OX e OY. Da extremidade de $\vec{V}$, tracemos uma perpendicular sobre OX. Assim, estamos projetando o vetor $\vec{V}$ sobre o eixo OX e obtemos o vetor $\vec{V}_x$ mostrado na fig. 3-9. Este vetor $\vec{V}_x$ denomina-se *componente* do vetor $\vec{V}$ segundo a direção do eixo OX. Portanto,

> **a componente de um vetor, segundo uma direção, é a projeção (ortogonal) do vetor naquela direção.**

Do mesmo modo, podemos obter a componente de $\vec{V}$ sobre o eixo OY, projetando-o sobre este eixo. Esta componente, $\vec{V}_y$, também está mostrada na fig. 3-9. $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ são denominadas *componentes* retangulares do vetor $\vec{V}$.

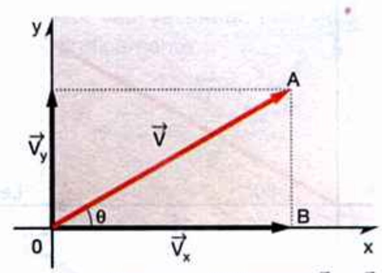


Fig.3-9: *Os vetores $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ são as componentes retangulares do vetor $\vec{V}$.*

Observe que $\vec{V}$ é a resultante de $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ (lembre-se da regra do paralelogramo) e, portanto, o vetor $\vec{V}$ poderá ser substituído pelas suas componentes retangulares. Assim,

> **ao determinarmos as componentes retangulares de um vetor $\vec{V}$, encontramos dois vetores $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ que, em conjunto, podem substituir o vetor $\vec{V}$.**

Para calcular matematicamente os valores destas componentes, voltemos à fig. 3-9.

Lembrando que em um triângulo retângulo temos as relações

$$\text{sen}\,\theta = \frac{\text{cateto oposto a }\theta}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{cateto adjacente a }\theta}{\text{hipotenusa}}$$

teremos, para o triângulo *OAB* da fig. 3-9:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{V_y}{V} \text{ donde } V_y = V\,\text{sen}\,\theta$$

$$\cos\theta = \frac{V_x}{V} \text{ donde } V_x = V\cos\theta$$

Estas relações nos permitem calcular os valores das componentes $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ quando conhecemos o módulo do vetor $\vec{V}$ e o ângulo que ele forma com o eixo *OX*.

Por outro lado, se conhecermos os valores das componentes $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$, o módulo do vetor $\vec{V}$ poderá ser obtido pelo teorema de Pitágoras. De fato, no triângulo *OAB* da fig. 3-9, temos

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

Exemplo 2

Consideremos um corpo que sofre um deslocamento $\vec{D}$ de 100 km, formando um ângulo de 30° com a direção Oeste-Leste, como mostra a fig. 3-10. Considerando o eixo *OX* dirigido para o Leste e o eixo *OY* dirigido para o Norte, calcular as componentes $\vec{D}_x$ e $\vec{D}_y$ deste deslocamento.

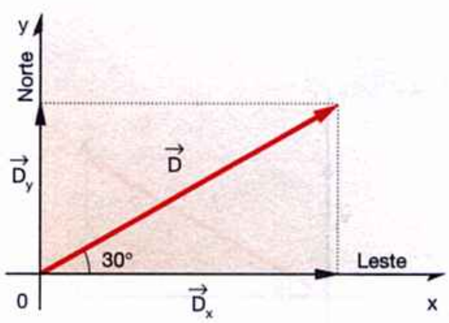


Fig.3-10: ***Para o exemplo 2.***

Projetando o vetor $\vec{D}$ sobre OX e OY, encontramos as componentes $\vec{D}_x$ e $\vec{D}_y$ (fig. 3-10). Os valores destas componentes serão obtidos pelas relações

$$D_x = D\cos\theta \quad \text{e} \quad D_y = D\,\text{sen}\,\theta$$

onde $\theta = 30°$ e $D = 100$ km. Consultando a tabela de funções trigonométricas no final deste volume, encontramos (considerando dois algarismos significativos)

$$\cos 30° = 0{,}87 \quad \text{e} \quad \text{sen}\,30° = 0{,}50$$

Assim

$$D_x = 100 \times 0{,}87 \quad \text{donde} \quad D_x = 87 \text{ km}$$

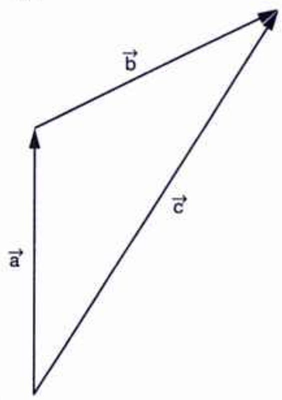
$$D_y = 100 \times 0{,}50 \quad \text{donde} \quad D_y = 50 \text{ km}$$

Observe que quando o corpo sofre o deslocamento considerado, ele se afasta de O deslocando-se um tanto para Leste e um tanto para o Norte. As componentes indicam estas quantidades. Portanto, os resultados $D_x = 87$ km e $D_y = 50$ km indicam que, em virtude do deslocamento D, o corpo se deslocou 87 km para Leste e 50 km para o Norte.

exercícios de fixação

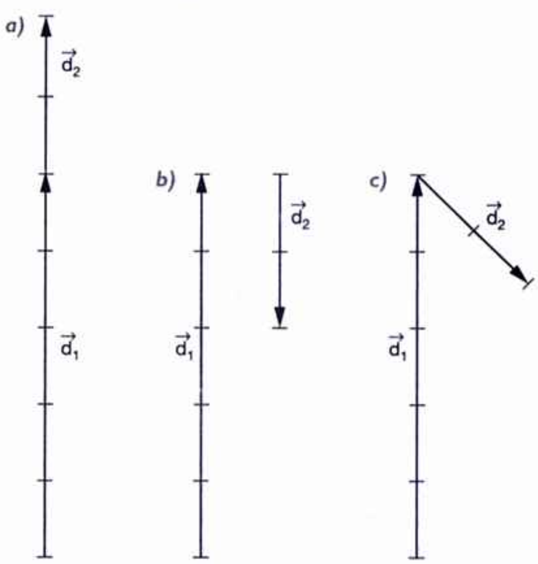
Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

5. A figura deste exercício mostra o vetor $\vec{c}$ que é a resultante dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.
   a) Indique este fato por meio de uma expressão matemática.
   b) Seria correto indicar este fato escrevendo que $c = a + b$?



Exercício 5.

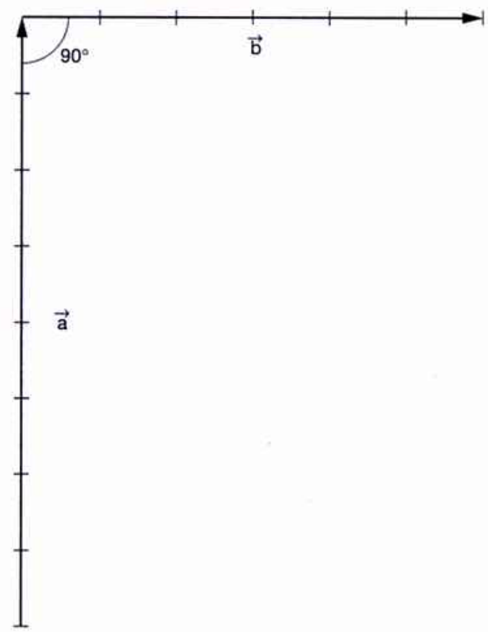
6. Os vetores $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$, mostrados na figura deste exercício, representam deslocamentos cujos módulos são $d_1 = 5$ cm e $d_2 = 2$ cm.



Exercício 6.

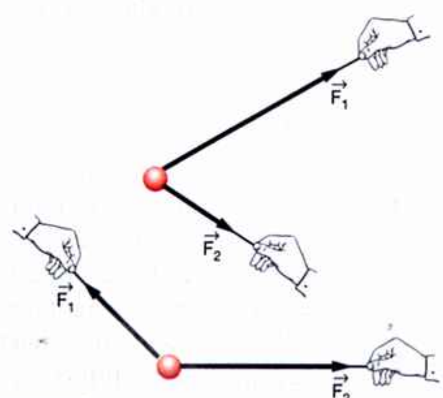
   a) Na figura (a), desenhe a resultante $\vec{D}$ desses vetores e determine o seu módulo.
   b) Faça o mesmo para o caso da figura (b).
   c) Na figura (c), desenhe a resultante $\vec{D}$ e use uma régua para determinar o seu módulo.
   d) É correto dizer que, em todos os casos anteriores, temos $\vec{D} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$?
   e) Em qual dos casos podemos dizer que $D = d_1 + d_2$?

7. Dois deslocamentos $\vec{a}$ e $\vec{b}$, perpendiculares entre si, têm módulos $a = 8{,}0$ cm e $b = 6{,}0$ cm (veja figura).



Exercício 7.

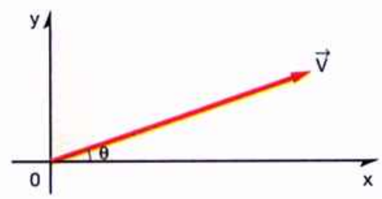
   a) Desenhe, em uma reprodução da figura, a resultante $\vec{c}$ desses dois vetores e determine o seu módulo usando uma régua.
   b) Determine o módulo de $\vec{c}$ usando o teorema de Pitágoras. Compare este resultado com aquele que você obteve graficamente.



Exercício 8.

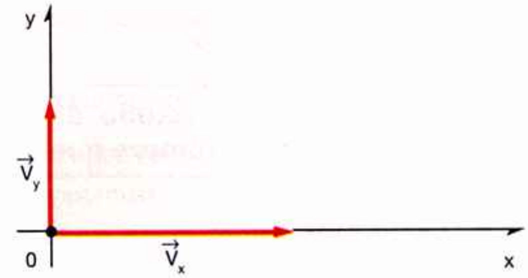
8. Faça uma cópia da figura desse exercício. Em cada um dos casos mostrados, desenhe a resultante das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, usando a regra do paralelogramo.

9. Um avião parte de Teresina e, fazendo escalas em São Luís, Sobral e Fortaleza, chega a Mossoró.
   a) Em uma cópia do mapa do exercício 3, desenhe estes deslocamentos sucessivos do avião.
   b) Desenhe, no mapa, o deslocamento resultante do avião.
   c) Determine o módulo do deslocamento resultante (observe a escala do mapa) e diga qual é a sua direção e o seu sentido.
   d) Suponha que o avião, de Mossoró, retornasse a Teresina. Qual seria, então, o deslocamento resultante do trajeto total feito pelo avião?



Exercício 10.

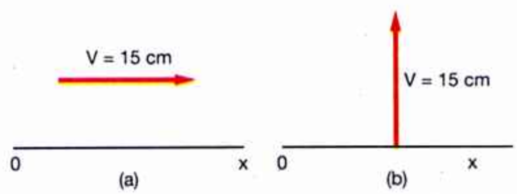
10. O vetor $\vec{V}$ mostrado na figura representa um deslocamento cujo módulo é $V = 20$ m.
   a) Desenhe, na figura, as componentes retangulares $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ do vetor $\vec{V}$.
   b) Sabendo-se que $\theta = 25°$, calcule $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$.



Exercício 11.

11. a) A figura deste exercício mostra as componentes $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ de um vetor $\vec{V}$. Desenhe o vetor $\vec{V}$ na figura.
   b) Sendo $\vec{V}_x = 12$ m e $\vec{V}_y = 16$ m, determine o módulo de $\vec{V}$.

12. a) Na figura (a) deste exercício, qual é o valor do ângulo θ que o vetor $\vec{V}$ forma com o eixo *OX*? Determine o módulo de $\vec{V}_x$.
   b) Responda às questões formuladas no item anterior para o caso da figura (b).



Exercício 12.

3.3. Vetor velocidade e vetor aceleração

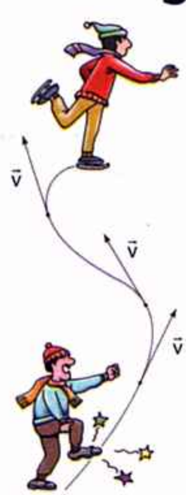


Fig. 3-11: *A velocidade instantânea é representada, em cada ponto da trajetória, por um vetor tangente a ela.*

Conforme mostramos na secção 3.1, a velocidade é uma grandeza vetorial. A aceleração também, como veremos a seguir, é grandeza vetorial. Entretanto, até agora não nos referimos ao caráter vetorial dessas grandezas porque tratamos apenas de movimentos retilíneos e, para este estudo, é suficiente conhecer o módulo da velocidade e da aceleração.

VETOR VELOCIDADE

Consideremos uma partícula descrevendo uma trajetória curva, como na fig. 3-11. Para estudar um movimento como este, é necessário considerar o caráter vetorial da velocidade, isto é, devemos definir o vetor velocidade, $\vec{v}$, em cada instante. Já vimos, no capítulo anterior, como se calcula o valor da velocidade instantânea (secção 3.3). Este valor é o módulo do vetor $\vec{v}$. A direção de $\vec{v}$ é tangente à trajetória no ponto que a partícula ocupa no instante considerado e o seu sentido é o sentido do movimento da partícula naquele instante. A fig. 3-11 mostra o vetor $\vec{v}$ traçado em diversos instantes do movimento.

Observe que, conhecendo o vetor $\vec{v}$ em um dado instante, conhecemos o valor da velocidade instantânea, a direção do movimento naquele instante e, também, o sentido instantâneo do movimento.

ACELERAÇÃO CENTRÍPETA

Consideremos, agora, uma partícula descrevendo uma trajetória curva, de tal modo que o *valor* de sua velocidade permaneça constante (fig. 3-12). Embora o módulo da velocidade seja constante, a *direção* do vetor $\vec{v}$ está variando (a direção da tangente à curva varia). Como vimos no capítulo anterior (secção 2.4), quando o módulo da velocidade varia, existe uma aceleração que caracteriza esta variação. Do mesmo modo, quando a direção da velocidade varia, para caracterizar esta variação definimos uma aceleração, denominada *aceleração centrípeta*. A aceleração centrípeta, $\vec{a}_c$, é um vetor perpendicular à velocidade e dirigida para o centro da trajetória ("centrípeta" significa "que aponta para o centro"). Esta aceleração, em virtude de ser perpendicular a $\vec{v}$, costuma também ser denominada *aceleração normal*, $\vec{a}_N$. Portanto, sempre que variar a direção do vetor $\vec{v}$ (trajetória curva) teremos uma aceleração centrípeta. Na fig. 3-12 mostramos o vetor $\vec{a}_c$ em dois pontos da trajetória. Na secção seguinte, veremos como se calcula o módulo da aceleração centrípeta.

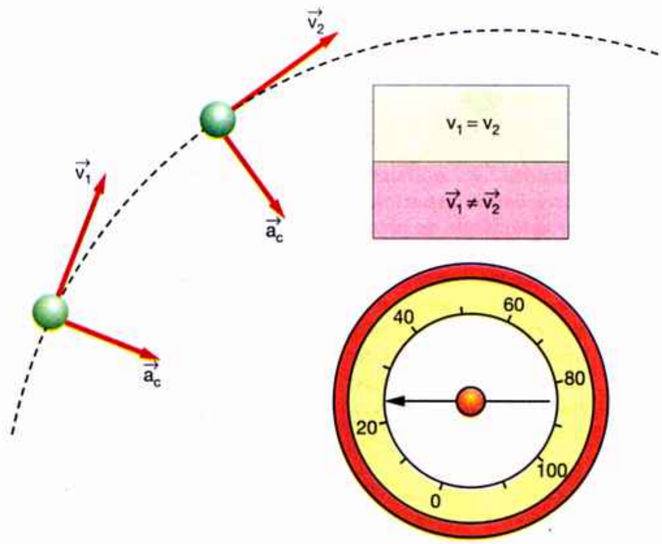


Fig. 3-12: *Quando a direção da velocidade varia, existe uma aceleração centrípeta.*

ACELERAÇÃO TANGENCIAL

Na fig. 3-13, suponhamos que um automóvel entre em uma curva com uma velocidade cujo módulo está crescendo. Podemos dizer que este automóvel possui duas acelerações: a aceleração centrípeta $\vec{a}_c$ (pois a direção de $\vec{v}$ está variando) e, além disso, uma aceleração denominada *aceleração tangencial*, $\vec{a}_T$, que caracteriza a variação do módulo de $\vec{v}$. A aceleração tangencial $\vec{a}_T$ é um vetor na mesma direção de $\vec{v}$ (tangente à trajetória) e cujo módulo é aquele que você já aprendeu a calcular ($a_T = \Delta v/\Delta t$). O sentido de $\vec{a}_T$ será o mesmo de $\vec{v}$ se o movimento for acelerado (v aumentando) e contrário ao de $\vec{v}$ se o movimento for retardado (v diminuindo). Observe, na fig. 3-13, os vetores $\vec{a}_c$ e $\vec{a}_T$ em um determinado instante do movimento.

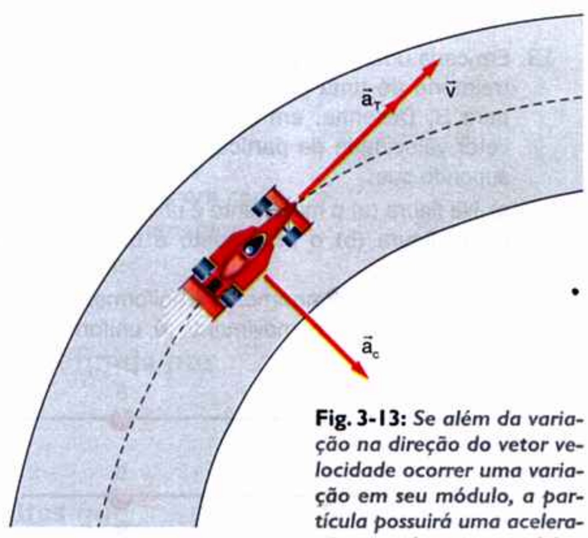


Fig. 3-13: *Se além da variação na direção do vetor velocidade ocorrer uma variação em seu módulo, a partícula possuirá uma aceleração centrípeta e, também, uma aceleração tangencial.*

Então, em resumo, podemos dizer:

> *Sempre* que variar a direção do vetor velocidade de umcorpo, este corpo possuirá uma aceleração centrípeta.
>
> *Sempre* que variar o módulo do vetor velocidade de um corpo, este corpo possuirá uma aceleração tangencial.

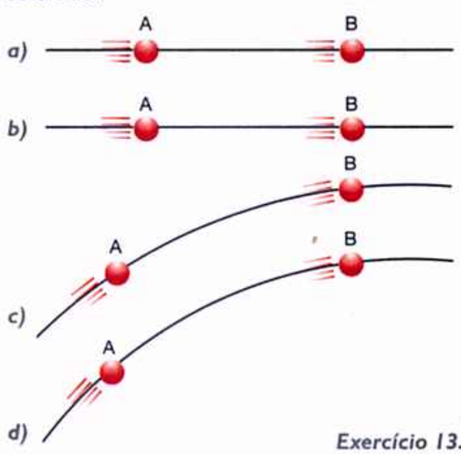
NASA/SPL/Stock Photos

Durante a aterrissagem deste ônibus espacial, o vetor velocidade da aeronave aponta para a esquerda. Entretanto, como seu movimento é retardado, o vetor aceleração da aeronave aponta para a direita (a resistência do ar sobre o pára-quedas acentua o retardamento).

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

13. Em cada uma das figuras deste exercício, temos a trajetória de uma partícula que se desloca de *A* para *B*. Desenhe, em uma cópia das figuras, o vetor velocidade da partícula, nos pontos *A* e *B*, supondo que:
    a) Na figura (a) o movimento é uniforme.
    b) Na figura (b) o movimento é uniformemente acelerado.
    c) Na figura (c) o movimento é uniforme.
    d) Na figura (d) o movimento é uniformemente acelerado.



Exercício 13.

14. a) Quando podemos afirmar que uma partícula em movimento possui aceleração centrípeta?
    b) Sendo $\vec{v}$ e $\vec{a}_c$ os vetores velocidade e aceleração centrípeta de uma partícula em um certo instante, qual é o valor do ângulo formado por estes vetores?
    c) Por que a aceleração que caracteriza a variação da direção do vetor $\vec{v}$ se denomina *aceleração centrípeta*?

15. a) Quando é que podemos afirmar que uma partícula em movimento possui aceleração tangencial $\vec{a}_T$?
    b) Por que esta aceleração se denomina *aceleração tangencial*?
    c) Quando o módulo da velocidade está aumentando, os vetores $\vec{v}$ e $\vec{a}_T$ têm o mesmo sentido ou sentidos contrários?
    d) Quando o módulo da velocidade está diminuindo, os vetores $\vec{v}$ e $\vec{a}_T$ têm o mesmo sentido ou sentidos contrários?

16. Considere os movimentos mostrados nas figuras do exercício 13. Para cada uma dessas figuras, dizer se a partícula possui:
    a) aceleração centrípeta.
    b) aceleração tangencial.

3.4. Movimento circular

INTRODUÇÃO

Dizemos que uma partícula está em *movimento circular* quando sua trajetória é uma circunferência como, por exemplo, a trajetória descrita por uma pedra que gira presa na ponta de um barbante (fig. 3-14). Se, além disso, o valor da velocidade permanecer constante, o movimento é denominado *circular uniforme*. Então, neste movimento, o vetor velocidade tem módulo constante, mas a direção deste vetor varia continuamente.

O tempo que a partícula gasta para efetuar uma volta completa é denominado período do movimento e é representado por T. O espaço percorrido pela partícula, durante um período, é o comprimento da circunferência que, como você sabe, vale $2\pi R$ (R é o raio da trajetória).

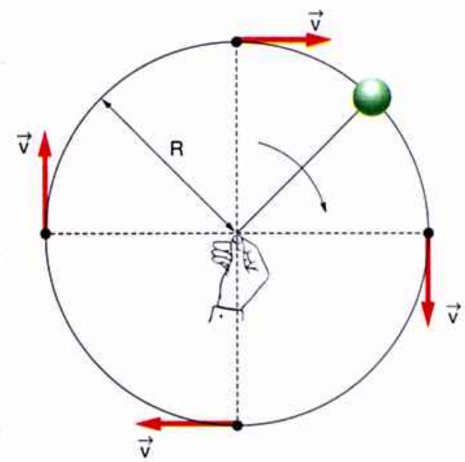


Fig. 3-14: *Uma partícula que gira, presa à extremidade de um barbante, está em movimento circular.*

Portanto, como o movimento é uniforme, o valor da velocidade será dado por

$$v = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo gasto no percurso}} \qquad \text{logo,} \qquad v = \frac{2\pi R}{T}$$

FREQÜÊNCIA DO MOVIMENTO CIRCULAR

Suponha que, observando a pedra mostrada na fig. 3-14, verificássemos que ela efetua 30 voltas completas em um tempo igual a 10 s. A freqüência, f, desse movimento é, por definição, o quociente entre o número de voltas e o tempo gasto para efetuá-las. Logo, a freqüência da pedra será:

$$f = \frac{30 \text{ voltas}}{10 \text{ s}} \qquad \text{ou} \qquad f = 3{,}0 \text{ voltas/s}$$

Observe que esse resultado significa que a pedra efetuou 3,0 voltas em cada 1 s. A unidade de freqüência, 1 volta/s, é denominada 1 hertz, em homenagem ao cientista alemão H. Hertz (1857-1894). Portanto, podemos destacar:

> **A freqüência f de um movimento circular é definida por**
>
> $$f = \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ de voltas efetuadas}}{\text{tempo gasto para efetuá-las}}$$
>
> **Este resultado representa o número de voltas que o corpo executa por unidade de tempo.**

O conceito de freqüência pode ser aplicado em outros tipos de movimentos, como será visto no capítulo 16.

A freqüência e o período de um movimento estão relacionados. Para relacionar f e T, basta perceber que essas grandezas são inversamente proporcionais e, assim, podemos estabelecer a seguinte proporção:

– no tempo T (um período) é efetuada 1 volta

– na unidade de tempo serão efetuadas f voltas (freqüência)

ou, esquematicamente

$$\begin{array}{c} T \text{ — } 1 \\ 1 \text{ — } f \end{array}$$

Então:

$$\boxed{fT = 1} \quad \text{donde} \quad f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

Portanto, a freqüência é igual ao inverso do período e reciprocamente. Por exemplo: se o período de um movimento circular é $T = 0{,}5$ s, sua freqüência será:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}5} \quad \text{donde} \quad f = 2 \text{ voltas/s} = 2 \text{ hertz}$$

VELOCIDADE ANGULAR

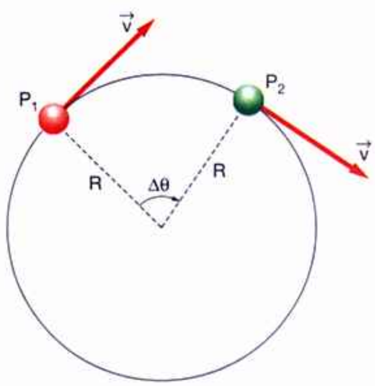


Fig. 3-15: *Se uma partícula descreve um ângulo $\Delta\theta$ em um intervalo de tempo Δt, sua velocidade angular é dada por $\omega = \Delta\theta/\Delta t$.*

Consideremos uma partícula em movimento circular, passando pela posição P_1 mostrada na fig. 3-15. Após um intervalo de tempo Δt, a partícula estará passando pela posição P_2. Neste intervalo de tempo Δt, o raio que acompanha a partícula em seu movimento descreve um ângulo $\Delta\theta$ (fig. 3-15).

A relação entre o ângulo descrito pela partícula e o intervalo de tempo gasto para descrevê-lo é denominada *velocidade angular* da partícula. Representando a velocidade angular por ω temos

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

A velocidade definida pela relação $v = \Delta d/\Delta t$, que já conhecemos, costuma ser denominada *velocidade linear*, para distingui-la da *velocidade angular* que acabamos de definir. Observe que as definições de v e ω são semelhantes: a velocidade linear se refere à distância percorrida na unidade de tempo, enquanto a velocidade angular se refere ao *ângulo descrito* na unidade de tempo.

A velocidade angular nos fornece uma informação sobre a rapidez com que um corpo está girando. De fato, quanto maior for a velocidade angular de um corpo, maior será o ângulo que ele descreve por unidade de tempo, isto é, ele estará girando mais rapidamente.

360°	=	**2πrad**
180°	=	**πrad**
90°	=	**π/2 rad**
60°	=	**π/3 rad**
45°	=	**π/4 rad**
30°	=	**π/6 rad**
1 rad	=	**57,3°**

Tabela 3-1.

Lembrando que os ângulos podem ser medidos em graus ou em radianos (como você deve ter aprendido em Matemática – ver tabela 3-1), concluímos que ω poderá ser medida em graus/s ou em rad/s.

Uma maneira de calcular a velocidade angular é considerar a partícula efetuando uma volta completa. Neste caso, o ângulo descrito será $\Delta\theta = 2\pi$ rad (tabela 3-1) e o intervalo de tempo será de um período, isto é, $\Delta t = T$. Logo,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

RELAÇÃO ENTRE v E ω

Vimos que, no movimento circular uniforme, a velocidade linear pode ser obtida pela relação

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ou} \quad v = \left(\frac{2\pi}{T}\right)R$$

Como $2\pi/T$ é a velocidade angular, concluímos que

$$\boxed{v = \omega R}$$

Esta equação nos permite calcular a velocidade linear v, quando conhecemos a velocidade angular ω e o raio R da trajetória. Observe que ela só é válida se os ângulos estiverem medidos em radianos.

ACELERAÇÃO CENTRÍPETA

No movimento circular uniforme, o módulo da velocidade da partícula permanece constante e, então, a partícula não possui aceleração tangencial. Entretanto, como a direção do vetor velocidade varia continuamente, a partícula possui uma aceleração centrípeta $\vec{a}_c$. Na fig. 3-16, estão representados os vetores $\vec{v}$ e $\vec{a}_c$ em quatro posições diferentes da partícula. Observe que o vetor $\vec{a}_c$ tem a direção do raio e aponta sempre para o centro da circunferência.

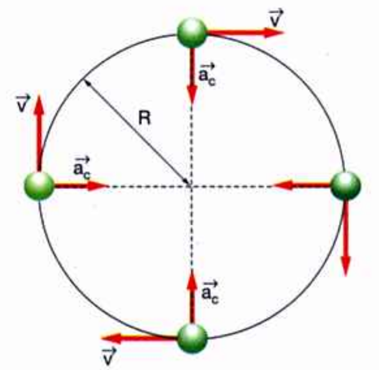


Fig. 3-16: *A figura mostra os vetores $\vec{v}$ e $\vec{a}_c$ de uma partícula, em movimento circular uniforme, em alguns pontos de sua trajetória.*

Podemos deduzir, matematicamente, que o valor da aceleração centrípeta no movimento circular é dado por

$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R}}$$

Observe que o valor de $\vec{a}_c$ é proporcional ao quadrado da velocidade e inversamente proporcional ao raio da circunferência. Portanto, se um automóvel faz uma curva fechada (R pequeno) com grande velocidade, ele terá uma grande aceleração centrípeta. Veremos, mais tarde, que estes fatos estão relacionados com a possibilidade de o carro conseguir ou não fazer uma curva.

Exemplo

Uma barra gira, com movimento uniforme, em torno de um eixo que passa pelo ponto O (fig. 3-17), efetuando duas rotações por segundo. Para os pontos A e B da barra, situados às distâncias R_A = 2,0 m e R_B = 3,0 m do eixo de rotação, calcular:

a) o período de rotação de cada um.

Evidentemente, cada ponto da barra executa um movimento circular uniforme em torno de O (fig. 3-17), sendo o período de rotação o mesmo para todos esses pontos. Como a barra efetua 2 rotações por segundo, é claro que, para efetuar 1 volta, ela gastará 0,50 s. Assim, todos os pontos da barra estão girando com um período T = 0,50 s.

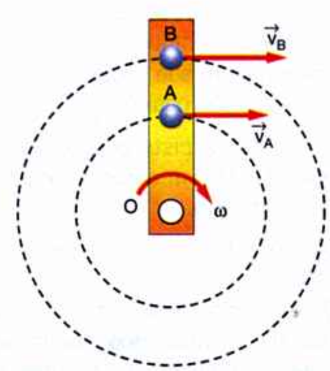


Fig. 3-17: *Para o exemplo da secção 3.4.*

b) as velocidades angulares ω_A e ω_B .

Sabemos que $\omega = 2\pi/T$. Como A e B possuem o mesmo período, terão também a mesma velocidade angular (ambos descrevem o mesmo ângulo de 2π rad no mesmo tempo de 0,50 s). Então

$$\omega_A = \omega_B = \frac{2\pi}{0{,}50} \qquad ou \qquad \omega_A = \omega_B = 4\pi \text{ rad/s}$$

c) as velocidades lineares v_A e v_B.

Observe, na fig. 3-17, que os pontos A e B percorrem distâncias diferentes em um mesmo intervalo de tempo. Portanto, embora possuam a mesma velocidade angular, eles têm velocidades lineares diferentes. Com efeito, como $v = \omega R$, teremos

$$v_A = \omega_A R_A = 4\pi \times 2{,}0 \qquad ou \qquad v_A = 25 \text{ m/s}$$

$$v_B = \omega_B R_B = 4\pi \times 3{,}0 \qquad ou \qquad v_B = 38 \text{ m/s}$$

Assim, como você já deve ter previsto, a velocidade linear de B é maior do que a de A.

d) as acelerações centrípetas a_{cA} e a_{cB}.

A aceleração centrípeta é dada por $a_c = v^2/R$. Logo:

$$a_{cA} = \frac{v_A^2}{R_A} = \frac{25^2}{2{,}0} \qquad ou \qquad a_{cA} = 3{,}1 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

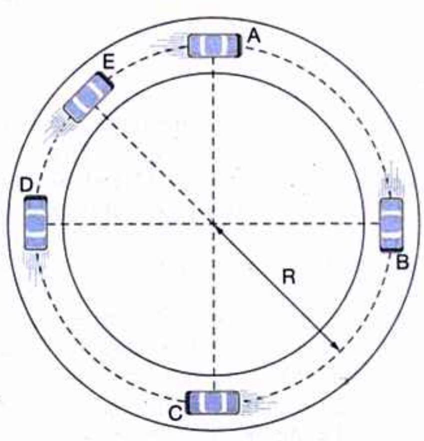
$$a_{cB} = \frac{v_B^2}{R_B} = \frac{38^2}{3{,}0} \qquad ou \qquad a_{cB} = 4{,}8 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

17. Um carro encontra-se em movimento circular uniforme na pista horizontal mostrada na figura deste exercício. O sentido do movimento é de *A* para *B*.
    a) Reproduza a figura em seu caderno e desenhe o vetor velocidade do carro, em cada uma das posições *A*, *B*, *C*, *D* e *E* mostradas.
    b) O carro possui aceleração tangencial? Possui aceleração centrípeta?
    c) Desenhe, em sua cópia da figura, o vetor $\vec{a}_c$ em cada uma das posições *A*, *B*, *C*, *D* e *E* mostradas.

18. Suponha que a pista do exercício anterior tenha um raio $R = 100$ m e que o carro faça 2 voltas, na pista, por minuto.
    a) Qual é, em segundos, o período do movimento do carro?
    b) Qual é, em hertz, a freqüência deste movimento?
    c) Qual é a distância que o carro percorre em cada volta (comprimento da circunferência)?
    d) Qual é o valor da velocidade linear do carro?
    e) Qual é a expressão que nos permite calcular a aceleração centrípeta? Use esta expressão e calcule o valor de $\vec{a}_c$ para este carro.

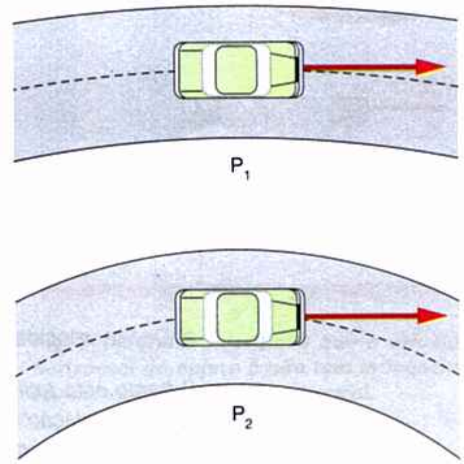


Exercício 17.

19. Para o movimento considerado no exercício anterior, determine:
    a) O valor do ângulo (em graus e em radianos) descrito pelo carro durante um período.
    b) A velocidade angular do carro (em rad/s e em graus/s).

20. a) Como se define a velocidade angular de um corpo, em movimento circular uniforme, que descreve um ângulo $\Delta\theta$ durante um tempo Δt? Usando esta expressão, calcule a velocidade angular de um corpo para o qual $\Delta\theta = \pi/2$ rad e $\Delta t = 0{,}50$ s.
    b) Qual é a equação que relaciona ω e T? Use esta equação para calcular o período do movimento do corpo citado em (a).
    c) Calcule a freqüência deste corpo.
    d) Suponha que a trajetória do corpo citado em (a) tenha um raio $R = 10$ cm. Use a relação entre v, ω e R para calcular a velocidade linear deste corpo.
    e) Você poderia usar a expressão pedida em (d) com o valor de ω em graus/s?

21. Dois carros se deslocam com a mesma velocidade nas pistas P_1 e P_2 mostradas na figura deste exercício.
    a) Qual das duas pistas tem maior raio?
    b) Para qual dos dois carros a aceleração centrípeta é maior?



Exercício 21.

3.5. Composição de velocidades

INTRODUÇÃO

Consideremos um avião voando, com uma certa velocidade, em um local onde o ar esteja parado, sem ventos. Se começar a ventar, o avião estará animado de dois movimentos: seu movimento em relação ao ar, que lhe é proporcionado pelos motores, e o movimento do ar (em relação à Terra), que também desloca o avião. Situações como esta, em que um corpo possui, simultaneamente, duas ou mais velocidades em relação a um observador, são encontradas freqüentemente. Por exemplo, um barco que se movimenta em um rio enquanto é arrastado pela correnteza, uma pessoa que caminha dentro de um veículo enquanto é levada pelo próprio veículo etc.

Qual seria a velocidade com que um observador veria se movimentar um corpo animado de várias velocidades? Lembrando que a velocidade é uma grandeza vetorial, podemos concluir que *a velocidade observada para o corpo será a resultante das velocidades que ele possui*. Portanto, o avião citado anteriormente se deslocará com uma velocidade igual à *soma vetorial* da velocidade do avião no ar com a velocidade do ar em relação à Terra.

Exemplo 1

Consideremos um barco cuja velocidade em relação à água (proporcionada por seus motores) é $v_B = 6{,}0$ m/s. Este barco se movimenta em um rio cuja correnteza tem uma velocidade $v_C = 4{,}0$ m/s.

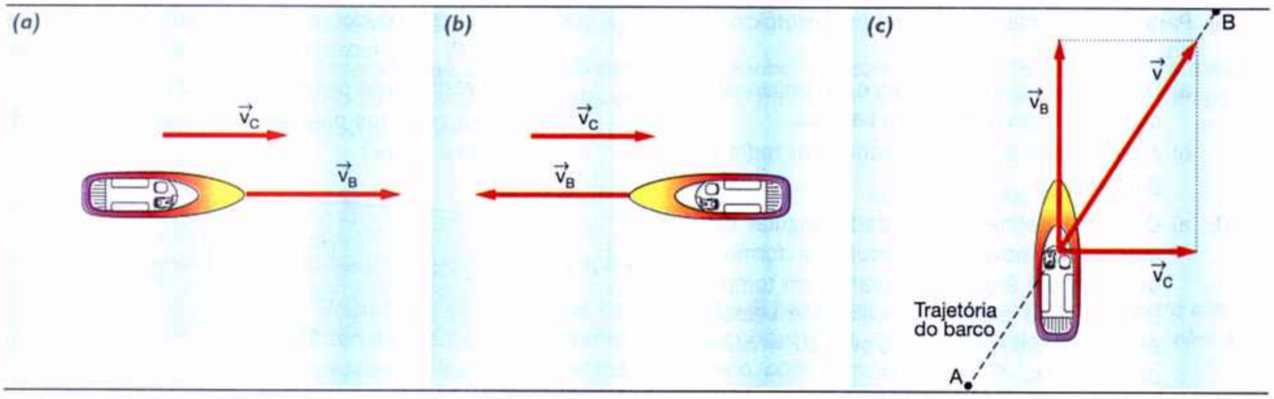


Fig. 3-18: *Em qualquer das situações mostradas, a velocidade $\vec{v}$ do barco, em relação à Terra, é dada pela resultante de $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$.*

a) Qual a velocidade com que o barco desce o rio?

O barco está animado, simultaneamente, por duas velocidades. Portanto, ele se movimentará (em relação à Terra) com uma velocidade $\vec{v}$ que é a resultante de $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$. Neste caso $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$ são vetores de mesma direção e de mesmo sentido (fig. 3-18-a). Então,

$$v = v_B + v_C = 6{,}0 + 4{,}0 \qquad ou \qquad v = 10 \text{ m/s}$$

Vemos que o valor da velocidade resultante é dado pela soma algébrica dos módulos de $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$ e, assim, o barco desce o rio mais rapidamente do que se não existisse a correnteza.

b) Qual a velocidade com que o barco sobe o rio?

Para esta situação, os vetores $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$ têm a mesma direção e sentidos contrários (fig. 3-18-b) e o valor da velocidade resultante será

$$v = v_B - v_C = 6{,}0 - 4{,}0 \qquad ou \qquad v = 2{,}0 \text{ m/s}$$

Evidentemente, em virtude do menor valor da velocidade resultante, o barco gastará mais tempo para subir o rio do que para descer.

c) Se a velocidade $\vec{v}_B$ for orientada perpendicularmente à margem (fig. 3-18-c), com que velocidade o barco se deslocará no rio?

Neste caso, $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$ não possuem a mesma direção. A velocidade resultante $\vec{v}$ poderá ser obtida pela regra do paralelogramo, como mostra a fig. 3-18-c. Conseqüentemente, o barco irá se deslocar ao longo da trajetória AB mostrada na figura.
Como $\vec{v}_B$ é perpendicular a $\vec{v}_C$, o módulo da velocidade resultante $\vec{v}$ será

$$v = \sqrt{v_B^2 + v_C^2} = \sqrt{6{,}0^2 + 4{,}0^2} \quad donde \quad v = 7{,}2 \text{ m/s}$$

INDEPENDÊNCIA DAS VELOCIDADES

Examinando a fig. 3-18-c, notamos que as velocidades $\vec{v}_B$ (velocidade do barco) e $\vec{v}_C$ (velocidade da correnteza) são perpendiculares entre si.

Isto significa que $\vec{v}_C$ não tem componente na direção de $\vec{v}_B$ e, portanto, a correnteza não terá nenhuma influência no tempo que o barco gasta para atravessar o rio. Conseqüentemente, haja ou não correnteza, o tempo de travessia será o mesmo, pois o efeito da correnteza é unicamente de deslocar o barco rio abaixo.

Do mesmo modo, sendo nula a componente de $\vec{v}_B$ na direção da correnteza, a velocidade do barco não terá influência no seu movimento rio abaixo. Logo, as velocidades $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_C$ são independentes. Em outras palavras:

Quando um corpo está animado, simultaneamente, por dois movimentos perpendiculares entre si, o deslocamento na direção de um deles é determinado apenas pela velocidade naquela direção.

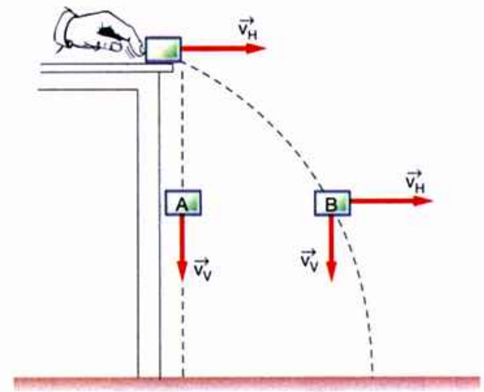
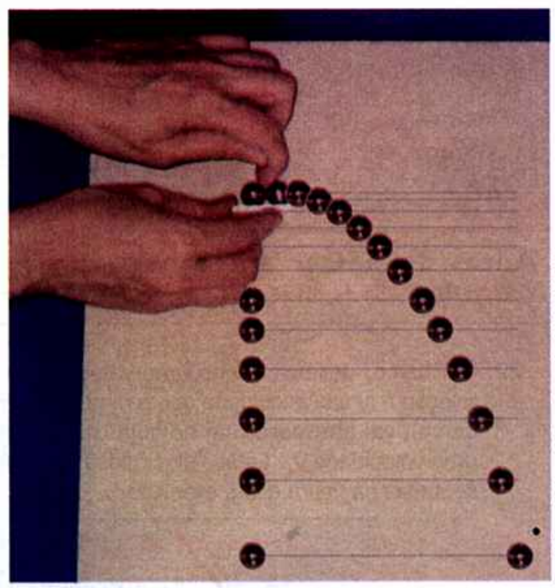


Fig. 3-19: *Galileu verificou que a velocidade horizontal do objeto B não tem influência em seu movimento segundo a vertical.*

Esta independência de dois movimentos simultâneos e perpendiculares foi observada, experimentalmente, por Galileu. Na fig. 3-19 mostramos a experiência realizada por ele. Deixando um objeto A cair verticalmente e, no mesmo instante, lançando horizontalmente um objeto B, Galileu verificou que ambos caem simultaneamente, gastando o mesmo tempo para atingir o solo. O objeto A, em queda livre, tem apenas a velocidade vertical $\vec{v}_V$. O objeto B está animado por dois movimentos perpendiculares, possuindo, além da velocidade $\vec{v}_V$ de queda, uma velocidade $\vec{v}_H$, horizontal, devida ao impulso do lançamento. Como A e B gastam o mesmo tempo para cair, Galileu concluiu que a velocidade $\vec{v}_H$ não influi no movimento de queda do corpo B, isto é, as velocidades $\vec{v}_H$ e $\vec{v}_V$ atuam simultaneamente sobre B, independentemente uma da outra.

Atualmente, podemos verificar que Galileu chegou a resultados corretos através de fotografias especiais, como a da fig. 3-20.



Profª. Dra. Marisa A. Cavalcante/GOPEF/PUC-SP

Fig. 3-20: *Esta moderna fotografia mostra que as duas bolas caem simultaneamente, comprovando a descoberta feita por Galileu.*

Lucas Film

Sendo $\vec{v}_{PT}$ a velocidade da pessoa em relação ao trem e $\vec{v}_{TS}$ a velocidade do trem em relação ao solo, a velocidade $\vec{v}_{PS}$ da pessoa em relação ao solo será dada pela resultante de $\vec{v}_{PT}$ e $\vec{v}_{TS}$, isto é:

$$\vec{v}_{PS} = \vec{v}_{PT} + \vec{v}_{TS}.$$

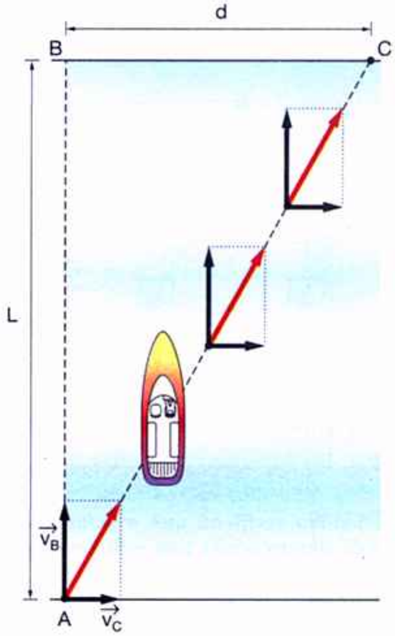


Fig. 3-21: *Para o exemplo 2.*

Exemplo 2

Um barco, com uma velocidade v_B = 4,0 m/s, orientada perpendicularmente à margem, atravessa um rio, cuja largura é L = 100 m, partindo do ponto A e chegando no ponto C (fig. 3-21). A velocidade da correnteza é v_C = 2,0 m/s.

a) Quanto tempo o barco gastará para atravessar o rio?

O tempo de travessia é determinado apenas por $\vec{v}_B$, pois $\vec{v}_C$ é perpendicular a $\vec{v}_B$ e não influi neste deslocamento (ver a fig. 3-21). Isto equivale a dizer que o barco percorre uma distância L com a velocidade $\vec{v}_B$, gastando, na travessia, um tempo t dado por

$$t = \frac{L}{v_B} = \frac{100}{4{,}0} \qquad \text{donde} \qquad t = 25\ \text{s}$$

Se não existisse a correnteza, o tempo de travessia seria, evidentemente, ainda de 25 s.

b) Qual o valor da distância d entre os pontos B e C da fig. 3-21?

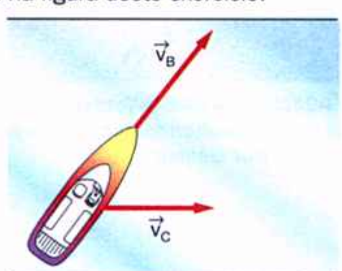
Se não existisse a correnteza, o barco seguiria a trajetória AB. A distância d é, então, o deslocamento provocado apenas pela correnteza, pois $\vec{v}_B$ não influi neste deslocamento. Como as duas velocidades atuaram simultaneamente durante um tempo t = 25 s, o deslocamento produzido por $\vec{v}_C$ será

$$d = v_C t = 2{,}0 \times 25 \qquad \text{donde} \qquad d = 50\ \text{m}$$

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

22. Um barco, desenvolvendo uma velocidade $\vec{v}_B$ em relação à água (velocidade que o motor imprime ao barco), vai atravessar um rio cuja correnteza tem uma velocidade $\vec{v}_c$. Estas velocidades estão representadas na figura deste exercício.



Exercício 22.

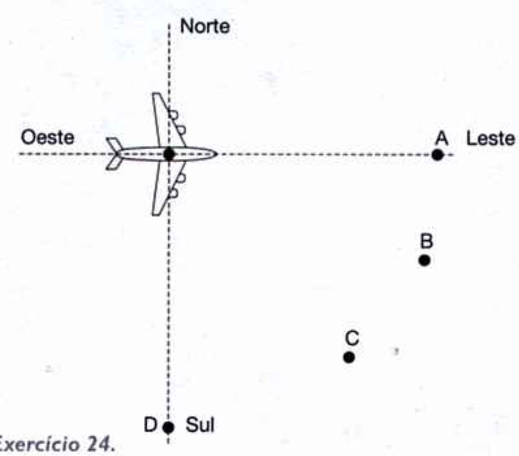
a) Se não existisse correnteza (água parada), qual seria a velocidade do barco em relação à Terra? Mostre, na figura, a tragetória que o barco seguiria nestas condições.

b) Considerando a correnteza, desenhe na figura a velocidade, $\vec{v}$, do barco em relação à Terra (velocidade resultante) e a trajetória que, neste caso, ele segue ao atravessar o rio.

23. Um avião está voando com uma velocidade em relação ao ar v_a = 200 km/h. Em um dado instante começa a soprar um vento forte, com uma velocidade v_v = 80 km/h, dirigida do Norte para o Sul. Qual será a velocidade do avião em relação à Terra supondo que ele está voando:

a) Do Norte para o Sul?

b) Do SUl para o Norte?



Exercício 24.

24. Suponha que o avião do exercício anterior dirigisse a sua velocidade $\vec{v}_a$ de Oeste para Leste.
   a) Usando uma escala em que 1 cm representa 40 km/h, desenhe, em uma cópia da figura deste exercício, os vetores $\vec{v}_a$ e $\vec{v}_V$.
   b) Desenhe a velocidade resultante do avião e determine o seu valor, medindo seu comprimento com uma régua (lembre-se da escala do desenho).
   c) Para qual das cidades mostradas na figura (*A*, *B*, *C* ou *D*) está se dirigindo o avião?
   d) Sabendo-se que o avião se encontra a 430 km desta cidade, quanto tempo ele gastará para alcançá-la?

25. Na fig. 3-19, suponha que o corpo *A* gastou 0,45 s para atingir o solo e que o corpo *B* tenha sido lançado com uma velocidade v_H = 2,0 m/s.
   a) Quanto tempo o corpo B gastou para atingir o solo?
   b) Sabendo-se que o valor da velocidade horizontal v_H permanece constante durante a queda, a que distância do pé da mesa cairá o corpo *B*?

um tópico especial para você aprender um pouco mais

3.6. Física nas competições esportivas

ERROS DE MEDIDA NOS ESPORTES

Em atletismo, os resultados de competições envolvem medidas de comprimento e tempo.

Embora estas medidas estejam sujeitas a erros, como qualquer outra medida física, eles não são levados em consideração pelos juízes e autoridades que militam no campo do esporte. Além disso, certos fenômenos físicos que podem afetar sensivelmente os índices registrados por um atleta são também completamente ignorados. Estes fatos podem levar à atribuição de um prêmio em uma competição ou à indicação de um atleta como recordista mundial injustamente.

O professor americano P. Kirkpatrick, em um artigo bastante divulgado, analisa várias situações e aponta correções que deveriam ser feitas nas medidas atléticas para reparar enganos deste tipo. A seguir, descreveremos algumas dessas situações estudadas pelo professor Kirkpatrick em seu artigo.

DOIS EXEMPLOS DE ERROS MUITO COMUNS

Ele inicia seu artigo criticando a falta de cuidado com os algarismos significativos na apresentação dos resultados das medidas efetuadas durante as competições. Por exemplo: é comum encontrar-se o valor da velocidade, desenvolvida em uma corrida de automóveis, expresso com até sete algarismos; no entanto, a distância percorrida e o tempo gasto no percurso, usados para calcular o valor da velocidade, não são medidos nem com 1/10 desta precisão.

Um outro exemplo deste tipo de incoerência é encontrado em corridas de distância: montam-se dispositivos elétricos ou fotográficos capazes de medir o tempo com uma precisão de até 0,01 s; mas, ao mesmo tempo, o revólver que dá o sinal de partida e, simultaneamente, aciona o medidor de tempo, costuma estar situado a uma distância tal dos competidores que o barulho do tiro gasta até 0,04 s para chegar a seus ouvidos. Observe, então, que não tem sentido o uso de um cronômetro tão preciso, uma vez que o erro inicial na medida do tempo é bastante superior à precisão do aparelho.

A IMPORTÂNCIA DO NIVELAMENTO NAS PROVAS DE ARREMESSO

O fato de não ser costume nivelar, com cuidado, o solo dos campos onde são realizadas as disputas de arremesso de peso, disco ou dardo pode ser causa de algumas injustiças nos resultados dessas provas. Para entender isto, observe a fig. 3-22, a qual mostra um atleta arremessando um peso que atinge o solo no ponto *B*. Se o terreno estivesse nivelado, o peso cairia em *A*. Assim, percebe-se que o atleta foi beneficiado, no alcance de seu lançamento, com um acréscimo igual à distância *AC*. É claro que, dependendo das irregularidades do terreno, poderia ter ocorrido uma diminuição no alcance real e, então, o erro é cometido ao acaso, dependendo da sorte do arremessador.

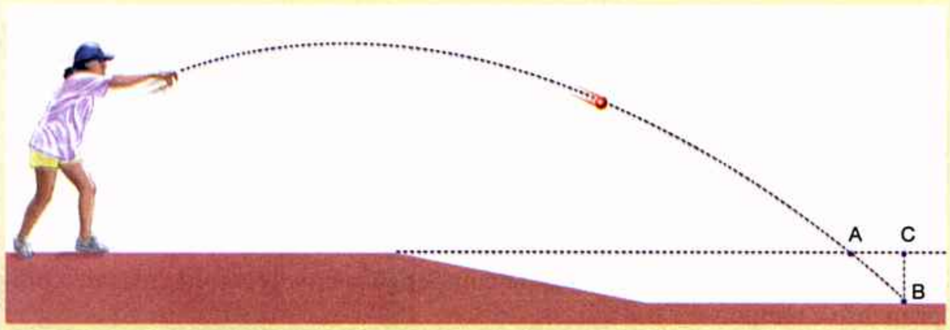


Fig. 3-22: *O fato de o terreno onde se disputa uma prova de arremesso de peso não ser bem nivelado pode acarretar erros grosseiros no resultado da competição.*

Poder-se-ia pensar que este erro fosse desprezível. No entanto, os recordes destes lançamentos são anotados até a "casa dos milímetros" e os erros causados pelo desnível do terreno podem atingir até 15 cm (para mais ou para menos).

A INFLUÊNCIA DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE

Dennis O'Clair/Tony Stone/Getty

O valor da aceleração da gravidade influi no resultado de um salto a distância.

Entre os numerosos erros que afetam as medidas no campo do esporte, aquele que é mais freqüentemente cometido e que, no entanto, poderia ser mais facilmente corrigido está relacionado com a variação da aceleração da gravidade.

Sabe-se que o alcance de um arremesso, ou de um salto a distância, é inversamente proporcional ao valor de *g*. Conforme veremos em nosso curso (capítulos 5 e 6), a aceleração da gravidade varia de um local para outro da Terra, dependendo da latitude e da altitude do local. Então, um atleta que arremessar um dardo, por exemplo, em uma cidade onde o valor de *g* é relativamente pequeno (grandes altitudes e pequenas latitudes) será beneficiado.

Para dar uma idéia da importância destas considerações, o professor Kirkpatrick mostra que um arremesso cujo alcance seja 16,75 m em Boston constituiria, na realidade, melhor resultado do que um alcance de 16,78 m na Cidade do México. Isto em virtude de ser o valor da aceleração da gravidade, na Cidade do México, menor do que em Boston.

As correções que poderiam ser facilmente feitas para evitar discrepâncias desta natureza não são sequer mencionadas nos regulamentos das Olimpíadas.

A REJEIÇÃO POPULAR ÀS TENTATIVAS DE CORREÇÕES

O autor do artigo, na qualidade de físico, preocupado com as considerações apresentadas, tentou sensibilizar as autoridades do esporte, nos Estados Unidos, para que fossem tomadas medidas no sentido de atenuar aqueles erros.

Com surpresa, observou um grande desinteresse pelo assunto e concluiu, ele próprio, que a atividade esportiva é, predominantemente, uma arte e as pessoas que praticam esta arte com sucesso dificilmente estariam dispostas a aceitar mudanças em seu modo de proceder. Kirkpatrick cita, então, uma tentativa feita na Califórnia de usar dispositivos eletrônicos como auxílio ao juiz em suas marcações, numa partida de futebol. A experiência foi um sucesso tecnológico mas um fracasso popular, pois a torcida recusava-se a aceitar uma marcação que ela e o juiz não conseguiam perceber.

Concluindo, ele afirma que, possivelmente, existe um sentimento generalizado de que grande parte do encanto do esporte está no acaso e na incerteza dos resultados das disputas.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

26. Um carro de Fórmula 1, durante uma tomada de tempo para definir a *pole-position*, efetuou uma volta completa na pista e os aparelhos de medida registraram os seguintes valores:

    – distância percorrida = 4 846,6 m

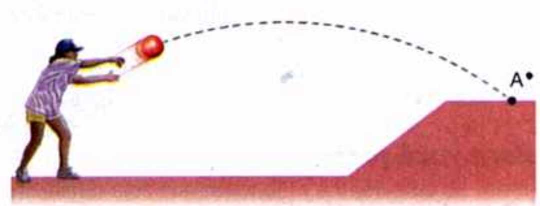
    – tempo de percurso = 82,642 s

    Logo depois, uma emissora de TV anunciou que o piloto desenvolveu, nesse teste, uma velocidade média de 211,1246 km/h.

    a) Você acha que, em termos de algarismos significativos, a emissora de TV apresentou corretamente o valor da velocidade?
    b) Escreva o valor dessa velocidade de maneira adequada.

27. Sabe-se que a velocidade do som no ar vale 340 m/s.
    a) A que distância do revólver se encontra o atleta, mencionado no texto, que ouviu o tiro 0,04 s após o disparo?
    b) Qual a máxima distância que poderia existir entre o atleta e o revólver para que ela fosse coerente com a precisão (0,01 s) do dispositivo de medida de tempo mencionado no texto?

28. Em um lançamento de peso, o solo do local da prova não se encontrava nivelado, como mostra a figura deste exercício. Assim, no arremesso de um atleta, o peso atingiu o solo no ponto *A*.
    a) Mostre, na figura, a posição aproximada na qual o peso atingiria o solo se ele estivesse nivelado.
    b) O atleta foi prejudicado ou beneficiado nesse lançamento?
    c) Indique, na figura, o erro aproximado que foi cometido na determinação do alcance desse arremesso.



Exercício 28.

29. Dois atletas arremessam pesos iguais, aplicando ambos o mesmo impulso a esses pesos. Um dos atletas encontra-se em Quito, no Equador, e o outro, no Rio de Janeiro. Qual deles será favorecido, em seu arremesso, pelo valor local da aceleração da gravidade? Explique.

30. Procure verificar se alguns dos fatores físicos analisados nesta secção (ou outros fatores não mencionados) estão presentes em esportes que você pratica ou que você conheça.

revisão

As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

1. a) O que é uma grandeza escalar? Dê exemplos.
   b) Que características devem ser fornecidas para que uma grandeza vetorial fique bem determinada? Dê exemplos de grandezas vetoriais.
   c) Qual é a diferença que você percebe entre as notações $\vec{d}$ e d?
2. No texto, foram apresentados dois processos para a determinação da resultante $\vec{c}$ de dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Descreva cada um desses processos.
3. a) Explique o que você entende por componente de um vetor $\vec{V}$ sobre um eixo OX.
   b) O que são componentes retangulares de um vetor?
4. a) Sendo θ um ângulo agudo de um triângulo retângulo, defina sen θ e cos θ.
   b) Quais são as expressões matemáticas que nos permitem calcular as componentes retangulares de um vetor?
   c) Se conhecemos os valores das componentes retangulares de um vetor $\vec{V}$, como podemos calcular o módulo deste vetor?
5. Vimos que a velocidade de uma partícula, num dado instante, é representada por um vetor $\vec{v}$. Diga qual é o módulo, a direção e o sentido deste vetor.
6. a) Qual é a direção e o sentido do vetor aceleração centrípeta $\vec{a}_c$?
   b) Se uma partícula possui $\vec{a}_c$, como deve ser a sua trajetória? Nestas condições, qual a característica do vetor $\vec{v}$ que, obrigatoriamente, está variando?
7. a) Qual é a direção e o sentido do vetor aceleração tangencial $\vec{a}_T$?
   b) Se uma partícula possui $\vec{a}_T$ qual a característica do vetor $\vec{v}$ que, obrigatoriamente, está variando?
8. a) O que é *período* de um corpo em movimento circular uniforme?
   b) Um corpo está em movimento circular uniforme. Como se define a velocidade angular deste corpo?
   c) Expresse esta velocidade angular em função do período T.
9. a) Qual é a expressão que relaciona v, ω e R em um movimento circular uniforme?
   b) Qual é a expressão que fornece o valor de $\vec{a}_c$ no movimento circular uniforme?
10. a) Se um avião possui uma velocidade $\vec{v}_1$ em relação ao ar e o ar se movimenta com uma velocidade $\vec{v}_2$ em relação à Terra, como devemos proceder para encontrar a velocidade, $\vec{v}$, do avião em relação à Terra?
    b) Quando um corpo está animado de dois movimentos perpendiculares entre si, dizemos que eles são independentes um do outro. Explique o que isto significa.
    c) Descreva a experiência que Galileu realizou para mostrar a independência de dois movimentos perpendiculares.

algumas experiências simples

Para você fazer

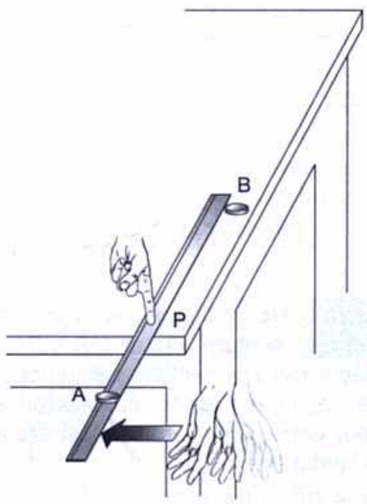
Primeira experiência

1) Coloque uma pequena moeda na borda do prato de um toca-disco. Meça e anote a distância, R, da moeda ao centro do prato, e ligue o aparelho. Usando um cronômetro (ou um relógio que marque os segundos) meça e anote o tempo que a moeda gasta para efetuar 10 voltas. Para maior segurança, é aconselhável repetir esta medida algumas vezes. Baseado em suas anotações, determine:
   a) O período T de rotação da moeda.
   b) O número de rotações que a moeda executa em 1 minuto. Compare este resultado com a indicação do aparelho.
   c) A velocidade angular ω da moeda.
   d) A velocidade linear v da moeda.
   e) A aceleração centrípeta a_c da moeda.
2) a) Se a moeda for colocada no meio do prato, de modo que o raio de sua trajetória se torne duas vezes menor, os valores de T, ω, v e a_c, para esta posição, seriam maiores, menores ou iguais aos valores correspondentes à posição anterior?
   b) Coloque a moeda nesta posição, faça as medidas necessárias e calcule os valores de T, ω, v e a_c. Os valores encontrados confirmam as previsões que você fez em (a)?

Segunda experiência

Conforme dissemos, na fig. 3-19 a velocidade horizontal que *B* possui não afeta o seu movimento vertical e, por isso, *A* e *B* atingem o solo simultaneamente (independência dos movimentos). A experiência seguinte, semelhante àquela realizada por Galileu, destina-se a verificar esta independência de dois movimentos perpendiculares entre si.

A figura apresenta a montagem que deve ser feita para a realização desta experiência: uma régua, parcialmente apoiada sobre uma mesa, e duas moedas, *A* e *B*, estando *B* sobre a mesa, próxima à sua borda, encostada à régua, e *A* sobre a régua (fora da mesa).



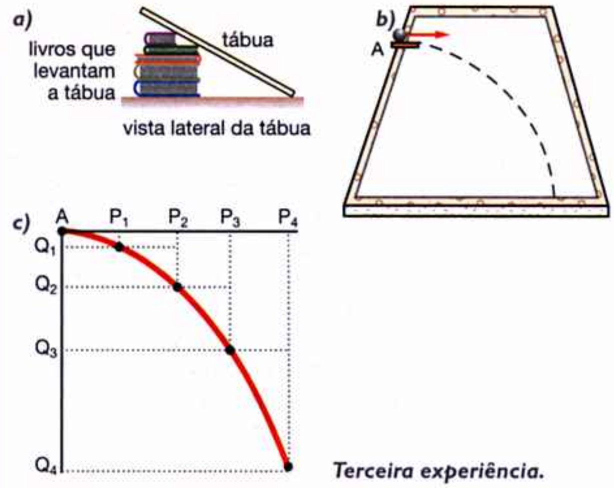
Segunda experiência.

1) Fixe a régua com um dedo no ponto *P*, de modo que ela possa girar em torno deste ponto. Dê uma pancada súbita na extremidade livre da régua, como mostra a figura. Observe as trajetórias das duas moedas e verifique se A cai verticalmente (queda livre) e se *B*, no mesmo instante, é arremessada horizontalmente para a direita.
2) Repita a experiência e, prestando atenção ao barulho produzido pelas duas moedas ao atingirem o solo, verifique se elas gastaram o mesmo tempo para cair.
3) Repita mais uma vez a experiência, dando uma pancada mais forte na régua, para que *B* adquira maior velocidade inicial. As moedas *A* e *B* continuam caindo simultaneamente? Você acha que ficou comprovada a independência dos dois movimentos (horizontal e vertical) da moeda *B*?

Terceira experiência

Esta experiência permitirá a você analisar o movimento de um objeto lançado horizontalmente, caindo sob a ação da gravidade. Para realizá-la, proceda da seguinte maneira:

1) Tome uma superfície rígida, como uma tábua (ou até mesmo um livro), cobrindo-a com uma folha de papel branco. Coloque a superfície, coberta com o papel, apoiada de maneira a permanecer inclinada de um certo ângulo sobre a horizontal (veja a fig. (a) desta experiência).



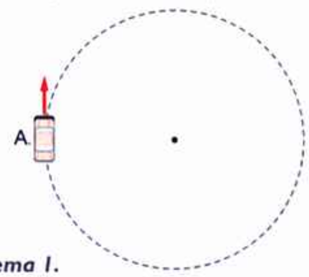
Terceira experiência.

2) No alto da folha, assinale um ponto *A* (veja a figura b) e disponha uma pequena plataforma (ou canaleta) horizontal de modo que sua extremidade coincida com o ponto *A*. Se necessário, solicite a ajuda de um colega.
3) Tome uma pequena esfera (de aço, ou vidro etc.) e passe óleo ou vaselina líquida em sua superfície. Coloque a esfera na plataforma e lance-a com uma certa velocidade horizontal, de modo que ela corra sobre o papel. A trajetória da esfera ficará marcada na folha e você poderá reforçá-la e retocá-la com a ponta de um lápis.

   O movimento dessa esfera é igual àquele analisado na secção 3.5 e mostrado na fig. 3-20. Neste caso, porém, a aceleração da queda é menor do que a da gravidade (em virtude da inclinação da superfície). Lembre-se de que esse movimento cuja trajetória foi traçada é uma composição de dois movimentos independentes: um movimento horizontal, com velocidade constante, e um movimento acelerado para baixo.
4) A partir do ponto *A* trace, na folha de papel, um eixo horizontal e outro perpendicular a ele, como na figura (c) desta experiência. No eixo horizontal, assinale pontos P_1, P_2, P_3 etc., de tal modo que $AP_1 = P_1P_2 = P_2P_3 = ...$ Como o movimento horizontal é uniforme, essas distâncias correspondem a intervalos de tempo iguais no movimento da esfera. Assinale, agora, as distâncias AQ_1, Q_1Q_2, Q_2Q_3 etc., que correspondem aos deslocamentos da esfera, para baixo, em cada um daqueles intervalos de tempo iguais. Observe que essas distâncias aumentam gradualmente, mostrando que o movimento para baixo é acelerado.
5) Observe a forma da trajetória obtida no papel e veja como ela é semelhante à da fig. 3-20. Essa curva é uma *parábola*, como a curva que descreve a *variação com o quadrado* que você já conhece de seu curso de Matemática.
6) Procure repetir a experiência, variando a velocidade inicial da bola e a inclinação da superfície.

problemas e testes

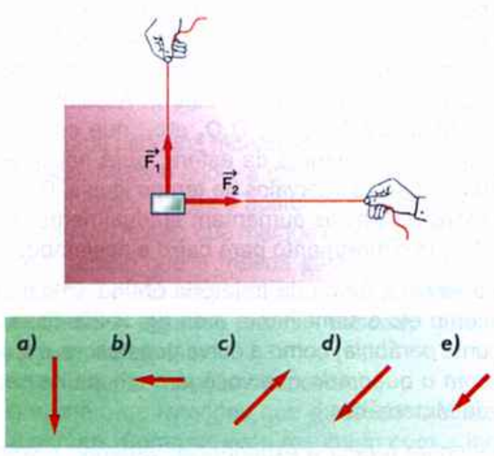
1. Um automóvel, sendo testado em uma pista circular de 300 m de raio, parte do ponto *A* mostrado na figura deste problema.
   a) Desenhe, em uma cópia da figura, o vetor $\vec{d}$, que representa o deslocamento do automóvel, após ele ter completado meia volta.
   b) Qual é o módulo deste deslocamento?
   c) Qual será o módulo do deslocamento do automóvel após ele ter completado uma volta?



Problema 1.

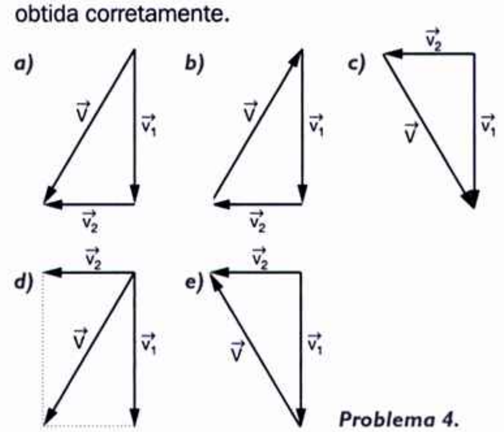
2. Dois deslocamentos $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ têm módulos $d_1 = 4{,}0$ m e $d_2 = 3{,}0$ m. Sabe-se que $\vec{d}_1$ tem direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.
   a) Qual deve ser a direção e o sentido de $\vec{d}_2$ para que a resultante desses vetores tenha módulo igual a 7,0 m?
   b) Responda à questão anterior, para que a resultante tenha módulo igual a 1,0 m.
   c) A resultante de $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ poderia ter módulo igual a 8,0 m? e igual a 0,5 m?

3. Na figura deste problema, os vetores $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ representam, em módulo, direção e sentido, duas forças atuando sobre um objeto apoiado em uma mesa lisa. Deseja-se aplicar, no objeto, uma força $\vec{F}_3$ de tal modo que a resultante das três forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ seja nula. Escolha, entre os vetores mostrados a seguir, aquele que melhor representa $\vec{F}_3$.



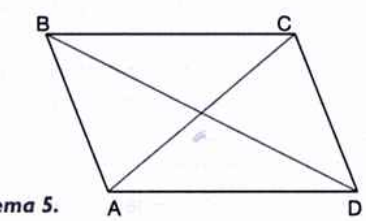
Problema 3.

4. As figuras seguintes foram feitas por um estudante tentando obter a resultante, $\vec{V}$, de dois vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$. Indique as figuras nas quais a resultante $\vec{V}$ foi obtida corretamente.



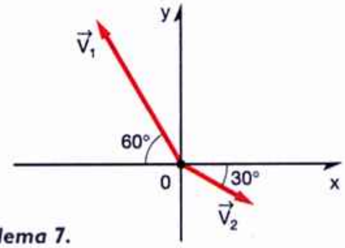
Problema 4.

5. Na figura deste problema, os segmentos *AB*, *BC*, *CA* etc. representam vetores ($\vec{AB}$ e $\vec{BA}$, por exemplo, são vetores de sentidos contrários). Nas igualdades seguintes, estão apresentadas algumas relações entre estes vetores. Assinale aquela que *não* é verdadeira.
   a) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$
   b) $\vec{BD} = \vec{AB} + \vec{AD}$
   c) $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$
   d) $\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$
   e) $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC} = \vec{AC}$



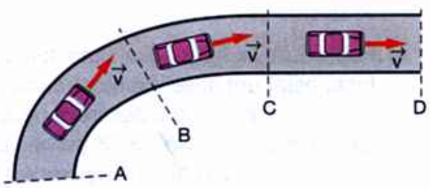
Problema 5.

6. Qual das afirmativas seguintes está *errada*?
   a) O módulo da componente de um vetor não pode ser maior do que o módulo do próprio vetor.
   b) Se a componente de um vetor sobre um eixo for nula, podemos concluir que o módulo do vetor também é nulo.
   c) Se um vetor for perpendicular a um eixo, a componente do vetor sobre o eixo é nula.
   d) Se um vetor for paralelo a um eixo, o módulo da componente do vetor sobre o eixo é igual ao módulo do vetor.
   e) Se as componentes retangulares de um vetor são ambas nulas, podemos concluir que o módulo do vetor também é nulo.



Problema 7.

7. Os vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ mostrados na figura deste problema têm módulos $\vec{v}_1 = 20$ cm e $\vec{v}_2 = 10$ cm.
   a) Desenhe, numa cópia da figura, as componentes retangulares $\vec{v}_{1x}$ e $\vec{v}_{1y}$ do vetor $\vec{v}_1$.
   b) Faça o mesmo para o vetor $\vec{v}_2$.
   c) Calcule os valores destas componentes e, ao apresentar os resultados, considere a seguinte convenção de sinais: as componentes sobre *OX* são positivas se orientadas para a direita e negativas em caso contrário; as componentes sobre *OY* são positivas se orientadas para cima e negativas em caso contrário.



Problema 8.

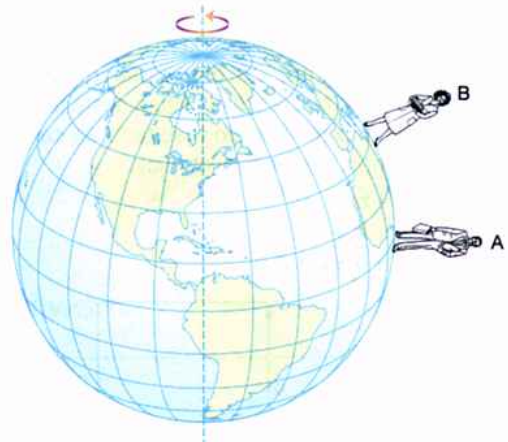
8. O velocímetro de um carro que se desloca em uma estrada plana, mostrada na figura deste problema, indica constantemente 60 km/h no trecho *AB*. No trecho *BC*, a indicação do velocímetro cai gradualmente para 40 km/h e, no trecho *CD*, aumenta gradualmente para 80 km/h. Em uma cópia da figura, desenhe os vetores $\vec{a}_c$ (aceleração centrípeta) e $\vec{a}_T$ (aceleração tangencial) do movimento do automóvel, nas posições indicadas.

9. Você sabe que a Terra possui um movimento de rotação em torno de seu eixo.
   a) Qual é o período deste movimento?
   b) Qual é a velocidade angular deste movimento, em graus/hora?

10. Uma polia *A*, em rotação, tem 10 cm de raio e um ponto de sua periferia tem uma velocidade linear de 50 cm/s. Outra polia, *B*, de 25 cm de raio, gira de tal modo que um ponto de sua periferia tem uma velocidade linear de 75 cm/s.
    a) Calcule a velocidade angular de cada polia.
    b) Qual das duas polias está girando mais rapidamente?

11. Uma pedra, presa a um barbante, é colocada em movimento circular uniforme de período $T = 0{,}20$ s e raio $R = 10$ cm. Calcule, para esta pedra:
    a) A velocidade angular, em rad/s.
    b) A velocidade linear, em m/s.
    c) A aceleração centrípeta, em m/s^2.

12. Considere duas pessoas, *A* e *B*, situadas sobre a superfície da Terra, estando *A* no equador e *B* em um paralelo no hemisfério norte (veja a figura deste problema). Você sabe que estas pessoas estão girando, juntamente com a Terra em seu movimento de rotação. Dizer, entre as afirmações seguintes, relacionadas com estes movimentos de rotação de *A* e *B*, quais estão certas e quais estão erradas.



Problema 12.

    a) O período de rotação de *A* é maior do que o de *B*.
    b) A velocidade angular de *A* é igual à de *B*.
    c) O raio da trajetória de *A* é igual ao raio da trajetória de *B*.
    d) A velocidade linear de *A* é maior do que a de *B*.
    e) A aceleração centrípeta de *A* é menor do que a de *B*.

13. Dois carros, *A* e *B*, estão descrevendo uma mesma curva circular de uma estrada, ambos desenvolvendo 40 km/h.
    a) O motorista do carro *A* aumenta sua velocidade para 80 km/h. A aceleração centrípeta do carro torna-se maior ou menor? Quantas vezes?
    b) O carro *B*, mantendo sua velocidade, entra em uma curva mais fechada de raio duas vezes menor. Sua aceleração centrípeta torna-se maior ou menor? Quantas vezes?

14. Na fig. 3-18-b, o que aconteceria ao barco se:
    a) $v_B = v_C$?
    b) $v_B < v_C$?

15. Duas cidades, situadas nas margens de um rio, estão distanciadas de 100 km. Um barco, que faz o percurso entre elas, leva 5,0 h quando sobe o rio e 4,0 h ao descer. Calcule:
    a) A velocidade da correnteza.
    b) A velocidade do barco em relação à água.

16. Uma embarcação parte do porto e viaja, na direção Norte-Sul, deslocando-se 22 km para o Norte. Em seguida, toma a direção Oeste-Leste e desloca-se 9,0 km para Leste. Finalmente, retoma a direção Norte-Sul, deslocando-se 10 km para o Sul.

a) Usando uma escala de 1 cm: 1 km (1 cm representa 1 km) desenhe um diagrama mostrando os deslocamentos sucessivos da embarcação.

b) Desenhe o vetor deslocamento resultante da embarcação e determine o seu módulo, medindo-o diretamente no diagrama.

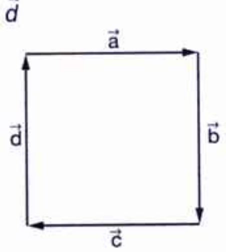
c) Use o teorema de Pitágoras para calcular o módulo do deslocamento resultante. Compare este resultado com aquele obtido em (b).

17. Em um quadrado de 20 cm de lado e cuja diagonal vale, portanto, 28 cm, estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$ (veja figura deste problema). Determine o módulo do resultado de cada uma das seguintes operações vetoriais:

a) $\vec{a} + \vec{b}$

b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

c) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$



Problema 17.

18. O ponteiro dos segundos de um relógio tem 2 cm de comprimento. Determine, para um ponto da extremidade deste ponteiro (considere $\pi = 3$):

a) O seu período.

b) Sua velocidade angular.

c) Sua velocidade linear.

d) Sua aceleração centrípeta.

e) Sua aceleração tangencial.

19. Considere as rodas de transmissão, *A* e *B*, de uma bicicleta, mostradas na figura deste problema. Como você sabe, a engrenagem *B* é ligada à roda traseira *C*, girando juntamente com ela quando o ciclista está pedalando. Supondo que isto esteja ocorrendo, responda:

Problema 19.

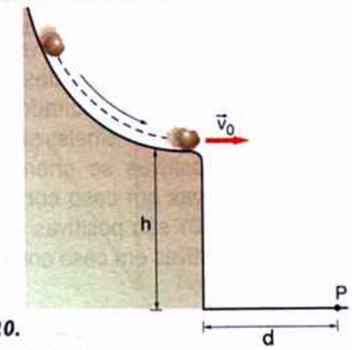
a) A velocidade linear de um ponto na periferia de *A* é maior, menor ou igual à de um ponto na periferia de *B*?

b) A velocidade angular de *A* é maior, menor ou igual à velocidade angular de *B*?

c) A velocidade angular de *B* é maior, menor ou igual à velocidade angular de *C*?

d) A velocidade linear de um ponto na periferia de *B* é maior, menor ou igual à de um ponto na periferia de *C*?

20. Uma pedra se desprende de uma montanha e rola pela encosta, chegando à beirada de um penhasco com uma velocidade horizontal $\vec{v}_0$ (veja a figura deste problema). Em virtude desta velocidade inicial ela vai atingir o solo no ponto *P*.



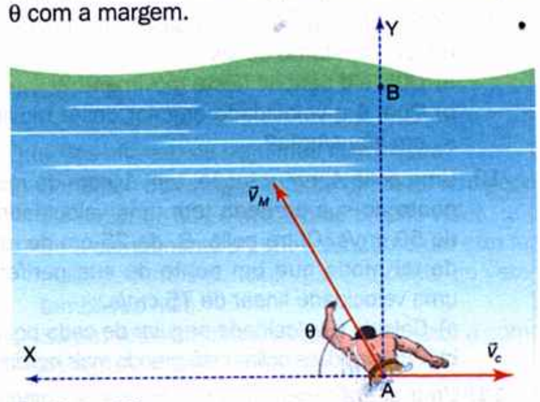
Problema 20.

a) Reproduza a figura em uma folha de papel e faça, nela, um desenho mostrando o aspecto da trajetória que a pedra descreve no ar.

b) Sabendo-se que $h = 20\,\text{m}$ e considerando $g = 10\ \text{m/s}^2$, calcule o tempo que a pedra gasta para se deslocar da beirada do penhasco até o solo.

c) Supondo que $v_0 = 6{,}0$ m/s, calcule a distância *d* mostrada na figura.

21. Um menino, nadando com velocidade $\vec{v}_M$, deve atravessar um rio cuja correnteza tem uma velocidade $\vec{v}_c$. Suponha que ele queira seguir a trajetória *AB*, perpendicular às margens (veja a figura deste problema). Para isto, o menino nada orientando sua velocidade numa direção que forma um ângulo θ com a margem.



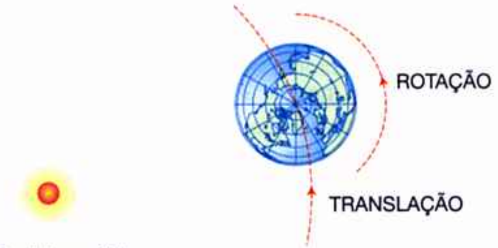
Problema 21.

a) Reproduza a figura em seu caderno e desenhe, nela, as componentes $\vec{v}_{Mx}$ (paralela à margem) e $\vec{v}_{My}$ (perpendicular à margem). Escreva as expressões destas componentes em função de v_M e θ.

b) Qual deve ser a relação entre $\vec{v}_{Mx}$ e $\vec{v}_c$ para que o menino siga a trajetória *AB*?

c) Considerando que $v_c = 0{,}50$ m/s e $v_M = 1{,}0$ m/s, calcule o valor de θ para que o menino siga a trajetória *AB* desejada.

22. Sabemos que a Terra possui, além do movimento de rotação em torno de seu eixo, um movimento de translação em torno do Sol. Na figura deste problema, as setas indicam os sentidos destes dois movimentos. Analise a figura e responda: a velocidade resultante (em relação ao Sol) de uma pessoa situada no equador é maior ao meio-dia ou à meia-noite?



Problema 22.

questões de vestibular

As **questões de vestibular** se encontram no final do livro.

problemas suplementares

1. Alguns livros de Ciências para o ensino fundamental costumam afirmar que as direções possíveis para uma reta são as seguintes: horizontal, vertical e inclinada. Para você perceber que essa afirmação é totalmente equivocada, responda às perguntas seguintes:

   a) Você acha que duas (ou mais) retas horizontais podem ter a mesma direção? E todas as retas horizontais têm a mesma direção?

   b) Você acha que duas (ou mais) retas inclinadas podem ter a mesma direção? E todas as retas inclinadas têm a mesma direção?

   c) Suponha uma reta vertical em um ponto do equador e outra em um ponto próximo a um dos pólos da Terra. Você acha que essas duas retas verticais têm a mesma direção?

   d) Considere várias retas verticais em pontos diferentes de sua sala de aula. Você acha razoável considerar que essas retas verticais têm a mesma direção? Explique.

2. Desenhe um par de eixos *OX* e *OY* perpendiculares entre si. Trace um vetor $\vec{V}_1$, da origem *O* ao ponto *A*, de coordenadas $X_1 = 3$ e $Y_1 = 4$. Em seguida, trace o vetor $\vec{V}_2$, da origem ao ponto *B*, de coordenadas $X_2 = 4$ e $Y_2 = 3$. Responda:

   a) $\vec{V}_1$ é igual a $\vec{V}_2$? b) V_1 é igual a V_2?

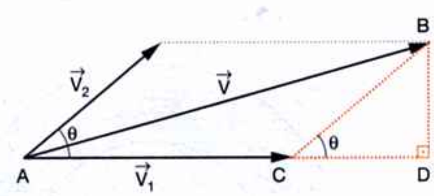
3. Um helicóptero, a uma certa altura, partindo de um ponto *A*, desloca-se de 4,0 km até o ponto *B*, mantendo-se na mesma altitude. Em seguida, ainda mantendo-se à mesma altura, desloca-se de 3,0 km, em ângulo reto com a direção *AB*, até o ponto *C*. A partir de *C*, sobe verticalmente, percorrendo uma distância de 5,0 km, chegando ao ponto *D*.

   a) Esboce um desenho, mostrando os deslocamentos sucessivos do helicóptero.

   b) Calcule o módulo do vetor deslocamento resultante $\vec{AD}$ do helicóptero.

   c) Qual o valor do ângulo de inclinação do vetor $\vec{AD}$ em relação à horizontal?

   d) Quais são os módulos das componentes horizontal e vertical do vetor $\vec{AD}$?



Problema suplementar 4.

4. A figura deste problema mostra a resultante $\vec{V}$, dos vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$, obtida por meio da regra do paralelogramo. A geometria nos permite obter uma fórmula para calcular o valor da resultante, quando são conhecidos os módulos de $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ e o ângulo θ formado por esses vetores.

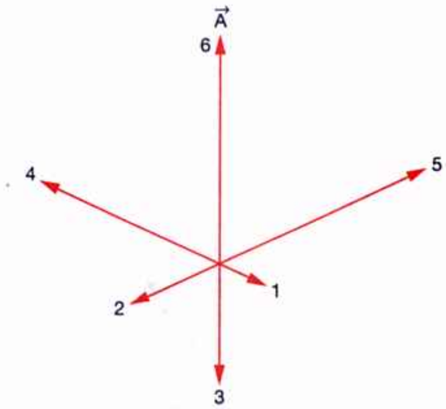
   a) Para obter essa fórmula, considere as orientações seguintes: usando as construções feitas na figura, aplique o teorema de Pitágoras aos triângulos *ABD* e *CBD*, observe que o ângulo *BCD* é igual a θ e mostre que a fórmula procurada é:

$$V_2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta$$

b) Dois vetores têm módulos $V_1 = 10$ cm e $V_2 = 6{,}0$ cm e formam um ângulo $\theta = 60°$. Usando a equação deduzida em (a), calcule o módulo *V* da resultante destes vetores.

5. A fim de verificar que a equação obtida na questão (a) do problema anterior fornece resultados que já são de seu conhecimento, aplique-a aos seguintes casos particulares, para obter o módulo da resultante $\vec{V}$:

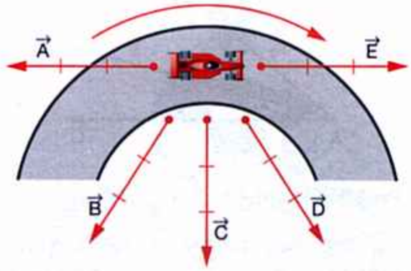
a) $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ têm a mesma direção e o mesmo sentido.
b) $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ têm a mesma direção e sentidos contrários.
c) $\vec{V}_1$ é perpendicular a $\vec{V}_2$.



Problema suplementar 6.

6. A figura deste problema mostra seis vetores de módulos ali indicados, cada um deles formando ângulos de 60° com os vetores adjacentes.

a) Determine o módulo da resultante desses vetores.
b) Qual é a direção e o sentido dessa resultante em relação ao vetor $\vec{A}$?



Problema suplementar 7.

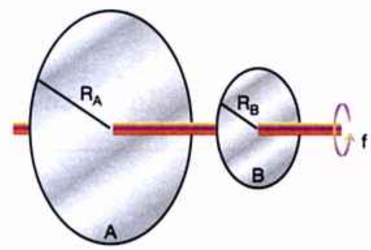
7. Um carro de Fórmula 1 está descrevendo uma curva, movendo-se da esquerda para a direita, como está indicado na figura. Sabendo-se que o piloto, naquele momento, está freando o carro, qual dos vetores, $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ ou $\vec{E}$, melhor representa sua aceleração naquele instante?

8. Considere os ponteiros das horas (h), dos minutos (m) e dos segundos (s) de um relógio. Calcule, para cada um:

a) Sua velocidade angular, em graus/hora.
b) Sua freqüência, em hertz.

9. a) Um corpo, em movimento circular uniforme, possui uma velocidade angular $\omega = 10\pi$ rad/s. Determine a freqüência, *f*, e o período, *T*, desse movimento.

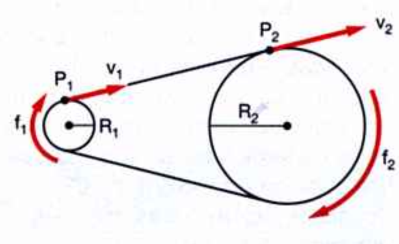
b) Suponha que uma partícula efetue um movimento circular uniforme com freqüência $f = 0{,}25$ hertz. Calcule o período, *T*, e a velocidade angular, ω, dessa partícula.



Problema suplementar 10.

10. Dois discos, presos a um eixo comum, giram com uma freqüência *f* constante (veja a figura deste problema). Sendo $R_A = 2\,R_B$, determine a relação:

a) (ω_A/ω_B) entre as velocidades angulares dos dois discos.
b) (v_A/v_B) entre as velocidades lineares de dois pontos nos bordos de cada disco.
c) (a_A/a_B) entre as acelerações dos dois pontos mencionados em (b).



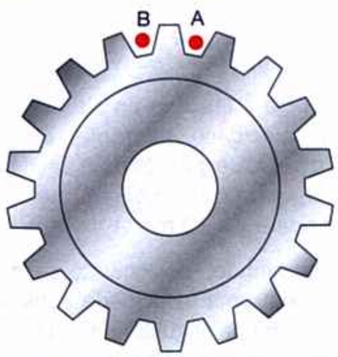
Problema suplementar 11.

11. Duas polias, de raios $R_1 = 10$ cm e $R_2 = 30$ cm, estão acopladas por uma correia de transmissão inextensível, como mostra a figura deste problema.

a) Supondo que a correia não deslize sobre as polias, você acha que a velocidade linear, v_1, de um ponto na periferia da polia R_1, é maior, menor ou igual à velocidade v_2, de um ponto na periferia da polia R_2?
b) Sabendo-se que a polia R_1 gira com uma freqüência $f_1 = 60$ rpm (rotações por minuto), determine a freqüência f_2 da polia R_2.

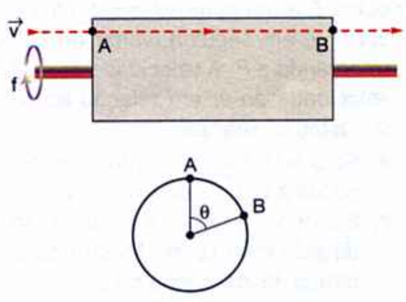
12. Uma vitrola está tocando a 33 1/3 rpm. A largura da faixa ocupa toda a face útil do LP, que tem o raio interno igual a 7,0 cm e o raio externo igual a 15,0 cm. A faixa é tocada em 24 minutos.
    a) Qual é a distância média entre dois sulcos consecutivos do disco?
    b) Qual é a velocidade linear do ponto do disco que está sob a agulha no final da execução da faixa?

13. Um automóvel está se deslocando com uma velocidade constante de 72 km/h. Se suas rodas têm um diâmetro de 60 cm e rodam sem deslizar, calcule o número de rotações que elas efetuam por minuto.



Problema suplementar 14.

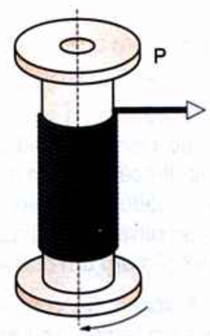
14. Em uma experiência para medir a velocidade da luz, realizada no século XIX, o físico francês H. Fizeau utilizou uma roda dentada, como mostra a figura, colocada em rotação em torno de seu eixo. Esta rotação era ajustada de tal modo que um feixe de luz, passando no intervalo A entre dois dentes da roda, incidia em um espelho fixo, situado a uma certa distância, sendo refletido e retornando à roda exatamente a tempo de passar no intervalo B, entre os dentes seguintes (veja a figura). Supondo que a roda dentada tivesse 720 dentes, que sua distância ao espelho fosse de 9,0 km e sabendo-se que a velocidade da luz é de $3{,}0 \times 10^5$ km/s, determine quantas rotações por minuto a roda devia efetuar para que isso ocorresse.



Problema suplementar 15.

15. Para determinar a velocidade de uma bala, um técnico fez incidir o projétil em um cilindro oco (com bases de papel frágil), colocado em rotação com uma freqüência f (veja a figura deste problema). A bala perfurou uma das bases no ponto A, atravessou o cilindro e emergiu na outra base pelo ponto B. Os raios que passam pelos pontos A e B de cada base formaram um ângulo θ entre si, como mostra a figura. Supondo que $f = 1\,200$ rpm, que o comprimento do cilindro seja de 1,0 m e que $\theta = 72°$, determine a velocidade da bala.

16. Em uma experiência para medir o valor da aceleração da gravidade, um estudante colocou um disco girando, com 50 rpm, em torno de um eixo vertical passando pelo seu centro O. De dois pontos acima do disco, ao longo de uma mesma vertical, deixou cair simultaneamente sobre ele duas esferas, uma delas a partir de uma altura de 4,5 m e, a outra, de 2,0 m. Ao colidirem com o disco, essas esferas marcaram sobre ele os pontos M e N tais que o ângulo MON era igual a 96°. Qual o valor da aceleração da gravidade que o estudante encontrou a partir desses valores por ele obtidos?



Problema suplementar 17.

17. O raio do cilindro de um carretel mede 2,0 cm. Uma pessoa, em 10 s, desenrola uniformemente 50 cm de linha que está em contato com o cilindro (veja a figura deste problema).
    a) Qual é o valor da velocidade linear de um ponto da superfície do cilindro?
    b) Qual é a velocidade angular do ponto P, mostrado na figura, situado a 4,0 cm do eixo de rotação?

18. Um barco navega rio acima com velocidade $\vec{v}_B$ em relação à água. A correnteza do rio tem velocidade $\vec{v}_C$ e $\vec{v}$ representa a velocidade do barco em relação à Terra. Uma pessoa afirmou que as relações entre esses vetores e entre seus módulos deve ser expressa da seguinte maneira:

$$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_C \quad \text{e} \quad v = v_B + v_C$$

Outra pessoa discorda e propõe as seguintes relações:

$$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_C \quad \text{e} \quad v = v_B - v_C$$

Você concorda com a primeira pessoa? Com a segunda? Com ambas? Ou com nenhuma delas? Explique.

19. Uma pessoa, dentro de um ônibus parado, deixa cair uma moeda. A moeda gasta 0,40 s para atingir o piso do ônibus. A experiência é repetida quando o ônibus se desloca horizontalmente, com movimento retilíneo uniforme, de velocidade $v = 10$ m/s.
    a) Qual o tempo de queda da moeda na segunda experiência?
    b) Qual a distância entre os pontos do piso do ônibus atingidos pela moeda na primeira e na segunda experiências?

20. Um navio está navegando para Leste a 16 km/h, na presença de um vento que sopra para o Sul a 12 km/h. Qual é o módulo da velocidade da fumaça que sai da chaminé (despreze a velocidade vertical da fumaça):
    a) Em relação ao navio? (Indique aproximadamente sua direção.)
    b) Em relação à Terra? (Indique sua direção.)

21. Dois pequenos navios, *A* e *B*, desenvolvem as seguintes velocidades em relação a um referencial na Terra:
    $v_A = 6{,}0$ nós, para o Norte
    $v_B = 8{,}0$ nós, para o Leste
    a) Qual é o módulo da velocidade do navio *A* em relação ao navio *B*? (Indique, aproximadamente, a sua direção em um diagrama.)
    b) Qual é o módulo da velocidade do navio *B* em relação ao navio *A*? (Indique, aproximadamente, a sua direção em um diagrama.)

22. Dois trens deslocam-se, com movimentos uniformes, em sentidos contrários, ao longo de linhas paralelas com velocidades, em relação à Terra, de 40 km/h e 32 km/h. Um passageiro, no primeiro trem, verifica que o segundo leva 12 s para passar por ele.
    a) Qual é a velocidade do segundo trem em relação ao passageiro mencionado?
    b) Qual é o comprimento do segundo trem?

23. Um automóvel está se movendo em linha reta com uma velocidade de 10 m/s durante uma chuva. Sabe-se que as gotas caem verticalmente, em relação ao solo, com uma velocidade de 6,0 m/s.
    a) Determine o módulo da velocidade das gotas em relação a um observador situado no automóvel.
    b) Determine a direção dessa velocidade, calculando o ângulo que ela forma com a vertical (faça um diagrama ilustrando sua resposta).

24. Um trem viaja a uma velocidade constante de 50 km/h. Ao mesmo tempo, cai uma chuva cujas gotas se deslocam verticalmente em relação à Terra. A trajetória das gotas nos vidros das janelas laterais do trem são segmentos de reta que formam um ângulo de 65° com a vertical. Calcule o módulo da velocidade das gotas em relação ao solo.

25. Uma pequena esfera é lançada da borda de uma mesa com uma velocidade horizontal. Considere a esfera ao passar em uma posição qualquer de sua trajetória, na qual ela possui uma aceleração tangencial $\vec{a}_T$ e uma aceleração centrípeta $\vec{a}_c$. Expresse, em função de $\vec{g}$ (aceleração da gravidade), o resultado que seria encontrado se fosse calculada a resultante $\vec{a}_c + \vec{a}_T$.

26. Quando dois carros se movem uniformemente em sentidos contrários, na mesma estrada reta, eles se aproximam 9 m a cada décimo de segundo. Quando eles se deslocam no mesmo sentido, com velocidades de módulos iguais aos anteriores, eles se aproximam de 10 m a cada segundo. Calcule as velocidades desses carros.

27. Uma bola é lançada do alto de uma escada com uma velocidade horizontal de módulo igual a 4,0 m/s. Os degraus têm 20 cm de altura por 35 cm de largura. Qual o degrau que a bola irá atingir? (Considere $g = 10$ m/s^2.)

28. Um caminhão, deslocando-se em uma estrada reta, com uma velocidade constante de 15 m/s, está sendo perseguido por um helicóptero que voa horizontalmente, sobre a estrada, a uma altura de 80 m. A velocidade do helicóptero é de 50 m/s e o piloto, visando atingir o caminhão, consulta o computador de bordo e solta uma bomba no instante em que sua distância horizontal ao caminhão era de 140 m. O caminhão foi atingido? (Considere $g = 10$ m/s^2.)

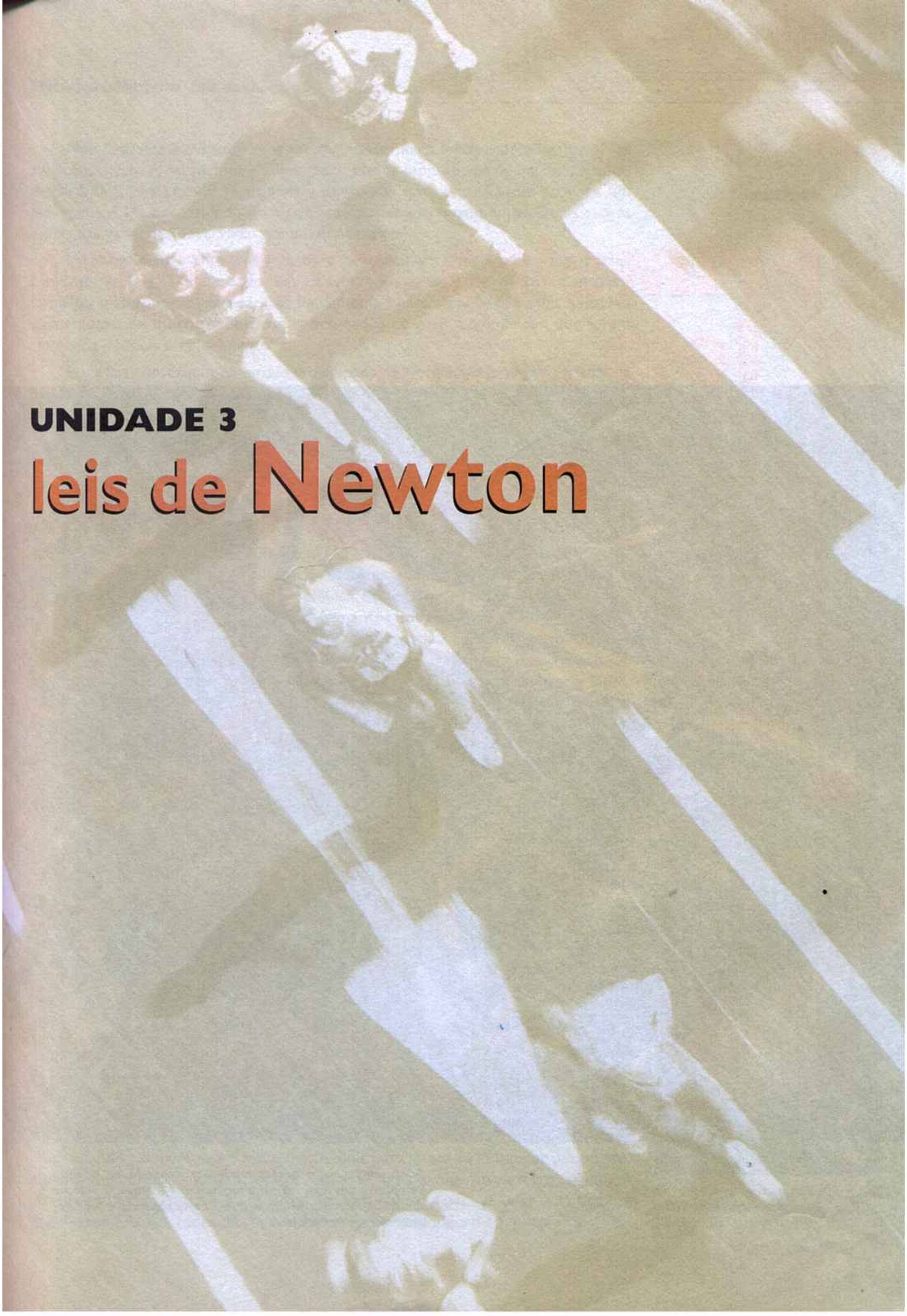
29. Uma criança, situada no terraço de um edifício, a 21 m de altura, arremessa um pequeno vaso de porcelana com uma velocidade horizontal de 2,0 m/s. Sua mãe, no solo, a uma distância de 10,0 m da base do edifício, percebe o que se passa e, 0,50 s após (tempo de reação), parte correndo, com suas mãos a 1,0 m do solo, e consegue apanhar o vaso. Qual foi a mínima velocidade média desenvolvida pela mãe da criança? ($g = 10$ m/s^2)

30. Um piloto deseja voar de Oeste para Leste, de um ponto *P* a um ponto *Q*, separados por uma distância *D* e, em seguida, voltar de Leste para Oeste, retornando a *P*. A velocidade do avião no ar é $\vec{v}$ e a velocidade do ar em relação ao solo é $\vec{u}$, ambas supostas constantes.
    a) Se $u = 0$ (não há vento), mostre que o tempo, de ida e volta, vale $t_0 = 2\,D/v$.
    b) Suponha que a velocidade do vento esteja dirigida para Leste. Mostre que, neste caso, o tempo de ida e volta será

$$t = \frac{t_0}{1 - \dfrac{u^2}{v^2}}$$

UNIDADE 3

leis de Newton



capítulo 4

Primeira e terceira leis de Newton

Stock Photos

A eficiência nos esportes modernos depende de análises complexas das relações entre forças e movimentos. O objetivo da Dinâmica, cujo estudo se inicia neste capítulo, é procurar estabelecer estas relações.

Nos capítulos 2 e 3 estivemos estudando os movimentos sem indagar quais as suas causas, isto é, estudamos a Cinemática. Neste capítulo vamos iniciar o estudo da Dinâmica, procurando responder a perguntas tais como: O que provoca um movimento? Há necessidade de algo para manter um movimento? Quais são as causas das variações observadas em um movimento?

Há aproximadamente três séculos, o famoso físico e matemático inglês Isaac Newton (1642-1727), baseado em observações suas e de outros cientistas, formulou três princípios que são tão fundamentais para responder a estas questões e na solução de outros problemas relacionados com os movimentos, que foram chamados de "Leis do Movimento".

Estas leis constituem os verdadeiros pilares da Mecânica e foram enunciadas na famosa obra de Newton, *Princípios matemáticos da filosofia natural*, publicada em 1686. Elas são conhecidas como 1ª, 2ª e 3ª leis de Newton, de acordo com a ordem em que apareceram na obra citada. Neste capítulo, estudaremos a 1ª e a 3ª leis, que nos permitirão analisar o *equilíbrio* de um corpo. A 2ª lei de Newton será discutida no capítulo seguinte.

Isaac Newton (1642-1727)

FPG International/Keystone

No ano da morte de Galileu, em 1642, nascia na Inglaterra o famoso físico Isaac Newton. Deve-se a ele o início de uma verdadeira revolução na ciência física, ao formular as três leis básicas da Mecânica, isto é, os princípios fundamentais que são usados até hoje para analisar os movimentos dos corpos.

Outra grande contribuição de Newton no campo da Física foi a formulação da lei da gravitação universal, que será estudada posteriormente em nosso curso. Os trabalhos mencionados foram apresentados em um livro, publicado em latim, como era usual naquela época para as publicações científicas e filosóficas.

Newton publicou também trabalhos muito importantes no campo da Óptica e da Matemática, no qual se atribui a ele a invenção do cálculo diferencial e integral, que é uma poderosa ferramenta para o estudo dos fenômenos físicos (este assunto é estudado em cursos mais avançados).

Como reconhecimento do seu trabalho, Newton recebeu diversas honrarias na Inglaterra. Foi membro do Parlamento, tendo sido agraciado com o título de nobreza, que lhe permitiu ser tratado como Sir Isaac Newton. Foi também eleito presidente da Real Academia de Ciências de Londres, permanecendo neste cargo até sua morte em 1727, aos 84 anos de idade.

Não deixe de analisar o Tópico Especial deste capítulo (secção 4.5), em que são analisados outros aspectos da vida e obra de Newton.

4.1. Força. A primeira lei de Newton

CONCEITO DE FORÇA

Quando exercemos um esforço muscular para puxar ou empurrar um objeto, estamos lhe comunicando uma *força* (fig. 4-1); uma locomotiva exerce *força* para arrastar os vagões (fig. 4-2); um jato d'água exerce *força* para acionar uma turbina (fig. 4-3) etc. Assim, todos nós temos, intuitivamente, a idéia do que seja *força*.

Sharon Green/The Stock Market/Contexto

O vento exerce uma força sobre a vela de uma embarcação.

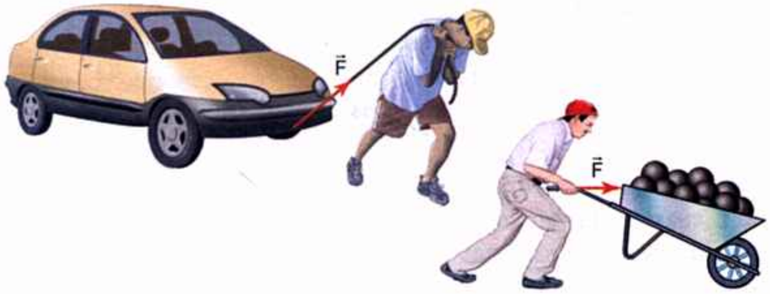


Fig. 4-1: *Quando uma pessoa puxa ou empurra um objeto, ela está exercendo uma força sobre ele.*

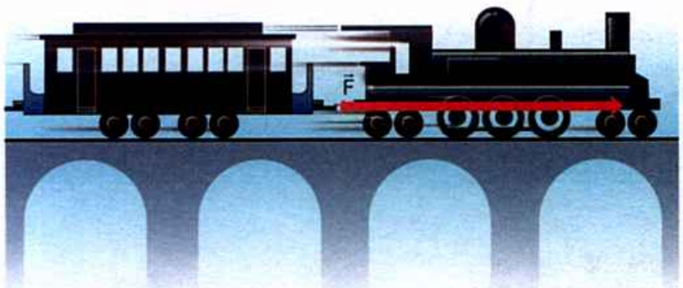


Fig. 4-2: *A locomotiva exerce uma força para arrastar os vagões.*

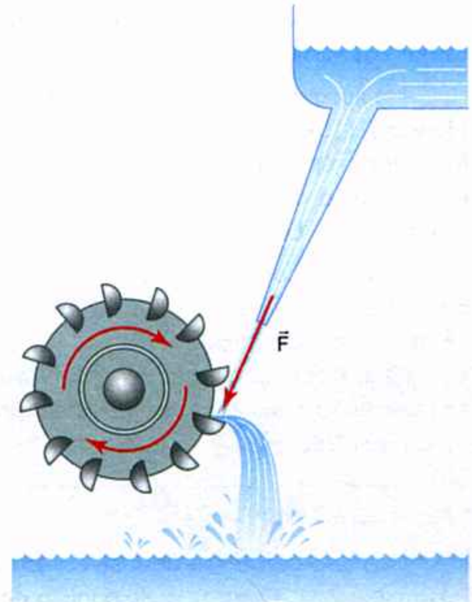


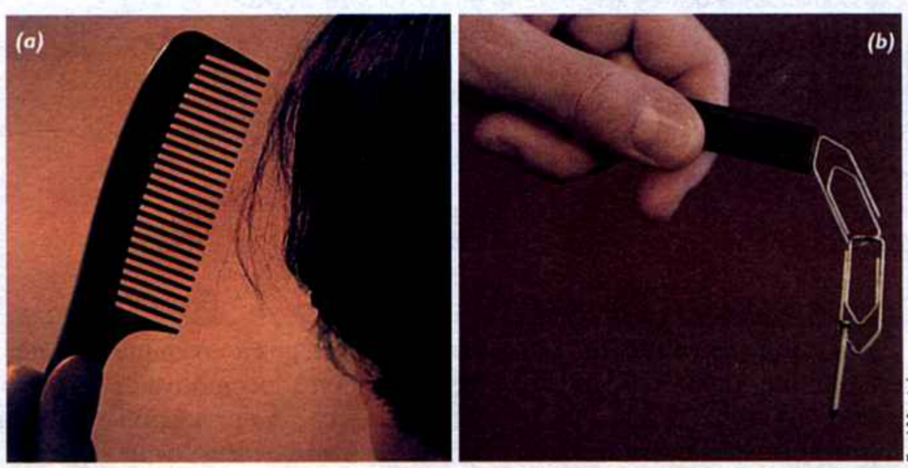
Fig. 4-3: *O jato d'água exerce uma força nas pás da turbina.*

Analisando os exemplos que acabamos de citar, podemos concluir que, para que o efeito de uma força fique bem definido, será necessário especificar seu *módulo*, sua *direção* e seu *sentido*, conforme dissemos na secção 3.1. Em outras palavras, a força é uma grandeza vetorial e poderá, portanto, ser representada por um vetor, como foi feito nas figs. 4-1, 4-2 e 4-3.

Um outro exemplo de força, com que lidamos freqüentemente, é a força de atração da Terra sobre os corpos situados próximo à sua superfície. Esta força é denominada *peso do corpo*.

Então,

peso de um corpo é a força com que a Terra atrai este corpo.



Fred Monteiro

Tanto as forças elétricas (como em a) quanto as forças magnéticas (como em b) são forças de ação a distância.

Naturalmente, o peso é uma grandeza vetorial e pode ser representado por um vetor. Na fig. 4-4 mostramos o vetor $\vec{P}$, que representa o peso do corpo. Observe que $\vec{P}$ tem a direção vertical e seu sentido é dirigido para baixo.

A força de atração da Terra sobre um objeto, assim como as forças elétricas e magnéticas (força de um ímã sobre um prego, por exemplo), é exercida sem que haja necessidade de contato entre os corpos (ação a distância). São diferentes das forças citadas no início desta secção, as quais só podem atuar se existir um contato entre os corpos.

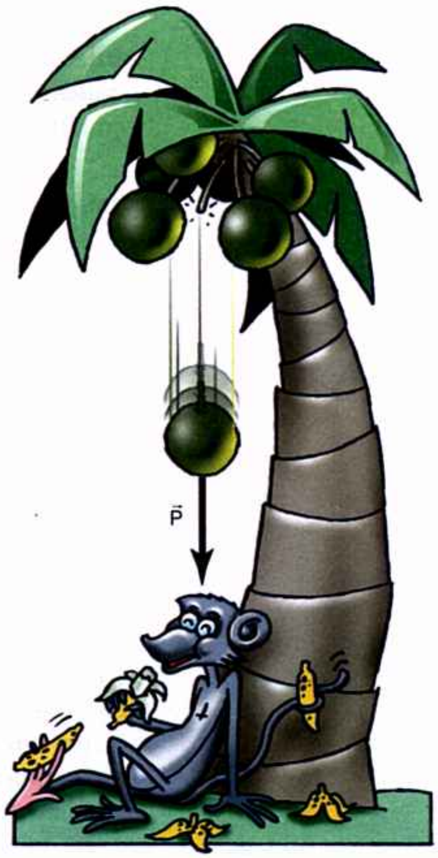


Fig. 4-4: *O peso de um corpo é a força com que a Terra o atrai.*

MEDIDA DE UMA FORÇA

Quando uma força (peso de um corpo ou outra força qualquer) é exercida na extremidade de uma mola, esta se deforma (fig. 4-5). Este fato é usado para medir as forças. Para medir qualquer grandeza, é necessário escolher uma unidade de medida. No caso da força, uma unidade escolhida por convenção entre os físicos é o peso de um corpo padrão (*o quilograma-padrão*), que se denomina *1 quilograma-força* = 1 kgf. Por definição

1 quilograma-força (1 kgf) é o peso do quilograma-padrão, ao nível do mar e a 45° de latitude (fig. 4-6).

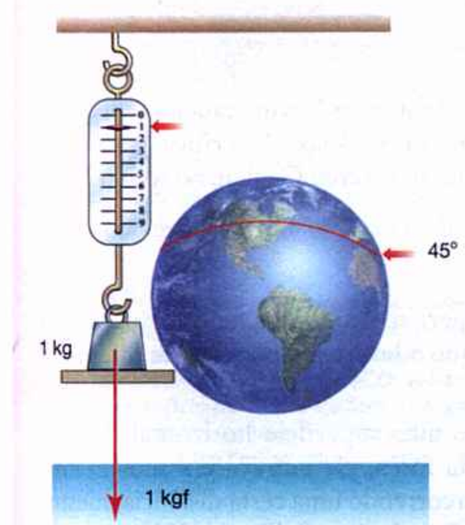


Fig. 4-6: *O quilograma-força (1 kgf) é o peso do quilograma-padrão, ao nível do mar e a 45° de latitude.*

Pendurando pesos de 1 kgf, 2 kgf, 3 kgf etc., na extremidade de uma mola, podemos calibrá-la para medir pesos ou qualquer outra força. Uma mola calibrada desta maneira é denominada um *dinamômetro*. As balanças de molas, como certas balanças de drogarias, são, na realidade, dinamômetros. Então, quando você sobe em uma dessas

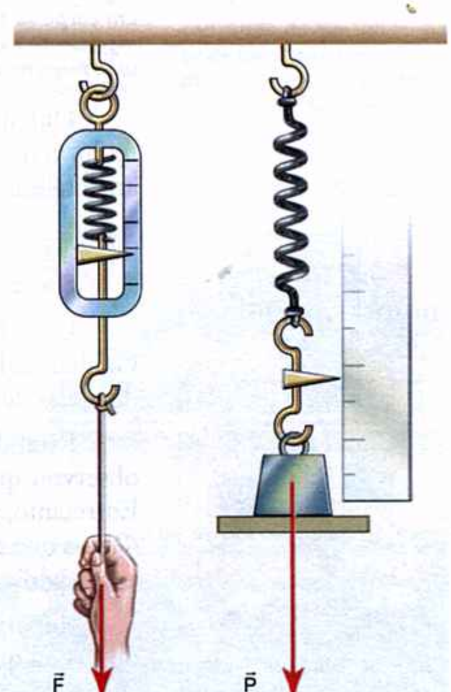


Fig. 4-5: *Por meio da deformação de uma mola podemos medir o peso de um corpo ou o valor de uma força qualquer.*

balanças, você está medindo o seu peso. Se a balança indica, por exemplo, "60 quilos", isto significa que o seu peso é de 60 kgf, isto é, você é atraído pela Terra com uma força de 60 kgf.

Outra unidade muito usada na medida de forças é 1 newton = 1 N. Sua definição será dada posteriormente. Por enquanto basta saber que

$$1 \text{ kgf} = 9{,}8 \text{ N}$$

Portanto, a força de 1 N equivale, aproximadamente, ao peso de um pacote de 100 gramas (0,1 kgf).

FORÇA E MOVIMENTO — ARISTÓTELES

As relações entre força e movimento sempre foram objeto de estudo desde a Antiguidade. O filósofo Aristóteles, por exemplo, analisando estas relações, acreditava que um corpo só poderia permanecer em movimento se existisse uma força atuando sobre ele. Então, se um corpo estivesse em repouso e nenhuma força atuasse sobre ele, este corpo permaneceria em repouso. Quando uma força agisse sobre o corpo, ele se poria em movimento, mas, cessando a ação da força, o corpo voltaria ao repouso (fig. 4-7). As afirmações de Aristóteles podem parecer corretas à primeira vista, pois, em nossa experiência diária, vemos que os objetos, de um modo geral, só se encontram em movimento quando estão sendo puxados ou empurrados. Um livro empurrado sobre uma mesa, por exemplo, pára imediatamente quando se deixa de empurrá-lo.

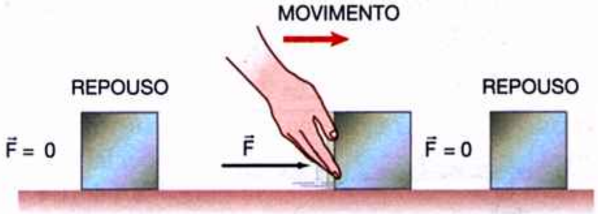


Fig. 4-7: ***Segundo Aristóteles, um corpo só poderia estar em movimento enquanto houvesse uma força atuando sobre ele.***

Durante toda a Idade Média, as idéias de Aristóteles foram acatadas sem que se tenha feito uma análise mais cuidadosa em torno delas. As críticas às teorias aristotélicas, como dissemos no capítulo 3, só surgiram com Galileu, no século XVII.

Capa de obra de Galileu *Duas novas ciências*, ***na qual ele contestou as idéias de Aristóteles sobre o movimento dos corpos.***

FORÇA E MOVIMENTO — GALILEU

Introduzindo o método experimental para o estudo dos fenômenos físicos, Galileu realizou uma série de experiências que o levaram a conclusões diferentes daquelas de Aristóteles.

Estando uma esfera em repouso sobre uma superfície horizontal, Galileu observou que, empurrando-a com uma certa força, ela entrava em movimento. Entretanto, a esfera continuava a se mover, percorrendo uma certa distância, mesmo depois que ele deixava de empurrá-la (fig. 4-8-a). Assim, Galileu verificou que um corpo podia estar em movimento sem a ação de uma força que o empurrasse.

Repetindo a experiência, usando uma superfície horizontal mais lisa, ele observou que o corpo percorria uma distância maior após cessar a ação da força (fig. 4-8-b). Baseando-se em uma série de experiências semelhantes, Galileu concluiu que o corpo parava, após cessado o empurrão, em virtude da ação do *atrito* entre a superfície e o corpo, cujo efeito seria sempre o de retardar o seu movimento. Assim, se fosse possível eliminar totalmente a ação do atrito, o corpo continuaria a se mover indefinidamente, sem nenhum retardamento, isto é, em movimento retilíneo uniforme (fig. 4-8-c). Generalizando suas conclusões, Galileu chegou ao seguinte resultado:

> **se um corpo estiver em repouso, é necessária a ação de uma força sobre ele para colocá-lo em movimento. Uma vez iniciado o movimento, cessando a ação das forças que atuam sobre o corpo, ele continuará a se mover indefinidamente, em linha reta, com velocidade constante.**

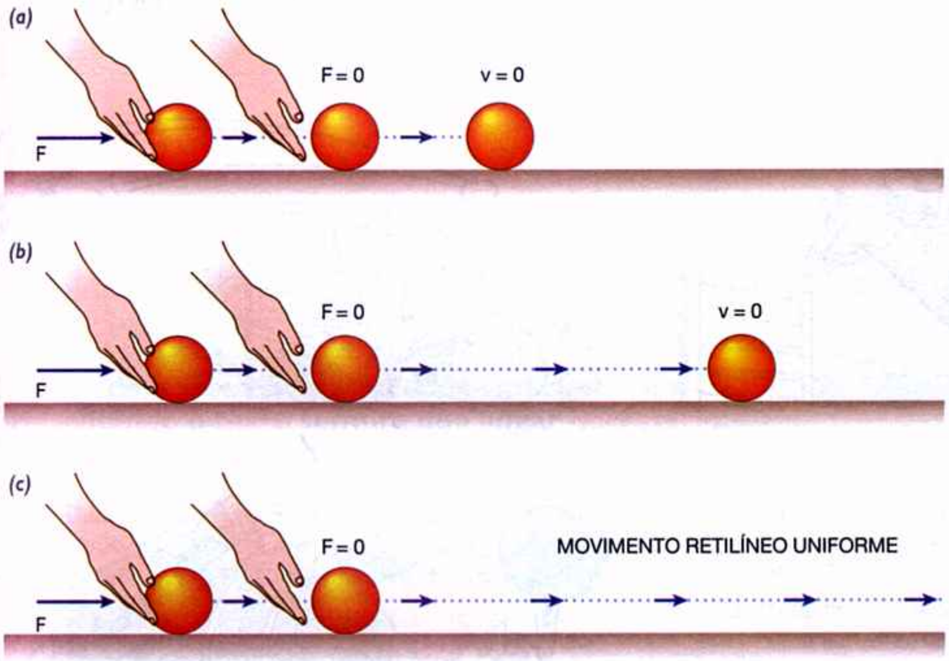


Fig. 4-8: *Galileu, contestando Aristóteles, chegou à conclusão de que um corpo pode estar em movimento, mesmo que nenhuma força esteja atuando sobre ele.*

As figs. 4-9 e 4-10 mostram recursos experimentais, usados na atualidade, que nos permitem comprovar as conclusões a que chegou Galileu.

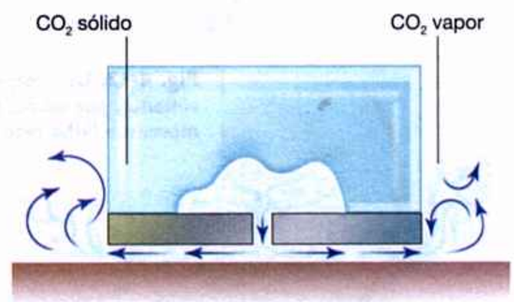


Fig. 4-9: *Com este moderno equipamento podemos estudar um movimento quase sem atrito, como Galileu idealizou. Consiste em um pesado disco de metal, altamente polido na face inferior e carregando um recipiente cheio de gelo-seco (CO_2 sólido). Este, vaporizando-se, escapa por um orifício no centro da face inferior do disco. Então, uma camada gasosa se forma constantemente entre o disco e a superfície na qual ele se apóia. O disco desliza sobre a camada gasosa praticamente sem atrito.*

Profª. Dra. Marisa A. Cavalcante/GOPEF/PUC-SP

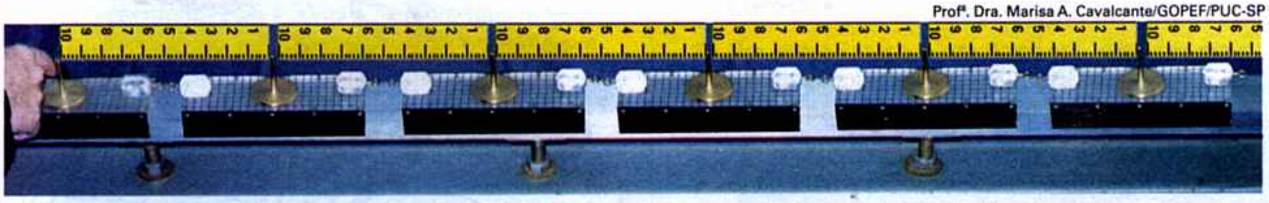


Fig. 4-10: *Esta é uma fotografia de um disco metálico que, de modo semelhante ao disco de gelo-seco, desloca-se praticamente sem atrito sobre uma superfície horizontal. Observe que seu movimento é retilíneo e uniforme, conforme foi previsto por Galileu.*

INÉRCIA

As experiências de Galileu o levaram a atribuir a todos os corpos uma propriedade, denominada inércia, pela qual um corpo tende a permanecer em seu estado de repouso ou de movimento. Em outras palavras: se um corpo estiver em repouso, ele, por inércia, tende a continuar parado e só sob a ação de uma força é que poderá sair deste estado; se um corpo estiver em movimento, sem que nenhuma força atue sobre ele, o corpo tende, por inércia, a se mover em linha reta com velocidade constante. Será necessária uma força para aumentar ou diminuir sua velocidade ou para fazê-lo desviar-se para um lado ou para outro.

Vários fatos ligados à sua experiência diária estão relacionados com o conceito de inércia. As figs. 4-11, 4-12 e 4-13 ilustram situações em que a inércia representa um papel importante. Interprete cada uma delas.

Fig. 4-11: ***Um corpo em movimento, por*** *inércia*, ***tende a continuar em movimento.***

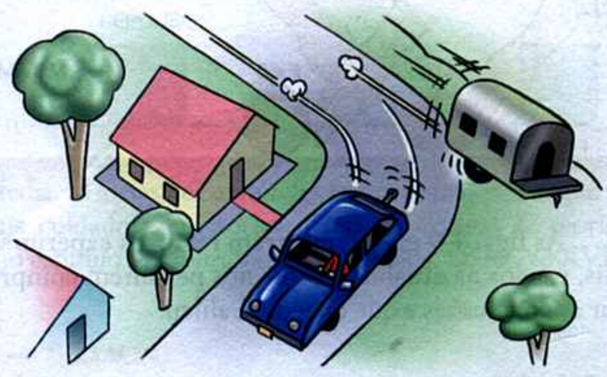


Fig. 4-12: ***Um corpo em movimento, por*** *inércia*, ***tende a se mover em linha reta.***

Fig. 4-13: ***Um corpo em repouso, por*** *inércia*, ***tende a continuar em repouso.***

A PRIMEIRA LEI DE NEWTON

Ao estruturar os princípios da Mecânica, Newton se baseou em estudos de grandes físicos que o precederam, entre eles Galileu. Assim, a *1ª lei de Newton* não é nada mais do que uma síntese das idéias de Galileu relativas à inércia e, por isso mesmo, ela é também denominada *lei da inércia*:

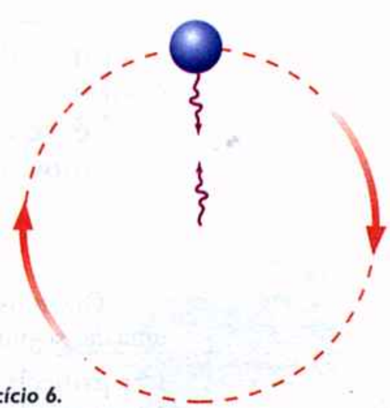
> **Primeira lei de Newton.** (Lei da Inércia de Galileu)
>
> Na ausência de forças, um corpo em repouso continua em repouso e um corpo em movimento move-se em linha reta, com velocidade constante.

Esta figura mostra uma maneira usual para fixar com firmeza o martelo em seu cabo de madeira. Aplicando o conceito de inércia, procure explicar este procedimento.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. Duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, atuam sobre um pequeno corpo. $\vec{F}_1$ é vertical, para baixo e vale $F_1 = 8{,}0$ N, enquanto $\vec{F}_2$ é horizontal, para a direita e vale $F_2 = 6{,}0$ N.
   a) Usando uma escala de 1 cm : 2 N, faça uma figura mostrando os vetores que representam $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.
   b) Nesta figura, desenhe a resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ e, usando uma régua, determine o módulo desta resultante.
2. a) Você sabe que seu peso é uma força vertical, dirigida para baixo. Qual é o corpo que exerce esta força sobre você?
   b) Na linguagem diária, uma pessoa lhe diz que pesa 100 quilos. De acordo com o que aprendemos nesta secção, você deve entender que esta pessoa pesa quantos kgf? Quantos N?
3. Um estudante, procurando ter uma idéia do valor da força de 1 N, sustentou na palma de sua mão um pacote de 500 g. Qual é, em newtons, o valor aproximado do esforço muscular que ele estava fazendo?
4. Você empurra um disco de gelo-seco (como o da fig. 4-9) sobre uma superfície horizontal, colocando-o em movimento. No instante em que o disco atinge a velocidade de 2,0 m/s, você pára de empurrá-lo. A partir deste instante, o que deveria acontecer com o disco de acordo com Aristóteles? e segundo Galileu?
5. a) Se um corpo está se movendo, que tipo de movimento ele tende a ter, em virtude de sua inércia?
   b) O que deve ser feito para que a velocidade de um corpo aumente, diminua ou mude de direção?



Exercício 6.

6. Um corpo, preso a um barbante, está em movimento circular sobre uma mesa lisa. Quando ele passa pela posição mostrada na figura deste exercício, o barbante se rompe.
   a) Desenhe, em uma cópia da figura, a trajetória que o corpo passa a descrever sobre a mesa.
   b) Qual a propriedade do corpo que faz com que ele siga esta trajetória?

4.2. Equilíbrio de uma partícula

RESULTANTE DE FORÇAS

A fig. 4-14 apresenta duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, atuando simultaneamente sobre um corpo. A experiência nos mostra que estas duas forças podem ser substituídas por uma força única, $\vec{R}$, que é a resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. A resultante $\vec{R}$ é determinada, em módulo, direção e sentido, pela regra do paralelogramo, em concordância com o que estudamos na secção 3.2.

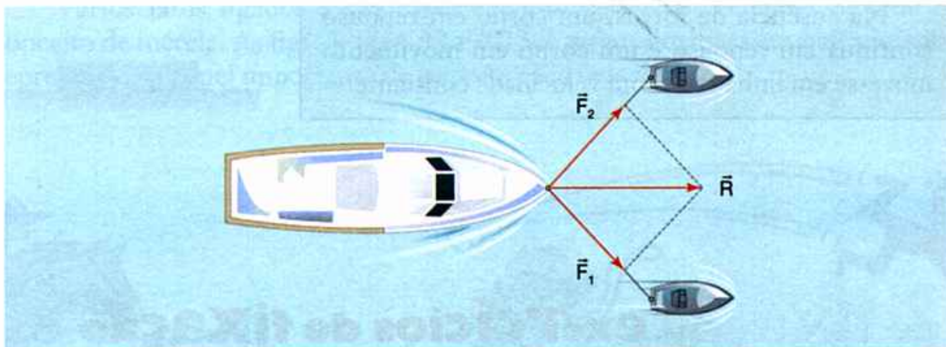


Fig. 4-14: *A resultante de duas forças é uma força única que produz o mesmo efeito que as forças consideradas.*

De maneira geral, se várias forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ etc. estiverem atuando em uma partícula, elas poderão ser substituídas por sua resultante, $\vec{R}$, obtida pela soma vetorial destas forças, ou seja,

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\ldots\ldots \text{ ou } \vec{R} = \Sigma\vec{F}$$

A força $\vec{R}$, atuando sozinha, produz na partícula o mesmo efeito, a mesma modificação em seu movimento que o sistema de forças que ela representa. Se a resultante $\vec{R}$ for nula, tudo se passa como se não existisse nenhuma força atuando na partícula. Portanto, na 1ª lei de Newton, estas duas situações podem ser consideradas equivalentes e poderemos enunciá-la, de maneira mais geral, do seguinte modo:

quando a resultante das forças que atuam em um corpo for nula, se ele estiver em repouso continuará em repouso e, se ele estiver em movimento, estará se deslocando com movimento retilíneo uniforme.

CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO DE UMA PARTÍCULA

Dizemos que uma partícula está em equilíbrio quando ela se encontra em uma das seguintes situações:

1º) a partícula está em repouso;
2º) a partícula está em movimento retilíneo uniforme.

Como vimos na 1ª lei de Newton, qualquer uma dessas situações ocorre quando é nula a resultante das forças que atuam na partícula. Conseqüentemente,

a condição para que uma partícula esteja em equilíbrio é que seja nula a resultante das forças que nela atuam ($\vec{R} = 0$ ou $\Sigma\vec{F} = 0$).

EQUAÇÕES DO EQUILÍBRIO

Consideremos uma partícula sob a ação de um sistema de forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ etc. (fig. 4-15). Decompondo estas forças segundo os eixos OX e OY, como estudamos na secção 3.2, obtemos:

sobre OX: F_{1x}, F_{2x}, F_{3x} etc. sobre OY: F_{1y}, F_{2y}, F_{3y} etc.

Se a resultante das componentes sobre OX for nula ($\Sigma\vec{F}_x = 0$) e a das componentes sobre OY for também nula ($\Sigma\vec{F}_y = 0$), evidentemente será nula a resultante $\vec{R}$ das forças que atuam sobre a partícula. Conseqüentemente, nestas condições, a partícula estará em equilíbrio. Por exemplo, na fig. 4-15, teremos:

sobre OX: $\Sigma\vec{F}_x = 0$ significa que $\vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} = 0$ ou, considerando os módulos, $F_{1x} - F_{2x} - F_{3x} = 0$, isto é, a componente $\vec{F}_{1x}$ deve anular-se com $\vec{F}_{2x}$ e $\vec{F}_{3x}$;

sobre OY: $\Sigma\vec{F}_y = 0$ significa que $\vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} = 0$ ou, considerando os módulos, $F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} = 0$, isto é, as componentes $\vec{F}_{1y}$ e $\vec{F}_{2y}$ devem anular-se com $\vec{F}_{3y}$.

Assim, considerando os eixos OX e OY, podemos dizer que

a condição para que uma partícula esteja em equilíbrio é que $\Sigma\vec{F}_x = 0$ e $\Sigma\vec{F}_y = 0$. Estas equações são equivalentes à equação $\vec{R} = 0$.

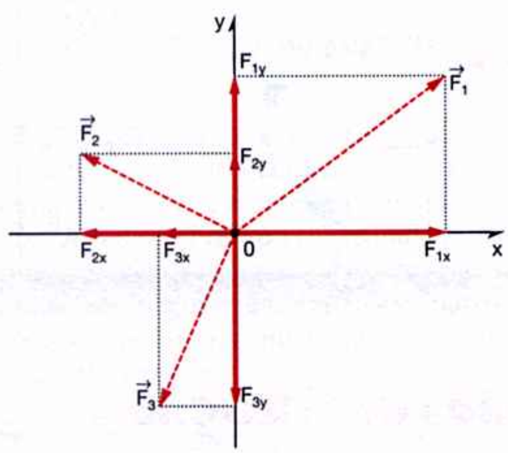


Fig. 4-15: *As forças que atuam em uma partícula podem ser substituídas por suas componentes sobre os eixos OX e OY.*

Exemplo 1

Imagine um automóvel se deslocando em uma estrada horizontal, com movimento retilíneo uniforme. O motor comunica ao carro uma força de propulsão $F = 1500$ N (fig. 4-16).

Fig. 4-16: *Para o exemplo 1.*

a) Qual o valor da resultante das forças que atuam no automóvel?

Como o movimento é retilíneo e uniforme, o carro está em equilíbrio e, portanto, a resultante das forças que nele atuam deve ser nula.

b) Qual o valor total das forças de retardamento que tendem a contrariar o movimento do carro?

As forças que tendem a contrariar o movimento do carro, isto é, as forças de resistência do ar, as forças de atrito entre as peças do carro etc., estão representadas pela força $\vec{f}$ da fig. 4-16. Como a resultante das forças que atuam no carro é nula, $\vec{f}$ deverá ter o mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário a $\vec{F}$. Portanto, devemos ter $f = 1500$ N.

Exemplo 2

Uma esfera de aço, cujo peso é $P = 50{,}0$ kgf, está sustentada por um cabo preso ao alto de um mastro. Uma pessoa, exercendo na esfera uma força $\vec{F}$ horizontal, desloca-a lateralmente, mantendo em equilíbrio na posição mostrada na fig. 4-17-a. Nesta figura, o vetor $\vec{T}$ representa a tensão no cabo, isto é, o esforço que ele exerce sobre a esfera naquela posição.

a) Calcular o valor da tensão $\vec{T}$ no cabo.

Na fig. 4-17-b, desenhamos as forças $\vec{T}$, $\vec{F}$ e $\vec{P}$ que atuam na esfera e dois eixos OX e OY. Em seguida, substituímos a tensão $\vec{T}$ por suas componentes $T\cos\theta$ (sobre OX) e $T\operatorname{sen}\theta$ (sobre OY). Como a esfera está em equilíbrio, sabemos que $\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$. Usando esta última equação, teremos:

$$\Sigma F_y = 0 \quad ou \quad T\operatorname{sen}\theta - P = 0 \qquad donde \qquad T = \frac{P}{\operatorname{sen}\theta}$$

Pela fig. 4-17, é fácil concluir que $\theta = 30°$ e, como $P = 50{,}0$ kgf, obtemos

$$T = \frac{50{,}0}{\operatorname{sen} 30°} = \frac{50{,}0}{0{,}500} \quad donde \quad T = 100 \text{ kgf}$$

b) Qual o valor da força $\vec{F}$ que a pessoa está exercendo?

Usando a equação $\Sigma F_x = 0$, virá:

$$F - T\cos\theta = 0$$

$$donde\ F = T\cos\theta = 100 \times \cos 30° = 100 \times 0{,}866 \quad ou \quad F = 86{,}6 \text{ kgf}$$

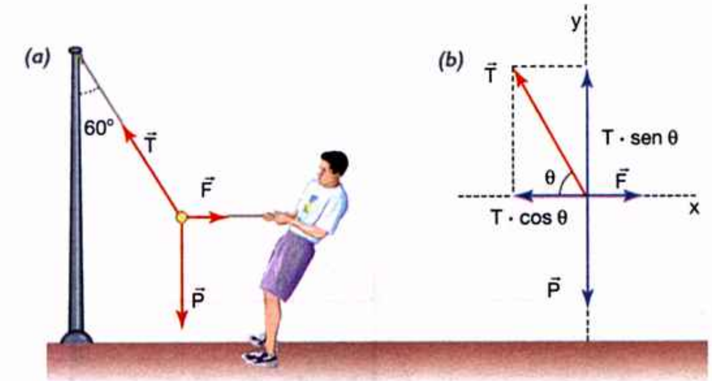
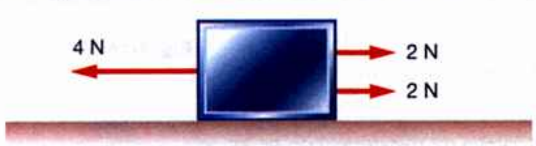


Figura 4-17: *Para o exemplo 2.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

7. Em um bloco, colocado sobre uma mesa lisa, atuam as forças mostradas na figura deste exercício.



Exercício 7.

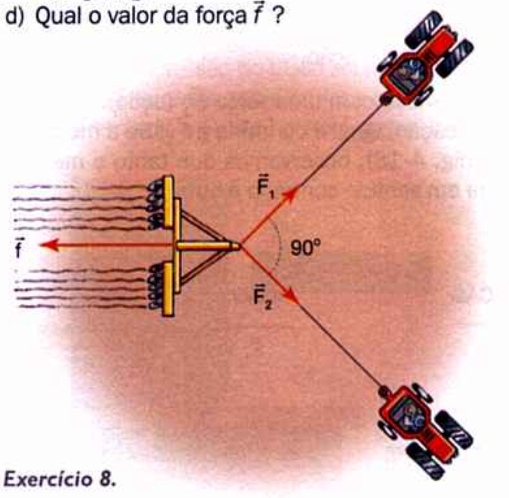
a) Qual o valor da resultante dessas forças?
b) O bloco está em equilíbrio?
c) O bloco pode estar em movimento? de que tipo?

8. Um arado desloca-se em movimento retilíneo uniforme, puxado por dois tratores que exercem sobre ele as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ mostradas na figura deste exercício. Cada uma dessas forças vale 100 kgf e $\vec{f}$ é a força total de resistência que tende a impedir o movimento do arado.

a) O arado está em equilíbrio?
b) Qual o valor da resultante das forças que atuam sobre ele?

c) Use o teorema de Pitágoras e calcule a resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.

d) Qual o valor da força $\vec{f}$?



Exercício 8.

9. Suponha que a partícula mostrada na fig. 4-15 esteja em equilíbrio.

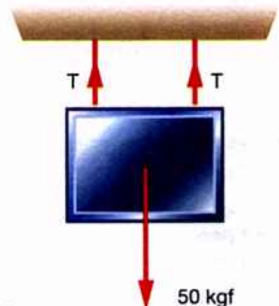
   a) Considere o módulo de F_{2x} igual a 10 N e o de F_{3x} igual a 7 N. Quanto vale F_{1x}?

   b) Considere o módulo de F_{3y} igual a 15 N e o de F_{2y} igual a 6 N. Quanto vale F_{1y}?

10. Um bloco, cujo peso é de 50 kgf, está sustentado por duas cordas verticais (veja a figura deste exercício). Cada uma dessas cordas é capaz de suportar uma tensão de até 60 kgf, sem se romper.

    a) Qual é o valor da tensão T em cada corda?

    b) Uma dessas cordas poderia ser usada, sem se romper, para sustentar a esfera de 50 kgf da fig. 4-17, na posição mostrada? Poderia ser usada pela pessoa para puxar lateralmente a esfera?



Exercício 10.

4.3. Terceira lei de Newton

Em seus estudos de Dinâmica, Newton percebeu que as forças sempre aparecem como resultado da interação de dois corpos. Em outras palavras, a ação de uma força sobre um corpo não pode se manifestar sem que haja um outro corpo que provoque esta ação. Além disso, Newton constatou que, na interação de dois corpos, as forças sempre aparecem aos pares: para cada ação de um corpo sobre outro existirá sempre uma reação igual e contrária deste outro sobre o primeiro. Estas observações de Newton podem ser sintetizadas no enunciado de sua 3ª lei, também denominada *lei da ação e reação*:

> **Terceira lei de Newton.** (Lei da Ação e Reação)
> Quando um corpo *A* exerce uma força sobre um corpo *B*, o corpo *B* reage sobre *A* com uma força de mesmo módulo, mesma direção e de sentido contrário.

COMENTÁRIOS

As duas forças mencionadas na 3ª lei de Newton, e que aparecem na interação de dois corpos, são denominadas *ação e reação*. Qualquer uma delas poderá, indiferentemente, ser considerada como a ação ou como a reação.

Observe que a ação está aplicada em um corpo e a reação está aplicada no corpo que provocou a ação, isto é, elas estão aplicadas em *corpos diferentes*. Conseqüentemente, a ação e a reação não podem se equilibrar mutuamente porque, para isto, seria necessário que elas estivessem aplicadas em um mesmo corpo, o que nunca acontece.

Exemplos

Nos exemplos seguintes, analisaremos algumas interações entre dois corpos, sob o ponto de vista da 3ª lei de Newton. A discussão dessas interações o ajudará a compreender melhor a 3ª lei e a identificar as forças de ação e reação.

1. Imagine uma pessoa empurrando uma mesa com uma força $\vec{F}_1$ (ação). A mesa reage e empurra a pessoa com uma força $\vec{F}_2$ (reação) igual e contrária a $\vec{F}_1$. Se a mesa e a pessoa estiverem sobre uma superfície lisa (fig. 4-18), observamos que tanto a mesa quanto a pessoa se põem em movimento, uma em sentido contrário à outra.

Fig. 4-18: *Se uma pessoa empurra uma mesa, a mesa empurra a pessoa com uma força igual e contrária.*

2. Um prego e um ímã são colocados sobre uma mesa, como mostra a fig. 4-19. Sabemos que o prego é atraído pelo ímã com uma força $\vec{F}_1$. Pela 3ª lei de Newton, o prego reage e atrai o ímã com uma força $\vec{F}_2$, de mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário a $\vec{F}_1$.

Como dissemos, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ estão aplicadas em corpos diferentes e, portanto, não podem se equilibrar mutuamente. De fato, se a mesa fosse bastante lisa, observaríamos que tanto o prego quanto o ímã se deslocariam, um em direção ao outro.

O movimento de um foguete (ou de um avião a jato) é causado pela força de reação exercida pelos gases que ele expele.

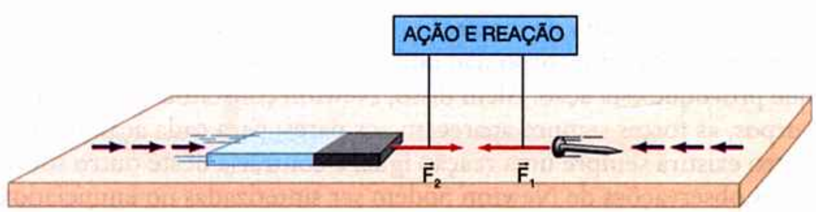
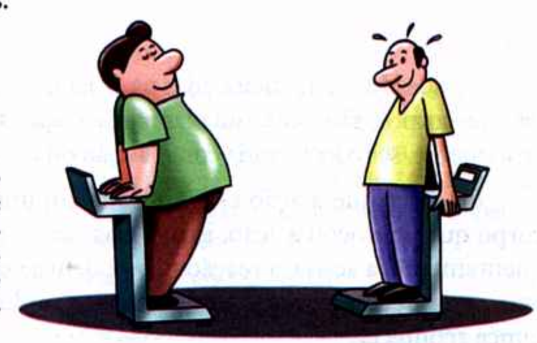


Fig. 4-19: *Se um ímã atrai um prego, o prego atrai o ímã com uma força igual e contrária.*

3. Um bloco, de peso $\vec{P}$, apoiado sobre uma superfície horizontal, exerce nela uma compressão $\vec{N}'$, perpendicular à superfície (fig. 4-20). A superfície reage sobre o bloco, exercendo nele uma reação normal $\vec{N}$. Evidentemente, $\vec{N}$ e $\vec{N}'$ têm o mesmo módulo, mesma direção e sentidos contrários.



As balanças nas quais as pessoas se colocaram indicarão corretamente os seus pesos? A indicação de uma balança, em geral, é igual ao peso do objeto que se encontra sobre ela, ou igual à compressão normal que o objeto exerce sobre a balança?

No caso mostrado na fig. 4-20, as únicas forças que atuam no bloco são o seu peso $\vec{P}$ e a reação normal $\vec{N}$. Como o bloco está em equilíbrio, é claro que devemos ter $N = P$. Entretanto, existem situações em que a reação normal não é igual ao peso. Por exemplo: na fig. 4-21 apresentamos o mesmo bloco da fig. 4-20, sendo comprimido, por uma pessoa, com uma força vertical. Neste caso, a compressão do bloco sobre a superfície, $\vec{N}'$, será maior do que o peso do bloco. Então, a superfície reage sobre o bloco com uma força $\vec{N}$, igual e contrária a $\vec{N}'$ e, conseqüentemente, teremos $N > P$. Você poderá, agora, imaginar uma situação em que se tem $N < P$.

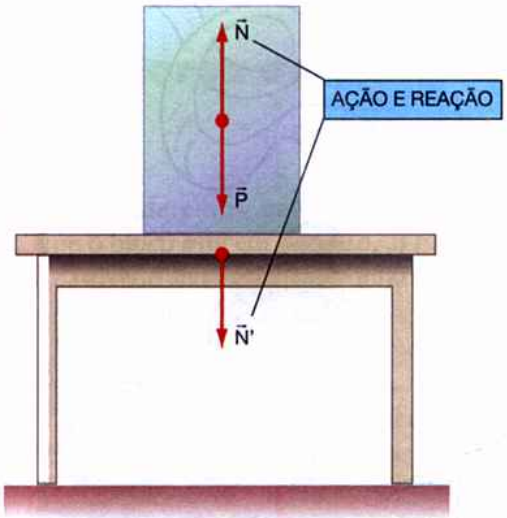


Fig. 4-20: *Se um objeto comprime uma mesa, a mesa reage sobre o objeto com uma força igual e contrária.*

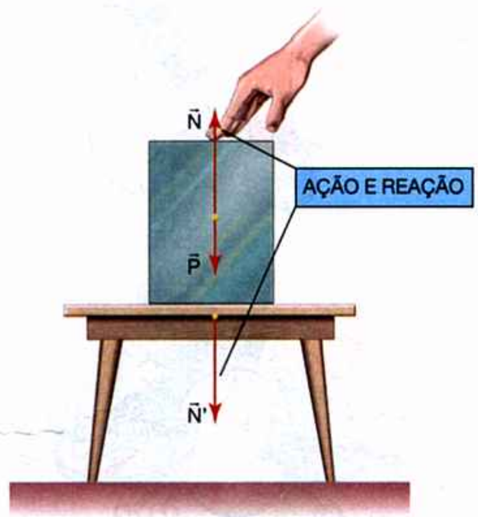


Fig. 4-21: *Se a compressão do objeto sobre a mesa for aumentada, a reação da mesa sobre o objeto também aumentará.*

4. Consideremos um bloco colocado sobre uma superfície inclinada (plano inclinado) como a fig. 4-22. Para facilitar a análise da situação, vamos substituir o peso $\vec{P}$ do bloco por suas componentes $\vec{P}_N$ (normal ao plano inclinado) e $\vec{P}_T$ (paralela ao plano inclinado). A componente $\vec{P}_T$ tende a deslocar o bloco paralelamente ao plano. A componente $\vec{P}_N$ faz com que o bloco exerça sobre o plano uma compressão normal $\vec{N}'$. Devido a esta compressão, o plano reage sobre o bloco, exercendo nele a reação normal $\vec{N}$, como mostra a fig. 4-22. Observe que a compressão sobre o plano é devida apenas à componente $\vec{P}_N$, e, então, $N' < P$. Conseqüentemente, teremos, também, $N < P$.

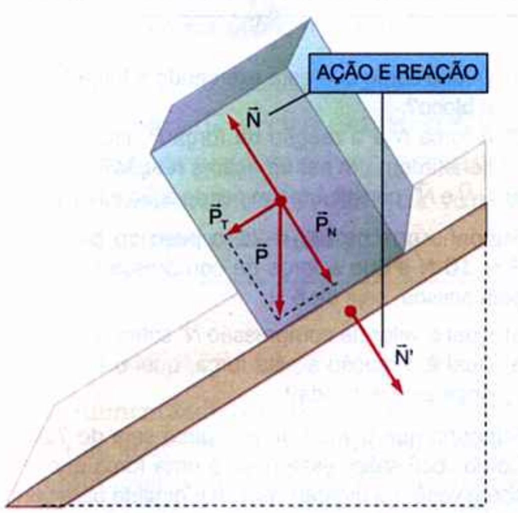
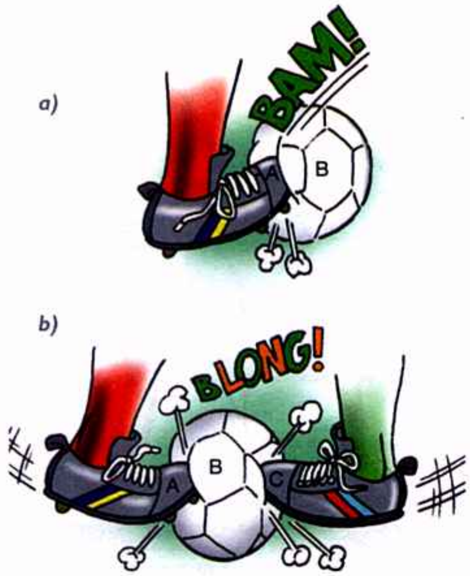


Fig. 4-22: *Quando um objeto está apoiado em um plano inclinado, a compressão sobre o plano é menor do que o peso do objeto.*

Ao girar, a hélice empurra a água para trás. A água reage e empurra a hélice para a frente, fazendo com que o barco se movimente.

5. Sabemos que o peso de uma pessoa é a força com que a Terra a atrai. Assim, se a Terra atrai uma pessoa com a força $\vec{P}$, a pessoa, pela 3ª lei de Newton, atrairá a Terra com uma força $\vec{P}'$, de mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário a $\vec{P}$ (fig. 4-23).

Portanto, se o seu peso for de 60 kgf, ou seja, se você estiver sendo atraído pela Terra com uma força de 60 kgf, a Terra também estará sendo atraída por você com uma força de 60 kgf.



Na figura (a), a bola B recebe a ação do pé de uma pessoa e reage, exercendo sobre ele uma reação igual e contrária. Estas forças não se equilibram pois atuam em corpos diferentes; a bola é, então, arremessada para a direita. Na figura (b), a bola permanece em equilíbrio sob ação de duas forças, exercidas pelos dois pés, de mesmo módulo, atuando em sentidos contrários – compare com a situação mostrada na figura (a).

Fig. 4-23: *A Terra atrai a pessoa para baixo (peso da pessoa). A pessoa reage e atrai a Terra para cima com uma força igual e contrária.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

11. Um menino chuta uma pedra, exercendo nela uma força de 5 kgf.
    a) Quanto vale a reação desta força?
    b) Qual o corpo que exerce esta reação?
    c) Onde está aplicada esta reação?

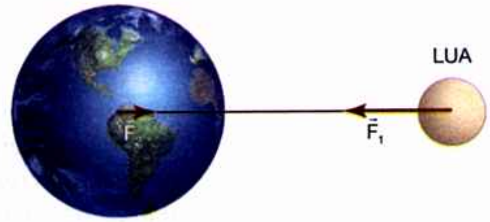
12. Um Volkswagen tromba com um grande caminhão carregado.
    a) Nesta interação, a força que o Volkswagen exerce no caminhão é maior, menor ou igual à força que o caminhão exerce no Volkswagen?
    b) Então, por que o Volkswagen, normalmente, sofre mais danos do que o caminhão?

13. Observe a fig. 4-20 e responda:
    a) Qual o corpo que está exercendo a força $\vec{P}$ sobre o bloco?
    b) Qual o corpo que está exercendo a força $\vec{N}'$ sobre a mesa?
    c) Qual o corpo que está exercendo a força $\vec{N}$ sobre o bloco?
    d) A força $\vec{N}$ é a reação da força $\vec{P}$, isto é, $\vec{N}$ e $\vec{P}$ constituem um par de ação e reação?
    e) E $\vec{N}$ e $\vec{N}'$, constituem um par de ação e reação?

14. Suponha que na fig. 4-21 o peso do bloco seja $P = 10$ N e que a força de compressão, exercida pela pessoa, seja de 5 N.
    a) Qual o valor da compressão $\vec{N}'$ sobre a mesa?
    b) Qual é a reação a esta força, qual o seu valor e onde está aplicada?

15. Suponha que o valor de seu peso seja de 720 N. Como você sabe, esse peso é uma força que atua sobre você, na direção vertical e dirigida para baixo.
    a) Qual é o corpo que exerce esta força sobre você?
    b) Onde está aplicada a reação do seu peso, qual o seu valor, sua direção e seu sentido?

16. É um fato conhecido que a Terra exerce uma força de atração sobre a Lua. Pela 3ª lei de Newton, podemos concluir que a Lua também atrai a Terra. A figura deste exercício foi encontrada em um certo livro de Física, mostrando estas forças de interação entre a Terra e a Lua. Há um erro grave neste desenho. Diga qual é este erro.



Exercício 16.

4.4. Força de atrito

ATRITO

Consideremos um bloco apoiado em uma superfície horizontal. Como o bloco está em repouso, as forças que atuam sobre ele têm resultante nula, isto é, o seu peso, $\vec{P}$, é equilibrado pela reação normal, $\vec{N}$, da superfície (fig. 4-24). Suponhamos, agora, que uma pessoa puxe ou empurre o bloco com uma força $\vec{F}$ (fig. 4-25) e que o bloco continue em repouso. Então, a resultante das forças que atuam no bloco é, ainda, nula. Deve, portanto, existir uma força atuando no bloco, que equilibre a força $\vec{F}$. Este equilíbrio é devido a uma força, exercida pela superfície sobre o bloco, denominada *força de atrito* $\vec{f}$ (fig. 4-25).

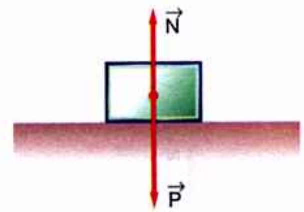


Fig. 4-24: ***Não havendo tendência de movimento do bloco sobre a superfície, não haverá forças de atrito entre eles.***

A força de atrito sempre se opõe à tendência de movimento do corpo sobre a superfície e é decorrente, entre outros fatores, da existência de pequenas irregularidades das superfícies em contato.

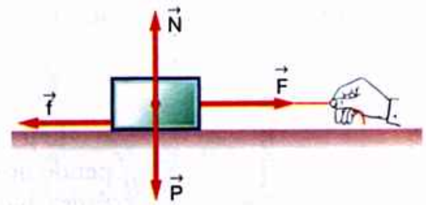


Fig. 4-25: ***Nesta situação, o bloco continuou em repouso porque a força $\vec{F}$ foi equilibrada pela força de atrito estático $\vec{f}$.***

ATRITO ESTÁTICO

Na fig. 4-25, se aumentarmos o valor da força $\vec{F}$ e verificarmos que o bloco continua em repouso, podemos concluir que a força de atrito $\vec{f}$ continua equilibrando a força $\vec{F}$. Em outras palavras, o módulo de $\vec{f}$ também tornou-se maior ao aumentarmos o valor de $\vec{F}$. Esta força de atrito, que atua no bloco em repouso, é denominada *força de atrito estático* $\vec{f}_e$. Concluímos, pois, que

> **a força de atrito estático $\vec{f}_e$ que atua sobre um corpo é variável, estando sempre a equilibrar as forças que tendem a colocar o corpo em movimento.**

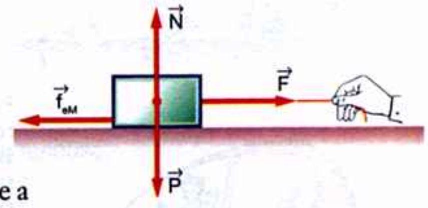


Fig. 4-26: ***A força de atrito estático cresce, à medida que aumentamos o valor de $\vec{F}$, até atingir um valor máximo.***

FORÇA DE ATRITO ESTÁTICO MÁXIMA

Aumentando continuamente o valor de $\vec{F}$ (fig. 4-25), verificamos que a força de atrito estático $\vec{f}_e$ também cresce, continuando sempre com seu módulo igual ao módulo de $\vec{F}$. Entretanto, a força $\vec{f}_e$ cresce até um valor limite, além do qual ela não mais equilibra a força $\vec{F}$. Este valor limite de $\vec{f}_e$ denomina-se *força de atrito estático máxima*, $\vec{f}_{eM}$ (fig. 4-26). Quando o valor de $\vec{F}$ ultrapassa o valor de $\vec{f}_{eM}$, o bloco começa a se movimentar.

A experiência mostra que f_{eM} é proporcional à compressão normal que o bloco exerce sobre a superfície, isto é, quanto mais comprimido estiver o bloco sobre a superfície, maior será o valor da força de atrito estático máxima. Como esta compressão tem valor igual ao da reação normal $\vec{N}$ da superfície sobre o bloco, podemos escrever que $f_{eM} \propto N$. A constante de proporcionalidade entre f_{eM} e N é representada por μ_e e denominada *coeficiente de atrito estático*. O valor de μ_e depende da natureza das superfícies em contato, do polimento destas superfícies, da existência ou não de lubrificação entre elas etc. Resumindo,

> **a força de atrito estático cresce até um valor máximo f_{eM}. Este valor máximo é dado por $f_{eM} = \mu_e N$, onde μ_e é o coeficiente de atrito estático entre as superfícies.**

10

ATRITO CINÉTICO

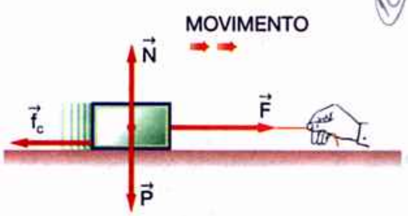


Fig. 4-27: ***Quando o bloco está em movimento, a força de atrito que atua sobre ele se denomina força de atrito cinético.***

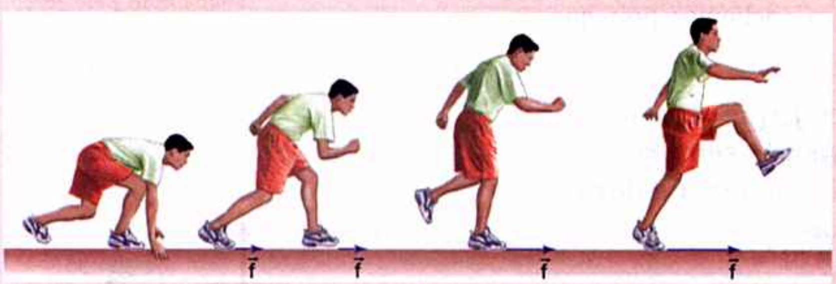
Suponhamos que o valor de $\vec{F}$ tenha se tornado superior ao valor de $\vec{f}_{eM}$. Nestas condições, o bloco estará em movimento. Observamos, então, que a força de atrito continua a atuar sobre o corpo, sempre se opondo ao seu movimento. Esta força de atrito que atua sobre o corpo em movimento é denominada *força de atrito cinético* $\vec{f}_c$ (fig. 4-27).

Verifica-se que o valor de $\vec{f}_c$ é menor do que o valor de $\vec{f}_{eM}$, isto é, o valor da força de atrito diminui quando o movimento se inicia. O valor de $\vec{f}_c$ é praticamente constante (independente da velocidade do corpo) e proporcional ao valor da compressão normal que o corpo exerce na superfície. Então

$$f_c \propto N \qquad \text{donde} \qquad \boxed{f_c = \mu_c N}$$

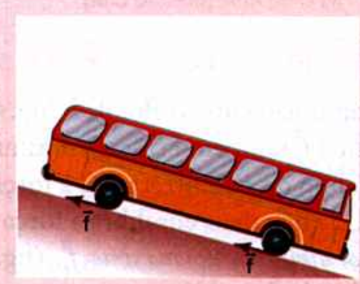
sendo μ_c o *coeficiente de atrito cinético* entre o corpo e a superfície. O valor de μ_c depende dos mesmos fatores que afetam μ_e e, evidentemente, para duas superfícies dadas, temos $\mu_c < \mu_e$.

O ATRITO PODE SER ÚTIL



Ao andar (ou correr) uma pessoa empurra o chão, com seus pés, para trás. Uma força de atrito é exercida, então, pelo chão, sobre a pessoa, empurrando-a para a frente. Assim, em uma superfície, sem atrito, uma pessoa não consegue caminhar.

Pisando no acelerador, as rodas de tração (na figura, as rodas dianteiras) começam a girar, empurrando o chão para trás. Em virtude do atrito, o chão reage sobre a roda, empurrando o carro para a frente. Logo, é graças ao atrito que um carro se movimenta.



Um ônibus estacionado em uma rua inclinada não desliza graças ao atrito entre o chão e as rodas. Logo, se não existisse atrito, seria impossível estacionar um ônibus da maneira mostrada na figura.

Exemplo 1

Suponha que o bloco da fig. 4-25 pese 20 kgf. Os coeficientes de atrito entre ele e a superfície valem $\mu_e = 0{,}40$ e $\mu_c = 0{,}20$.

a) Exercendo no bloco uma força $\vec{F}$ de 5,0 kgf, verificamos que ele permanece parado. Qual é o valor da força de atrito estático, $\vec{f}_e$, que está atuando no bloco?

Como o bloco permaneceu em repouso, concluímos que $\vec{f}_e$ anulou a força $\vec{F}$ e, portanto, temos $f_e = 5{,}0$ kgf.

b) Qual deve ser o mínimo valor de $\vec{F}$ para que o bloco saia do repouso?

A força de atrito estático máxima vale $f_{eM} = \mu_e N$. Como, neste caso, $N = P = 20$ kgf, vem:

$$f_{eM} = \mu_e N = 0{,}40 \times 20 \qquad \text{donde} \qquad f_{eM} = 8{,}0 \text{ kgf}$$

Para que o movimento se inicie, devemos vencer a força $\vec{f}_{eM}$. Portanto, devemos exercer uma força $\vec{F}$ um pouco maior do que 8,0 kgf.

c) Uma vez iniciado o movimento, qual deve ser o valor de $\vec{F}$ para manter o bloco em movimento uniforme?

Durante o movimento, está atuando a força de atrito cinético que vale

$$f_c = \mu_e N = 0{,}20 \times 20 \qquad \text{donde} \qquad f_c = 4{,}0 \text{ kgf}$$

Portanto, para que o movimento seja retilíneo e uniforme, a força $\vec{F}$ deverá ser exatamente igual e contrária a $\vec{f}_c$ (1ª lei de Newton), isto é, a força $\vec{F}$ deve ser de 4,0 kgf.

Exemplo 2

Um bloco, cujo peso é $P = 10$ kgf, encontra-se em repouso sobre um plano inclinado, sendo o ângulo $\theta = 30°$ (fig. 4-28).

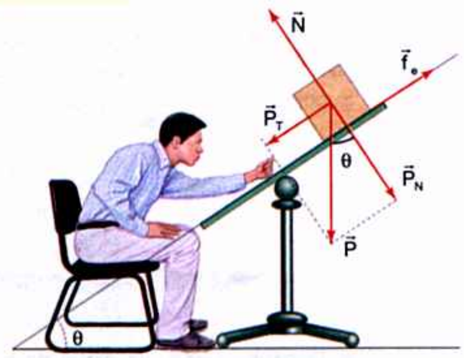


Fig. 4-28: *Para o exemplo 2.*

a) Qual é o valor da componente, $\vec{P}_N$, do peso do bloco na direção perpendicular ao plano (fig. 4-28)?

O ângulo entre $\vec{P}$ e $\vec{P}_N$ é igual ao ângulo θ do plano inclinado, porque seus lados são perpendiculares entre si. Observando que $\vec{P}_N$ é o cateto adjacente a θ e que $\vec{P}$ é a hipotenusa, podemos escrever

$$P_N = P\cos\theta = 10 \times \cos 30° \qquad \text{donde} \qquad P_N = 87 \text{ kgf}$$

b) Qual o valor da reação normal $\vec{N}$ do plano sobre o bloco?

Como o bloco está em repouso, concluímos que $\vec{N}$ e $\vec{P}_N$ estão se equilibrando, isto é,

$$N = P_N \qquad \text{donde} \qquad N = 8{,}7 \text{ kgf}$$

Portanto, a compressão do bloco sobre o plano é, também, de 8,7 kgf (menor do que o peso do bloco).

c) Qual o valor da componente, $\vec{P}_T$, do peso do bloco na direção paralela ao plano (fig. 4-28)?

O valor de $\vec{P}_T$ é igual ao do cateto oposto ao ângulo θ e, então,

$$P_T = P \operatorname{sen}\theta = 10 \times \operatorname{sen} 30° \qquad \text{donde} \qquad P_T = 5{,}0 \text{ kgf}$$

d) Qual o valor da força de atrito estático que o plano exerce no bloco?

A componente $\vec{P}_T$ tende a fazer o bloco descer o plano. Como ele permanece em repouso, concluímos que a força de atrito $\vec{f}_e$ está equilibrando $\vec{P}_T$. Logo,

$$f_e = P_T \qquad \text{donde} \qquad f_e = 5{,}0 \text{ kgf}$$

e) Se fosse conhecido o valor de μ_e entre o bloco e o plano, o valor da força $\vec{f}_e$ poderia ser calculado pela relação $f_e = \mu_e N$?

Não. Esta relação só pode ser usada para se calcular a força de atrito estático máxima, f_{eM}, e não foi dito, na situação examinada, que a força de atrito havia atingido seu valor máximo.

f) Suponha que uma pessoa comece a empurrar o bloco, com uma força $\vec{F}$ crescente, paralela ao plano, dirigida para baixo. Sendo $\mu_e = 0{,}70$ o valor do coeficiente de atrito estático entre o plano e o bloco, para qual valor de $\vec{F}$ o bloco começará a descer o plano?

Quando o movimento do bloco estiver prestes a iniciar, a força de atrito no bloco terá atingido seu valor máximo. Sabemos que

$$f_{eM} = \mu_e N, \quad \text{logo} \quad f_{eM} = 0{,}70 \times 8{,}7 \quad \text{donde} \quad f_{eM} = 6{,}1 \text{ kgf}$$

Nesta situação, como o bloco ainda está em equilíbrio, $\vec{f}_{eM}$ está equilibrando $\vec{P}_T$ e a força $\vec{F}$ exercida pela pessoa. Logo

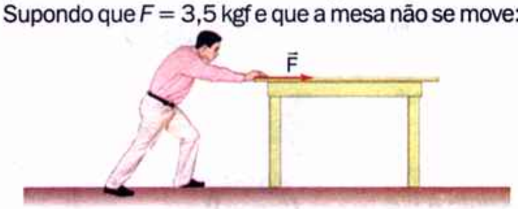
$$f_{eM} = P_T + F \quad \text{ou} \quad 6{,}1 = 5{,}0 + F \quad \text{donde} \quad F = 1{,}1 \text{ kgf}$$

Assim, qualquer valor de F superior a 11 kgf fará com que o bloco comece a descer o plano.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

17. Uma mesa é empurrada por uma pessoa, com uma força $\vec{F}$ horizontal, como mostra a figura deste exercício. Supondo que $F = 3{,}5$ kgf e que a mesa não se move:



Exercício 17.

a) Desenhe, em uma cópia da figura, a força de atrito estático $\vec{f}_e$ que atua na mesa.
b) Qual é, nessas condições, o valor de $\vec{f}_e$?
c) Se o valor de $\vec{F}$ for aumentado para $F = 7{,}0$ kgf e a mesa ainda continuar parada, qual será, agora, o valor de $\vec{f}_e$?

18. Considere que a mesa do exercício anterior tenha um peso $P = 15$ kgf.

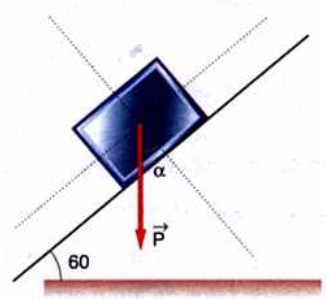
a) Qual é o valor da reação normal, $\vec{N}$, exercida pelo chão sobre a mesa?
b) Sabendo-se que a mesa começa a se mover quando o valor de $\vec{F}$ torna-se ligeiramente superior a 9,0 kgf, qual o valor da força de atrito estático máxima, $\vec{f}_{eM}$?
c) Qual é o valor do coeficiente de atrito estático, μ_e, entre a mesa e o chão?

19. Considere a mesa mencionada nos exercícios 17 e 18, agora em movimento, empurrada ainda horizontalmente pela pessoa.

a) Se o coeficiente de atrito cinético entre a mesa e o chão é $\mu_c = 0{,}40$, qual é o valor da força de atrito cinético, $\vec{f}_c$, que atua na mesa?
b) Para que a mesa se desloque em movimento retilíneo uniforme, a força $\vec{F}$, exercida pela pessoa, deve ser maior, menor ou igual a 6,0 kgf?

20. Um bloco, cujo peso é $P = 200$ N, encontra-se em repouso, apoiado sobre um plano inclinado, como mostra a figura deste exercício.

a) Desenhe, em uma cópia da figura, a reação normal $\vec{N}$ e a força de atrito estático $\vec{f}_e$, exercidas pelo plano sobre o bloco.
b) Nessa cópia desenhe, sobre os eixos mostrados na figura, as componentes retangulares $\vec{P}_N$ e $\vec{P}_T$ do peso do bloco.
c) Qual é o valor do ângulo α mostrado na figura?
d) Calcule os valores de $\vec{P}_N$ e $\vec{P}_T$.



Exercício 20.

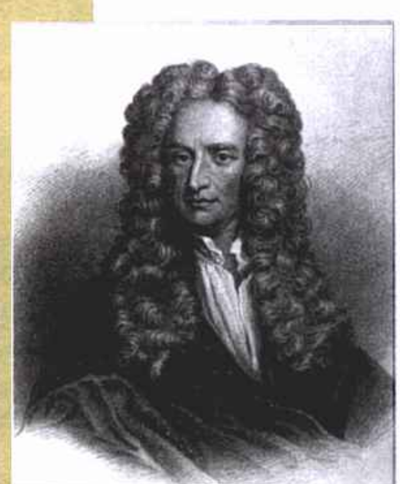
21. Suponha que o bloco do exercício anterior *não* esteja prestes a escorregar.

a) Qual é o valor de $\vec{f}_e$?
b) Qual é o valor da reação normal $\vec{N}$?
c) O coeficiente de atrito estático, μ_e, entre o bloco e o plano poderia ser calculado dividindo-se o resultado obtido em (a) pelo resultado obtido em (b)? Por quê?

um tópico especial para você aprender um pouco mais

É parte integrante do capítulo, enriquecendo consideravelmente o seu conteúdo.

4.5. Isaac Newton



INFÂNCIA E ADOLESCÊNCIA

No dia de Natal de 1642, ano da morte de Galileu, nascia em uma pequena cidade da Inglaterra Isaac Newton, o grande físico e matemático que formulou as leis básicas da Mecânica. Sua mãe, viúva de um fazendeiro, casou-se novamente quando ele tinha apenas dois anos e, mudando-se para outra cidade, deixou a educação do pequeno Newton a cargo de sua avó. Este abandono dos cuidados maternos durante a infância parece ter marcado a personalidade de Newton e ser o responsável pelo temperamento tímido, introspectivo e, até certo ponto, intolerante que o caracterizou quando adulto.

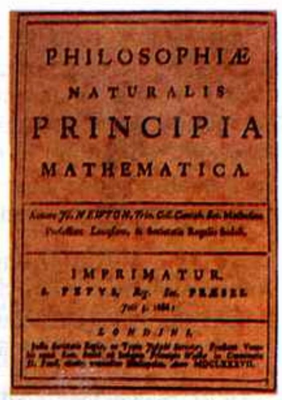
Conta-se que durante a sua infância era um menino retraído, típica criança de fazenda, que gostava de construir e brincar com pequenos aparelhos mecânicos. Além disso, parecia apresentar uma tendência especial para a Matemática.

Com a morte de seu padrasto, Newton, embora ainda muito jovem, é solicitado por sua mãe para assumir a administração da fazenda da família. Demonstrando muito pouco interesse no desempenho do encargo, dizem seus biógrafos que passava a maior parte do tempo no alto das árvores, absorvido em leituras e divagações. Desta maneira, sua administração se transformou em um grande fracasso.

Então, aos 18 anos, em 1661, com a ajuda financeira de um tio, Newton é enviado ao Trinity College da Universidade de Cambridge (próximo a Londres), para prosseguir seus estudos. Ali, inicialmente dedicou-se ao estudo de Matemática (aplicada à Astrologia!), revelando-se um aluno excelente e muito entusiasmado. Já em 1664, aos 21 anos, escrevia o seu primeiro trabalho (não publicado) apresentado sob a forma de anotações, denominado "Algumas questões filosóficas".

UM PERÍODO DE GRANDES IDÉIAS

Em 1665, Londres é assolada pela peste negra (peste bubônica) que dizimou grande parte de sua população, provocando a quase total paralisação da cidade e acarretando o fechamento de repartições públicas, colégios etc. Como conseqüência desta catástrofe, Newton retornou a sua cidade natal, refugiando-se na tranqüila fazenda de sua família, onde permaneceu durante 18 meses, até que os males da peste fossem afastados, permitindo seu regresso a Cambridge.



Capa da célebre obra de Newton: *Princípios matemáticos da filosofia natural.*

Este período passado no ambiente sereno e calmo do campo foi, segundo as palavras do próprio Newton, o mais importante de sua vida. Entregando-se totalmente ao estudo e à meditação, quando tinha apenas 23 a 24 anos de idade, ele conseguiu, nesta época, realizar muitas descobertas, desenvolvendo as bases de praticamente toda a sua obra. Entre os trabalhos elaborados por Newton em seu refúgio, podemos citar:

1 – Desenvolvimento em série da potência de um binômio, ensinado atualmente nas escolas com o nome de "binômio de Newton".
2 – Criação e desenvolvimento das bases do Cálculo Diferencial e do Cálculo Integral, uma poderosa ferramenta para o estudo dos fenômenos físicos, que ele próprio utilizou pela primeira vez.

3 – Estudo de alguns fenômenos óticos, que culminaram com a elaboração de uma teoria sobre as cores dos corpos.

4 – Concepção da 1ª e da 2ª leis do movimento (1ª e 2ª leis de Newton) lançando, assim, as bases da Mecânica.

5 – Desenvolvimento das primeiras idéias relativas à Gravitação Universal (que estudaremos no capítulo 6).

Deve-se observar que um trabalho tão extenso e profundo, idealizado em tão pouco tempo, por uma única pessoa ainda muito jovem, só poderia ser fruto de uma mente genial.

NEWTON PUBLICA SUA GRANDE OBRA: *PHILOSOPHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA*

Retornando a Cambridge, em 1667, Newton dedicou-se a desenvolver as idéias que havia concebido durante o tempo que permaneceu afastado da universidade. Iniciava-se, então, sua brilhante carreira, sendo convidado para lecionar Matemática na própria Universidade de Cambridge e, mais tarde, aos 30 anos, sendo eleito membro da Real Academia de Ciências de Londres, a mais alta honraria científica da Inglaterra.

Nesta época, além de apresentar na Real Academia vários trabalhos de pesquisa, publicou seu livro *Teoria da luz e das cores*. As idéias defendidas neste livro foram contestadas por outros cientistas, envolvendo Newton em uma grande polêmica, principalmente com os físicos R. Hooke e C. Huyghens. Estas discussões magoaram tão profundamente o retraído cientista que ele tomou a resolução de nunca mais publicar os resultados de quaisquer de suas pesquisas. Seus biógrafos comentam que a timidez de Newton e sua aversão por polêmicas eram tão grandes que se ele tivesse que enfrentar o ambiente hostil em que viveu Galileu, possivelmente não teria publicado uma linha sequer de sua vasta obra.

Doze anos após estas controvérsias (em 1684), Newton foi procurado por seu amigo E. Halley (o cientista que determinou a órbita do cometa que leva seu nome), que lhe solicitava orientação em questões relativas a problemas de Mecânica. Halley verificou, com surpresa, que Newton foi capaz de esclarecer todas as suas dúvidas, tendo já em mãos, completamente estruturado, um tratado sobre Mecânica e a Gravitação Universal.

Apesar do propósito de Newton em não publicar estes trabalhos, Halley conseguiu dissuadi-lo, encorajando-o e se comprometendo, inclusive, a custear a publicação. Após dois anos de intensa atividade, em 1686, Newton apresentava, pronta para ser impressa, a 1ª edição de sua famosa obra *Princípios matemáticos da filosofia natural*. Como acontecia com as obras dos grandes pensadores da época, o livro de Newton foi escrito em latim, sob o título *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. A publicação dos *Principia* (como resumidamente é conhecida esta obra) em pouco tempo consagrou Newton como um dos maiores gênios da história.

LEX I Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

LEX II Mutationem motus proportionalem esse vi motrice impressae et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

LEX III Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

As três leis de Newton escritas em latim tal como foram enunciadas por ele em sua obra original.

NEWTON TAMBÉM OCUPA CARGOS POLÍTICOS E ADMINISTRATIVOS

Alguns anos após a publicação dos *Principia*, Newton teve uma crise nervosa, da qual conseguiu se recuperar. Entretanto, a partir de então, ele não mais desenvolveu qualquer trabalho científico importante. Começou a se interessar por estudos religiosos, passando a escrever trabalhos sobre teologia e concentrando-se cada vez mais nessas idéias. Ao mesmo tempo recebia honrarias de toda espécie e de várias origens, tal foi a repercussão dos trabalhos científicos que havia desenvolvido.

Aos 50 anos de idade, Newton abandonava a carreira universitária em busca de uma profissão mais rendosa. Nesta ocasião, sendo-lhe oferecido o cargo de diretor de uma escola freqüentada pela aristocracia britânica, ele recusou a oferta por considerar que o ordenado não atendia a suas aspirações financeiras. Em 1699 foi nomeado diretor da Casa da Moeda de Londres, recebendo vencimentos bastante elevados, que o tornaram um homem rico. Neste cargo, desempenhou brilhantemente sua missão, conseguindo restaurar as finanças inglesas, então bastante abaladas.

Foi membro do Parlamento inglês e, em 1705, aos 62 anos, foi sagrado cavalheiro pela rainha da Inglaterra, o que lhe dava condição de nobreza e lhe conferia o título de "Sir", passando a ser tratado como Sir Isaac Newton. Desde 1703 até sua morte em 1727, aos 84 anos de idade, Newton permaneceu na presidência da Real Academia de Ciências de Londres.

A grandiosidade da obra de Newton não o impediu de reconhecer o mérito dos trabalhos de cientistas que o precederam, como Galileu, Kepler, Copérnico, Descartes etc. Com a modéstia própria de muitos sábios, Newton afirmava que conseguiu enxergar mais longe do que outros colegas porque se apoiou em "ombros de gigantes" ou, em suas próprias palavras: "if I have seen further than others it was by standing upon the shoulders of Giants".

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

22. a) Qual o grande físico, citado no texto, que faleceu no ano em que Newton nasceu?
    b) Quais as duas características da personalidade de Newton, mencionadas no texto, atribuídas a problemas da educação que recebeu na infância?
23. No texto há uma passagem que mostra como, na época de Newton, não havia uma distinção muito clara entre a ciência e certas crendices destituídas de caráter científico. Identifique esta passagem.
24. a) Qual o fato, ocorrido em 1665, que levou Newton a afastar-se da universidade, voltando para a fazenda de sua família e lá permanecendo uma longa temporada?
    b) Cite pelo menos duas das grandes idéias que Newton desenvolveu nesse período passado no campo.
25. a) Qual a disciplina que Newton lecionou, na Universidade de Cambridge, ao iniciar sua carreira universitária?
    b) Que grande honraria recebeu Newton aos 30 anos de idade?
26. a) Qual o livro publicado por Newton que o envolveu em uma polêmica com outros físicos da época?
    b) Quais foram esses físicos?
    c) Que decisão drástica tomou Newton em conseqüência dessa polêmica?
27. a) Qual o cientista que convenceu Newton a publicar sua mais famosa obra: *Princípios matemáticos da filosofia natural*?
    b) Qual o corpo celeste que recebeu o nome desse cientista?
    c) Em que idioma foi escrita originalmente a obra mencionada na questão (a)?
28. a) Procure descobrir em que ano foi publicada a edição dos *Principia*, cuja capa está reproduzida nesta secção (observe a figura).
    b) Analise o enunciado original, em latim, das leis de Newton e procure traduzir o maior número possível de palavras por sua semelhança com o português. Você consegue, assim, perceber o significado de cada uma das leis?
29. Qual a famosa frase de Newton com a qual destaca a importância que teve, para ele, o trabalho de cientistas que o precederam?

reVisão

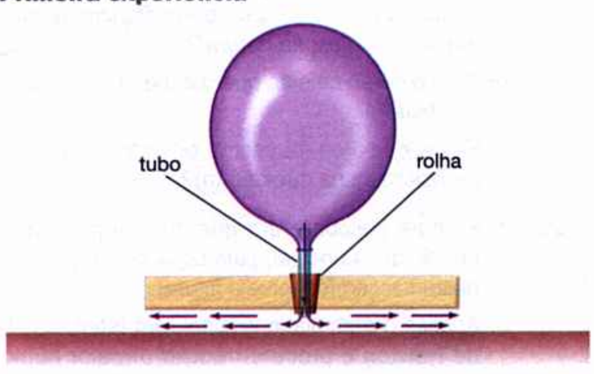
As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

1. A força é uma grandeza escalar ou vetorial? Justifique sua resposta.
2. a) O que é *peso* de um corpo?
   b) Qual é a direção e o sentido do vetor que representa o peso de um corpo?
3. a) Quais são as unidades de força citadas neste capítulo?
   b) Defina 1 kgf e dê a sua relação com 1 N.
4. a) Descreva, resumidamente, as idéias de Aristóteles sobre força e movimento.
   b) Cite um exemplo que, à primeira vista, pareça estar em concordância com estas idéias.
5. a) Descreva, resumidamente, as experiências de Galileu que o levaram a novas idéias sobre a relação entre força e movimento.
   b) Examine e interprete as figuras 4-9 e 4-10, dizendo por que elas confirmam as idéias de Galileu.
6. a) O que você entende por *inércia* de um corpo? Dê exemplos que ilustrem este conceito.
   b) Enuncie a 1ª lei de Newton.
7. a) Uma partícula em repouso está em equilíbrio?
   b) Uma partícula em equilíbrio pode estar em movimento? Que tipo de movimento?
   c) Para que uma partícula esteja em equilíbrio, que condição deve ser satisfeita pela resultante, $\vec{R}$, das forças que atuam na partícula? Como você expressaria esta condição em função das componentes retangulares destas forças sobre os eixos *OX* e *OY*?
8. a) Enuncie a 3ª lei de Newton.
   b) Dê exemplos de interação entre dois corpos mostrando as forças de ação e reação e indique em que corpos elas estão aplicadas.
   c) Explique por que as forças de ação e reação não se equilibram mutuamente.
9. a) O que você entende por força de atrito estático $\vec{f}_e$?
   b) O valor de $\vec{f}_e$ é fixo ou variável?
   c) O que é força de atrito estático máxima $\vec{f}_{eM}$?
   d) Qual a expressão matemática que nos permite calcular f_{eM}?
10. a) O que é força de atrito cinético $\vec{f}_c$?
    b) Qual a expressão matemática que nos permite calcular f_c?
    c) Para duas superfícies dadas, f_c é maior, menor ou igual a f_{eM}? E μ_c é maior, menor ou igual a μ_e?

algumas experiências simples

Para você fazer

Primeira experiência



Primeira experiência.

A figura desta experiência mostra um dispositivo simples, com o qual você poderá observar um movimento praticamente sem atrito. Tome um bloco de madeira, no centro do qual deve ser feito um pequeno orifício. Enchendo um balão de borracha, ligue seu bico ao orifício, usando um pequeno tubo para facilitar a conexão. Deixando o ar escapar lentamente, forma-se entre o bloco e a superfície na qual ele se apóia (um assoalho liso, por exemplo) um "colchão de ar", como mostra a figura. Em virtude disto, o bloco poderá deslizar sobre a superfície praticamente sem atrito.

Com o balão cheio de ar, dê um pequeno impulso no bloco e observe o seu movimento sobre uma superfície horizontal. Qual é, praticamente, o valor da resultante das forças que está atuando no bloco? Que tipo de movimento o bloco está descrevendo?

Segunda experiência

Quando você estiver dentro de um ônibus, procure fazer a seguinte experiência: ao perceber que o ônibus está se deslocando em linha reta com velocidade aproximadamente constante, jogue um objeto (um chaveiro, por exemplo) verticalmente para cima.

O objeto, ao cair, retorna às suas mãos? Por que ele não cai atrás de você? Use seus conhecimentos sobre inércia para explicar o resultado da experiência.

Terceira experiência

Usando patins, coloque-se próximo a uma mesa que possua rodas nos pés ou a um carrinho de mercearia, por exemplo. Dê um empurrão na mesa (ou no carrinho). A mesa se move? Você se desloca? Em que sentido? Então, quando você exerce uma força sobre a mesa, ela também exerceu uma força sobre você? Qual a lei física, estudada neste capítulo, que é evidenciada nesta experiência?

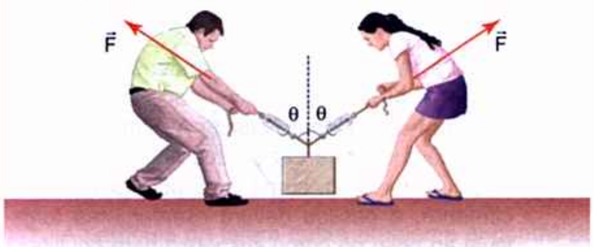
Quarta experiência

Sobre uma mesa lisa, coloque um pequeno ímã e um prego. Aproxime-os até que a atração entre eles possa ser percebida por você, segurando-os nesta posição.

1º) Mantendo o ímã fixo, solte o prego. Ele se desloca em direção ao ímã?

2º) Voltando à posição inicial, mantenha fixo o prego e solte o ímã. Ele se desloca em direção ao prego? Então, você poderá concluir que, se o ímã atrai o prego, este também atrai o ímã? Qual a lei física, estudada neste capítulo, que é evidenciada nesta experiência?

Quinta experiência



Quinta experiência.

Um tipo de dinamômetro (aparelho para medir forças) muito comum, conhecido como "balança de verdureiro", pode ser adquirido, a baixo custo, em casas de ferragem.

Com o auxílio de um colega, procure equilibrar um corpo pesado por meio de duas cordas, como mostra a figura desta experiência, usando a balança de verdureiro para medir as forças necessárias para equilibrar o peso do corpo.

1º) Aumente o valor do ângulo θ (ângulo de cada corda com a vertical) e observe as indicações dos dinamômetros. O resultado observado está de acordo com sua resposta à questão (b) do problema 4 da série Problemas e Testes deste capítulo?

2º) Tente equilibrar o corpo com as cordas na horizontal ($\theta = 90°$). Você consegue? Procure explicar.

Sexta experiência

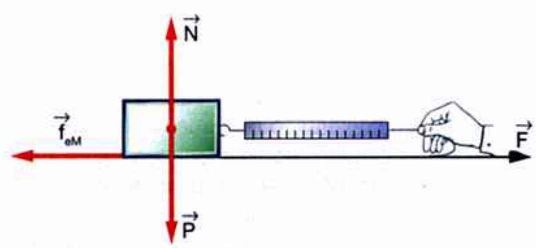
Nesta experiência, você terá que usar uma "balança de verdureiro" e uma roldana, que poderá ser construída por você mesmo ou ser obtida adaptando um objeto que possa servir como tal (um ioiô, por exemplo).

1º) Usando o dinamômetro, determine o peso de um objeto.

2º) Fixando o eixo da roldana, suspenda o objeto como mostra a figura (a) do problema 5. Use o dinamômetro para medir a força que você deve fazer para equilibrar o peso do objeto. Sua medida concorda com o que foi dito no enunciado do problema 5 da série Problemas e Testes deste capítulo?

3º) Faça uma montagem semelhante àquela da figura (b) do problema 5 (roldana móvel). Meça o valor da força necessária para equilibrar o peso do objeto suspenso no eixo da roldana. Sua medida concorda com a resposta à questão (a) do problema 5?

Sétima experiência



Sétima experiência.

Para determinar o coeficiente de atrito estático entre um corpo pesado e a superfície onde ele se apóia (o assoalho de uma sala, por exemplo), proceda da seguinte maneira:

1º) Puxando o corpo por meio de um dinamômetro ("balança de verdureiro"), como mostra a figura desta experiência, e aumentando lentamente o valor da força $\vec{F}$, procure ler, no aparelho, o valor de $\vec{F}$ no momento em que o corpo entra em movimento. Qual é, então, o valor da força de atrito estático máxima, f_{eM}, entre o corpo e a superfície?

2º) Sustente o corpo pelo dinamômetro e determine o seu peso. Qual o valor da reação normal, $\vec{N}$, da superfície sobre o corpo, quando ele está apoiado nela?

3º) Usando suas respostas às perguntas anteriores, determine o valor do coeficiente de atrito estático entre o corpo e a superfície.

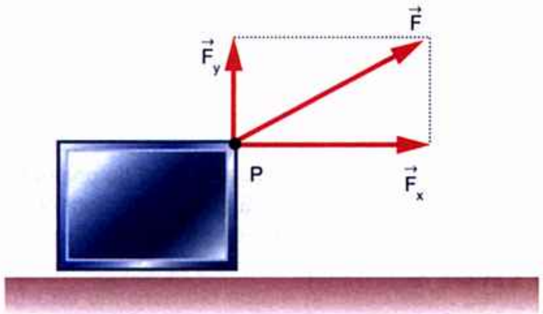
4º) Repita a experiência e determine o coeficiente de atrito entre o mesmo corpo e outras superfícies (uma placa de vidro, uma folha de lixa etc.).

problemas e testes

1. a) Algumas pessoas conseguem tirar a toalha de uma mesa puxando-a rapidamente, de modo que os objetos que estavam sobre a toalha permaneçam em seus lugares sobre a mesa. Como você explicaria esta "mágica"?

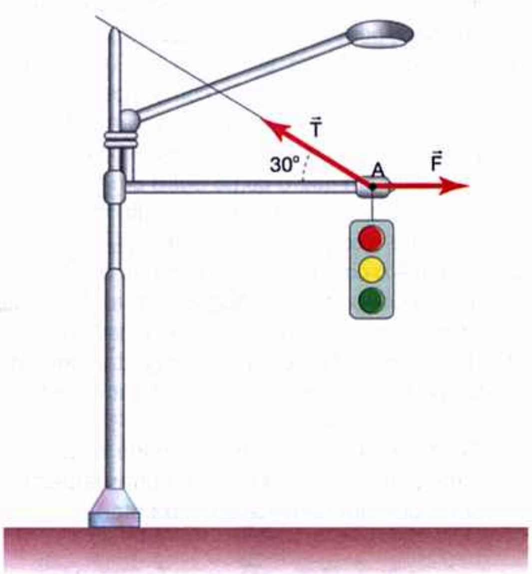
   b) Uma pessoa está em pé no corredor de um ônibus em movimento. Se o motorista freia bruscamente, a pessoa é "arremessada" para a frente. Explique esse fato.

2. Um bloco está sendo puxado sobre uma superfície por uma força $\vec{F}$ aplicada em um ponto P. Para analisar os efeitos desta força nas direções horizontal e vertical, um estudante a decompôs em suas componentes $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$, como mostra a figura deste problema. Ele conclui, então, que no ponto P estão aplicadas três forças: $\vec{F}$, $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$. Critique a conclusão do estudante.



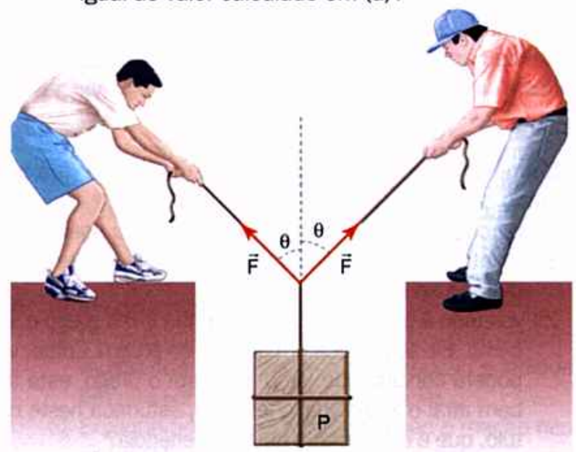
Problema 2.

3. Um sinal de trânsito está sustentado por um sistema constituído por uma haste horizontal e um cabo inclinado, como mostra a figura deste problema. No ponto A estão atuando as seguintes forças: o peso do sinal, cujo valor é $P = 20$ kgf, a tensão $\vec{T}$ do cabo e a força $\vec{F}$ de reação da haste sobre o cabo. Lembrando que o sistema está em equilíbrio, determine os valores de $\vec{T}$ e $\vec{F}$.



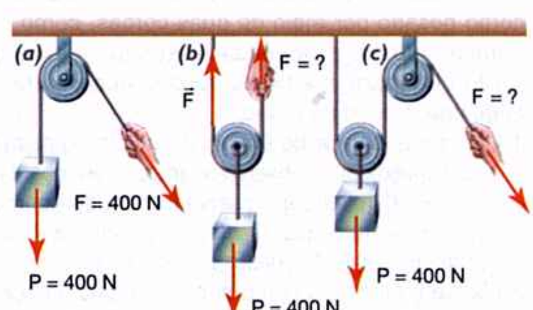
Problema 3.

4. Duas pessoas sustentam, em equilíbrio, um peso $P = 20$ kgf por meio de duas cordas inclinadas de um ângulo $\theta = 45°$ em relação à vertical (veja figura deste problema).
   a) Qual o valor da força $\vec{F}$ que cada pessoa está fazendo?
   b) Se as pessoas aumentarem a inclinação das cordas (em relação à vertical) de maneira que o ângulo θ se torne maior do que 45°, a força $\vec{F}$ que cada uma deve fazer será maior, menor ou igual ao valor calculado em (a)?



Problema 4.

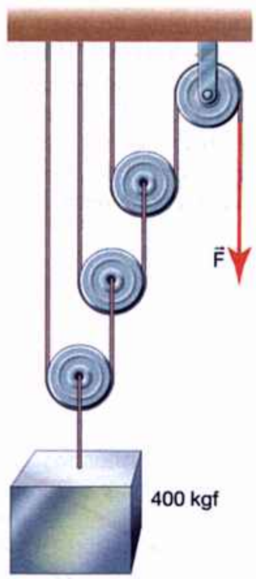
5. A figura (a) deste problema mostra um corpo de peso $P = 400$ N sendo sustentado através de uma roldana fixa por uma pessoa. A roldana fixa torna mais cômoda a tarefa de sustentar (ou elevar) o corpo. Entretanto, como você poderá verificar facilmente, a pessoa deverá exercer uma força $\vec{F}$ igual ao peso do corpo suspenso para equilibrá-lo. A figura (b) mostra o mesmo corpo preso ao eixo de uma roldana móvel, isto é, uma roldana que pode ser deslocada para cima ou para baixo. Observe que esta roldana é sustentada por uma força $\vec{F}$ exercida pela pessoa e por outra força, também igual a $\vec{F}$, exercida por um suporte fixo.



Problema 5.

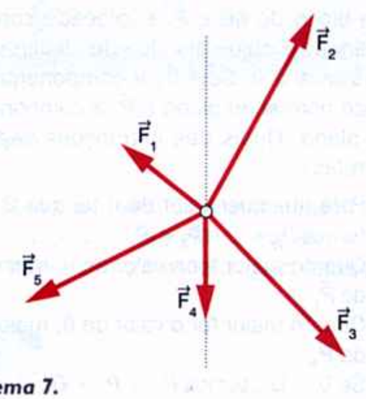
   a) Qual o valor da força $\vec{F}$ que a pessoa deve exercer para sustentar o peso suspenso no eixo da roldana móvel? (Despreze o peso da roldana.)
   b) Para facilitar a elevação de corpos pesados, é comum associar uma roldana fixa e uma móvel, como na figura (c). Neste caso, qual deve ser o valor de $\vec{F}$ para sustentar o corpo suspenso? Então, qual é a vantagem de se fazer esta associação?

6. Quando se deseja elevar um peso muito grande, costuma-se usar uma associação de roldanas como a da figura deste problema. Lembrando-se do que você aprendeu no problema anterior sobre roldanas, determine o valor da força $\vec{F}$ necessária para sustentar o peso de 400 kgf (despreze os pesos das roldanas).



Problema 6.

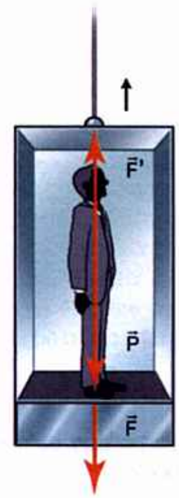
7. A partícula da figura deste problema encontra-se em equilíbrio sob a ação do sistema de forças representado. Se $F_4 = 25$ N, qual é o módulo, a direção e o sentido da resultante das demais forças que atuam na partícula?



Problema 7.

8. Uma pessoa, de peso P, encontra-se no interior de um elevador que sobe com *movimento uniforme*. Seja F o valor da força com que a pessoa comprime o assoalho do elevador e F' o valor da força exercida pelo assoalho sobre a pessoa (veja a figura deste problema). Assinale, entre as afirmações seguintes, aquelas que estão corretas.

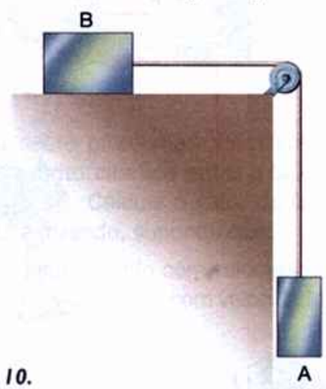
a) $F = F'$ porque constituem um par de ação e reação.
b) $F' = P$ porque o movimento da pessoa é uniforme.
c) F' e P constituem um par de ação e reação.
d) $F' > P$ porque o elevador está subindo.
e) $F > P$ porque o elevador está subindo.



Problema 8.

9. Um corpo encontra-se em repouso sobre uma superfície horizontal com atrito. Explique por que é mais difícil fazer com que o corpo comece a se movimentar do que mantê-lo em movimento uniforme.

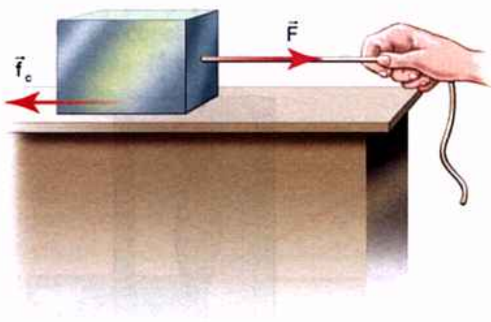
10. Um corpo B, de peso $P_B = 20$ kgf, apoiado sobre uma superfície horizontal, está ligado por meio de uma corda a um corpo A, de peso $P_A = 5$ kgf, como mostra a figura deste problema. Analise as afirmativas seguintes e assinale aquela que está *errada*.



Problema 10.

a) Como $P_B > P_A$, o sistema ficará em repouso mesmo que não exista atrito entre B e a superfície.
b) Se o sistema está em repouso, a força de atrito estático em B vale 5 kgf.
c) Se o sistema está em repouso e o coeficiente de atrito estático entre B e a superfície vale 0,4, poderíamos aumentar o peso de A até 8 kgf sem que o sistema saia do repouso.
d) Se o corpo A está descendo em movimento uniforme, a força de atrito cinético em B vale 5 kgf.
e) Se o corpo A está descendo com movimento uniforme, o coeficiente de atrito cinético entre B e a superfície vale 0,25.

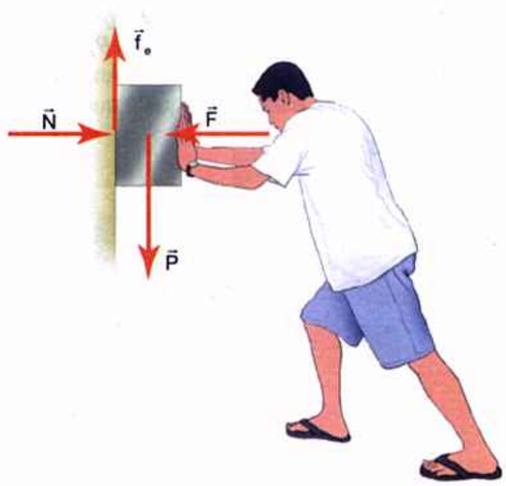
11. Um bloco está sendo arrastado sob a ação de uma força $\vec{F}$ na superfície de uma mesa. Suponha que também atue no bloco uma força de atrito cinético $f_c = 2$ N (veja a figura deste problema).



Problema 11.

a) Qual é o corpo que está exercendo a força $\vec{f}_c$ sobre o bloco?
b) Qual é o módulo, a direção e o sentido da reação da força $\vec{f}_c$?
c) Em qual corpo está aplicada esta reação?

12. Um bloco é comprimido contra uma parede por uma força $\vec{F}$, como mostra a figura deste problema. Entre as afirmativas seguintes, existe uma *errada*. Qual é?

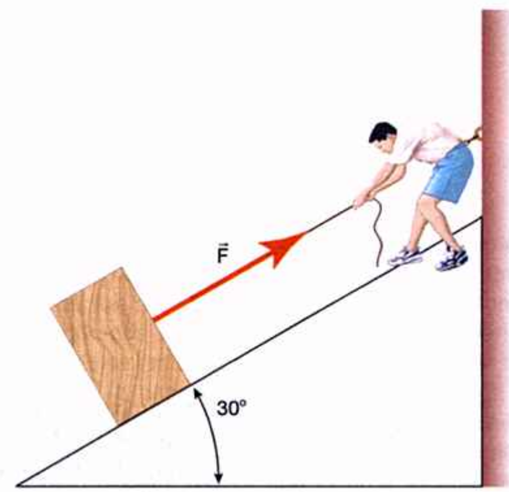


Problema 12.

a) A parede exerce sobre o bloco uma reação normal de mesmo módulo e de sentido contrário a $\vec{F}$.
b) Se o bloco fica em repouso, existe uma força de atrito estático, atuando sobre ele, dirigida para cima.
c) Se o bloco fica em repouso, podemos concluir que a força de atrito estático da parede sobre ele é maior do que o peso do bloco.
d) Se o valor de $\vec{F}$ for nulo, não haverá força de atrito da parede sobre o bloco.
e) Se o coeficiente de atrito entre a parede e o bloco for nulo, o bloco cairá por maior que seja o valor de $\vec{F}$.

13. Um bloco, de peso igual a 100 N, está sendo arrastado para cima, com movimento uniforme, ao longo de um plano inclinado sem atrito, por meio de uma força $\vec{F}$ (veja a figura deste problema). Entre as afirmações seguintes, assinale aquelas que estão *corretas*.

a) O bloco exerce sobre o plano uma compressão normal igual a 100 N.
b) A componente do peso que tende a fazer o bloco descer o plano vale 50 N.
c) A resultante das forças que atuam no bloco é nula.
d) O valor da força $\vec{F}$, que a pessoa está exercendo sobre o bloco, é maior do que 50 N.
e) A reação normal do plano sobre o bloco é nula, pois não há atrito entre eles.

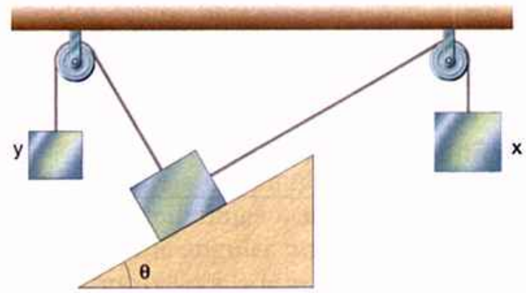


Problema 13.

14. Um bloco de peso P é colocado sobre um plano inclinado, cujo ângulo de inclinação com a horizontal é θ. Seja $\vec{P}_N$ a componente do peso do bloco normal ao plano e $\vec{P}_T$ a componente paralela ao plano. Quais das afirmações seguintes estão *corretas*?

a) Para qualquer valor de θ tal que $0° < \theta < 90°$, temos $P_N < P$ e $P_T < P$.
b) Quanto maior for o valor de θ, maior será o valor de $\vec{P}_T$.
c) Quanto maior for o valor de θ, maior será o valor de $\vec{P}_N$.
d) Se $\theta = 0°$, temos $P_N = P_T = 0$.
e) Se $\theta = 90°$, temos $P_N = 0$ e $P_T = P$.

15. Um bloco de peso $P = 10$ kgf está apoiado sobre um plano inclinado de um ângulo $\theta = 40°$. Este bloco é ligado a duas cordas que passam por roldanas fixas e sustentam, em suas extremidades, os corpos X e Y, como mostra a figura deste problema. Quais devem ser os valores dos pesos X e Y para que, ao retirarmos o plano inclinado, o bloco permaneça suspenso pelas cordas na mesma posição em que se encontra?

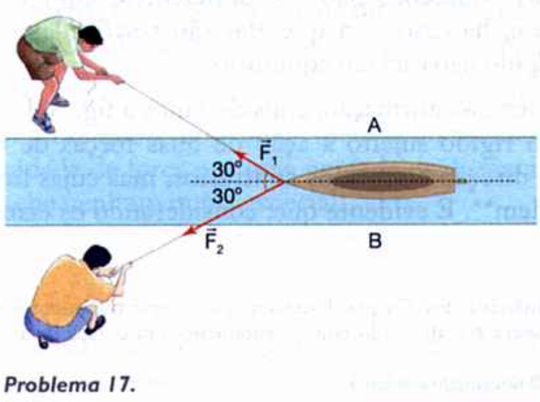


Problema 15.

16. No século XVII, um dos problemas sobre o qual havia divergência de opiniões entre Galileu e os aristotélicos era o seguinte: se um navio está em movimento retilíneo uniforme e uma pedra for abandonada do alto do mastro (veja a figura deste problema), onde ela irá cair? Para Galileu, a pedra cairia no pé do mastro enquanto os aristotélicos afirmavam que ela cairia atrás do pé do mastro, alegando que, enquanto a pedra estivesse no ar, o navio teria se deslocado de uma certa distância. A experiência nos mostra que Galileu tinha razão. Lembrando o conceito de inércia, descreva o raciocínio feito por Galileu para chegar à conclusão correta.

Problema 16.

17. Dois homens puxam uma embarcação em um canal, exercendo sobre ela as forças $F_1 = 300$ N e $F_2 = 400$ N, como mostra a figura deste problema.



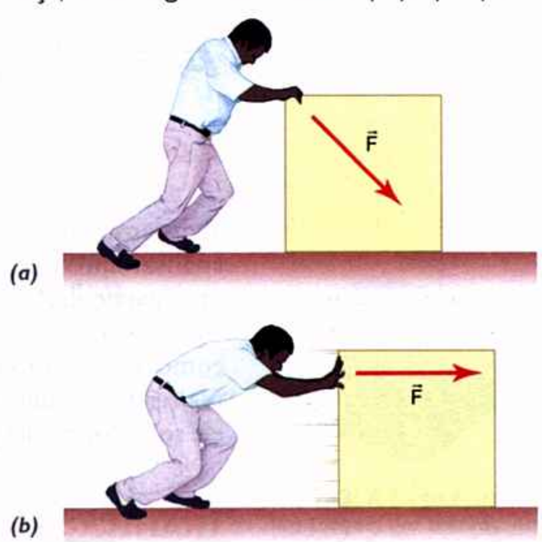
Problema 17.

a) Determine as componentes de cada uma dessas forças na direção perpendicular às margens do canal.

b) Para que a embarcação não se desvie para uma das margens, uma terceira pessoa exerce sobre ela uma força $\vec{F}_3$, perpendicular às margens. Qual é o módulo e o sentido de $\vec{F}_3$?

c) A força $\vec{F}_3$ influi no deslocamento da embarcação na direção do canal?

18. Um operário tenta empurrar um caixote sobre um plano horizontal, como mostra a figura (a) deste problema, e não consegue colocá-lo em movimento. Intuitivamente, ele se agacha, empurrando o caixote como na figura (b) e, neste caso, com o mesmo esforço, ele consegue o seu intento. Explique por quê.

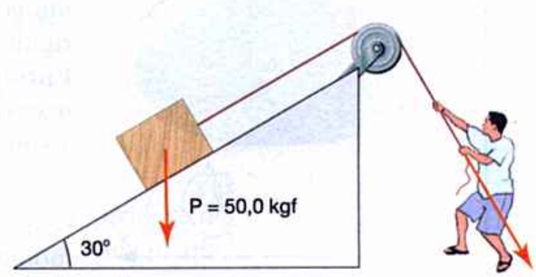


Problema 18.

19. Na figura deste problema, considere que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano vale $\mu_c = 0,10$. Calcule o valor da força $\vec{F}$ que a pessoa está fazendo, supondo que:

a) O bloco está subindo com velocidade constante.

b) O bloco está descendo com velocidade constante.



Problema 19.

20. Uma pessoa, pesando 60 kgf, está deitada em uma rede cujas extremidades são presas, por meio de cordas, a paredes verticais. Se essas cordas formam com as paredes ângulos de 30° e de 60°, calcule a tensão em cada uma.

As questões de vestibular se encontram no final do livro.

apêndice

A.1. Momento de uma força

O QUE É UM CORPO RÍGIDO

Conforme dissemos no início do capítulo 2, ao estudarmos Mecânica, abordamos apenas o movimento e o equilíbrio de uma partícula. Nesta secção, analisaremos o equilíbrio de um corpo extenso, que não possa ser considerado uma partícula.* Além disso, vamos considerar o corpo extenso como um *corpo rígido*, isto é, um corpo que não sofre deformações sob a ação de forças externas como, por exemplo, uma barra de ferro, um pedaço de madeira ou uma pedra. Na realidade, nenhum corpo é perfeitamente rígido, mas se as deformações que ele sofre forem desprezíveis, poderá ser assim considerado.

TRANSLAÇÃO E ROTAÇÃO

Ao estudarmos a secção 4.2 (equilíbrio de uma partícula) , vimos que uma partícula está em equilíbrio quando é nula a resultante das forças que atuam sobre ela; isto é,

$$\vec{R} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}$$

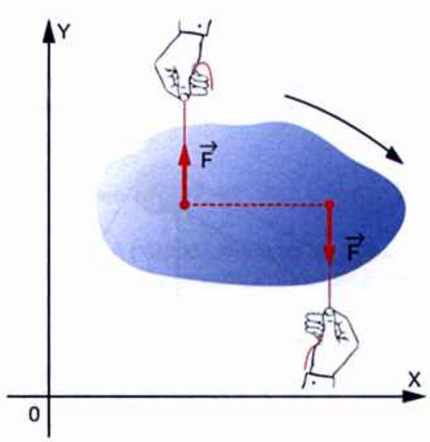


Fig. A-1: *O binário tende a provocar uma rotação acelerada do corpo no qual está aplicado.*

Procuraremos, agora, determinar as condições de equilíbrio de um corpo rígido. Podemos supor, à primeira vista, que um corpo rígido também esteja em equilíbrio sempre que $\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$. Entretanto, essas condições não são suficientes, embora sejam necessárias; isto é, há casos em que elas são verificadas e, ainda assim, o corpo rígido não está em equilíbrio.

Para entender essa afirmação, consideremos a fig. A-1, na qual temos um corpo rígido sujeito à ação de duas forças de mesmo módulo, mesma direção e sentidos contrários, mas cujas linhas de ação não coincidem**. É evidente que, considerando os eixos OX e

* Acreditamos que o estudo da Dinâmica dos Corpos Extensos, por exigir tratamentos físicos e matemáticos mais elaborados, só poderá ser abordado convenientemente em cursos de Física mais avançados, de nível universitário.

** Esse sistema de forças costuma ser denominado um *binário*.

OY mostrados, temos, para esse caso, $\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$. Percebe-se facilmente, porém, que sob a ação apenas desse sistema de forças, o corpo entrará em rotação no sentido indicado na fig. A-1, e a experiência mostra que a velocidade de rotação do corpo (velocidade angular) torna-se cada vez maior, isto é, a ação continuada daquele sistema de forças provoca uma rotação acelerada. Esse corpo, embora esteja em equilíbrio de translação, não está em equilíbrio de rotação, pois, por definição, para que isso ocorresse, ele não poderia estar girando (velocidade angular nula) ou deveria estar girando com velocidade de rotação uniforme (velocidade angular constante).

Então, o equilíbrio de um corpo não é garantido apenas pelas condições $\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$, pois essas equações asseguram apenas o equilíbrio de translação. Assim, torna-se necessário estabelecer uma maneira de assegurar também o equilíbrio de rotação. Para tanto, introduziremos o conceito de momento (ou torque) de uma força.

MOMENTO DE UMA FORÇA

Consideremos, na fig. A-2, um corpo rígido que pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura, passando pelo ponto O. Suponhamos que seja aplicada ao corpo uma força $\vec{F}$, cuja linha de ação esteja a uma distância d de O (observe que d é a distância tomada perpendicularmente de O à linha de ação de $\vec{F}$, como mostra a fig. A-2).

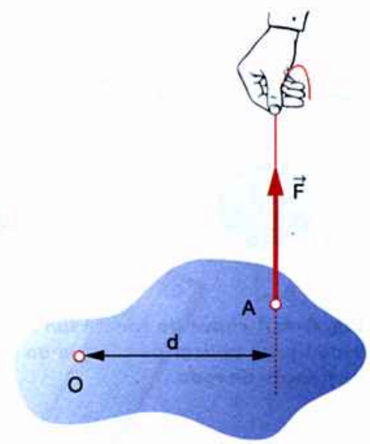


Fig. A-2: *A força $\vec{F}$ aplica um torque, em relação ao ponto O, dado por $M = F \cdot d$.*

É evidente que, sob a ação de $\vec{F}$, o corpo tende a girar em torno do eixo que passa por O e que essa rotação será mais acentuada quanto maior for o módulo de $\vec{F}$ (o corpo adquire maior velocidade angular em um dado intervalo de tempo). É fácil perceber experimentalmente que, além disso, quanto maior for o valor da distância d, mais acentuada será a rotação do corpo. Tendo em vista essas observações, os físicos definiram uma grandeza, usada para medir o efeito de rotação de uma força, denominada *momento* ou *torque* da força:

> **O momento, M, ou torque de uma força $\vec{F}$, que atua em um corpo, em relação a um eixo que passa pelo ponto O, é definido pela relação**
>
> $$M = F \cdot d$$
>
> **onde d é a distância (perpendicular) de O à linha de ação de $\vec{F}$.**

Por exemplo, supondo que na fig. A-2 tenhamos $F = 10$ N e $d = 0{,}45$ m, o valor (módulo) do momento aplicado ao corpo será:

$$M = F \cdot d = (10 \text{ N})(0{,}45 \text{ m}) = 4{,}5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Observe que a unidade de medida do momento será sempre o produto de uma unidade de força por uma unidade de distância (1 N · m, 1 kgf · m, etc. que não recebe nenhum nome especial).

COMENTÁRIOS

1) O conceito de torque é usado, mesmo intuitivamente, com grande freqüência em nossa vida diária. É o caso, por exemplo, de uma pessoa que

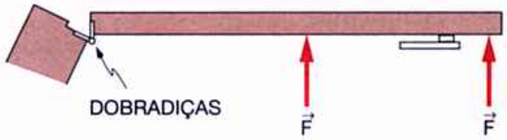


Fig. A-3: *Quanto maior for a distância da linha de ação da força ao eixo de rotação, maior será o torque que ela produz.*

fecha uma porta. Se ela aplicar uma força $\vec{F}$ no ponto médio da porta (fig. A-3), obterá um efeito de rotação menor do que se aplicar a *mesma* força $\vec{F}$ na extremidade da porta (como se faz normalmente). Nessa última situação, a distância da força ao eixo de rotação é maior e, portanto, maior será o momento dessa força, isto é, maior será o efeito de rotação que ela produz.

2) Outro exemplo está ilustrado na fig. A-4, que mostra um indivíduo usando uma chave de roda para soltar uma das porcas que prende a roda de um automóvel. Como não consegue soltá-la, ele usa uma chave de braço mais comprido, isto é, aumenta a distância *d* mostrada na fig. A-4 para alcançar o seu objetivo. Observe que quanto maior a distância *d*, maior será o *torque* aplicado à porca, provocando sua rotação (algumas pessoas costumam pensar, erroneamente, que esse recurso propicia a aplicação de uma força maior sobre a chave).

Fig. A-4: *A chave de roda é um dispositivo usado para aplicar um torque ao parafuso de fixação da roda.*

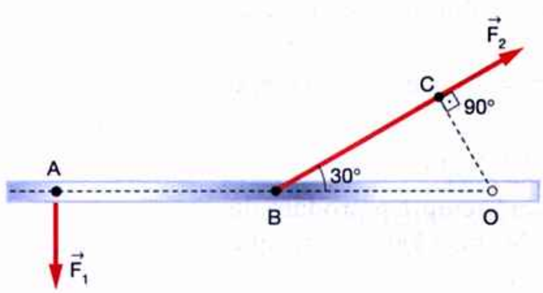
3) Costuma-se atribuir um sinal (positivo ou negativo) ao momento de uma força, conforme o sentido da rotação que ela tende a produzir no corpo. Assim:

1º) Na fig. A-2, a força $\vec{F}$ tende a fazer o corpo girar no sentido contrário ao dos ponteiros de um relógio (sentido anti-horário). Nesse caso, atribui-se o sinal *positivo* ao momento da força.

2º) Na fig. A-4, a força $\vec{F}$ tende a fazer a chave girar no sentido horário (igual ao sentido de rotação dos ponteiros de um relógio). Nesse caso, o momento da força é considerado *negativo*.

exercícios de fixação

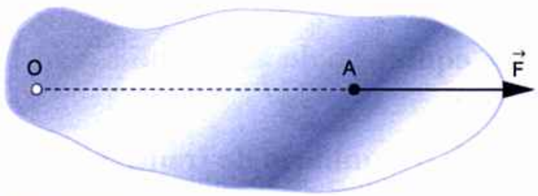
Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.



Exercício 1.

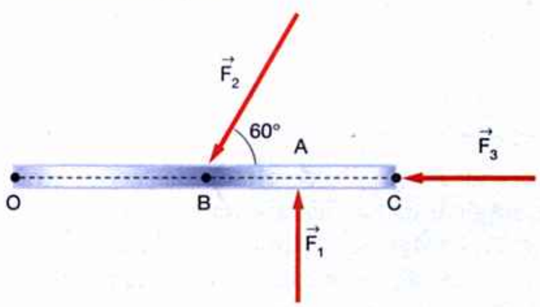
1. A figura deste exercício mostra uma barra rígida que pode girar em torno de um eixo passando por *O*. Uma força $\vec{F}_1$, cujo módulo é $F_1 = 20$ N, é aplicada no ponto *A*, da maneira mostrada na figura. Sendo $OA = 0{,}60$ m:
   a) Qual é o módulo do torque, M_1, que a força $\vec{F}_1$ aplica à barra, em relação a *O*?
   b) Qual o sentido da rotação que essa força tende a produzir na barra?
   c) Então, qual é o sinal de M_1?
2. Considere, agora, a força $\vec{F}_2$, de módulo $F_2 = 30$ N, aplicada no ponto *B* da barra do exercício anterior (veja a figura).
   a) Qual dos dois produtos, $F_2 \cdot OB$ ou $F_2 \cdot OC$, expressa o módulo do momento M_2, de $\vec{F}_2$ em relação a *O*?
   b) Sendo $OB = 0{,}30$ m, determine o momento M_2 (módulo e sinal).

3. Uma força $\vec{F}$ é aplicada no ponto A de um corpo rígido, o qual pode girar em torno de um eixo que passa por O, da maneira mostrada na figura deste exercício.



Exercício 3.

a) Essa força tende a provocar a rotação do corpo em torno de O? Por quê?
b) Um aluno calculou o módulo do momento M dessa força, em relação a O, pelo produto $F \cdot OA$. Esse cálculo está correto?
c) Então, qual será o valor de M? Explique.
d) As respostas às questões (a) e (c) são concordantes? Explique.



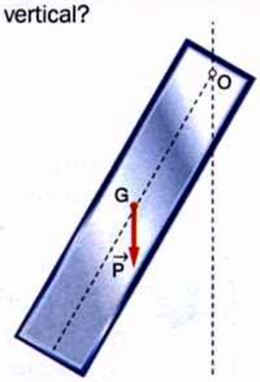
Exercício 4.

4. Uma barra fina, rígida, que pode girar em torno de um eixo O, o qual passa por uma de suas extremidades, é submetida à ação das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ mostradas na figura deste exercício. Considere:

$$F_1 = 5{,}0\ \text{N} \qquad OA = 1{,}5\ \text{m}$$
$$F_2 = 10\ \text{N} \qquad OB = 1{,}0\ \text{m}$$
$$F_3 = 7{,}0\ \text{N} \qquad OC = 2{,}0\ \text{m}$$

a) Determine, em módulo e sinal, o momento de cada uma dessas forças em relação a O.
b) Qual é o momento total (momento resultante) que atua sobre a barra?
c) Qual é o sentido de rotação que a barra tende a adquirir em torno de O?

5. Um pêndulo é constituído por uma placa rígida que pode girar, sob a ação de seu peso $\vec{P}$, em torno de um eixo horizontal que passa por O, como mostra a figura deste exercício.
a) Ao abandonar o pêndulo na posição mostrada na figura, à medida que ele se aproxima da vertical, o torque de $\vec{P}$ em relação a O aumenta, diminui ou não se altera? (O peso $\vec{P}$ está sempre aplicado no ponto G.)
b) Qual é o valor do torque do peso $\vec{P}$ (em relação a O) quando o pêndulo passa pela vertical?
c) Por que o pêndulo não pára quando passa pela posição vertical?



Exercício 5.

A.2. Equilíbrio de um corpo rígido

EQUILÍBRIO DE ROTAÇÃO

Consideremos uma força $\vec{F}_1$ aplicada a um corpo rígido, como a barra da fig. A-5, que pode girar em torno de um eixo passando por O. Essa força dará origem a um momento (torque) que tenderá a provocar a rotação da barra no sentido anti-horário. Sob a ação de $\vec{F}_1$ a barra adquiriria uma rotação acelerada, isto é, não estaria em equilíbrio de rotação. Se desejarmos colocar a barra em equilíbrio de rotação, deveremos anular o momento de $\vec{F}_1$ aplicando uma força $\vec{F}_2$ que tenha um momento de mesmo valor que o de $\vec{F}_1$, e que produza rotação em sentido contrário (sentido horário). Lembrando a convenção de sinais estabelecida para os momentos, vemos, então, que a soma dos momentos das forças que atuam na barra deve ser nula, para que ela fique em equilíbrio de rotação. Matematicamente, teremos:

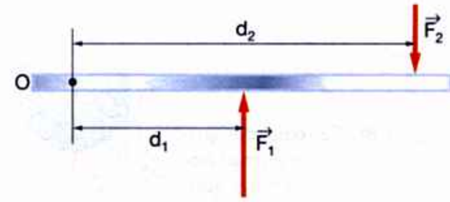


Fig. A-5: *O equilíbrio de rotação desta barra é obtido pela aplicação de dois torques de mesmo módulo e de sentidos contrários.*

$$\Sigma M = F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0 \Leftrightarrow \text{equilíbrio de rotação da barra}$$

Essa análise feita para a barra da fig. A-5 é válida para um corpo rígido qualquer. Chegamos, assim, às condições necessárias e suficientes para o equilíbrio de um corpo rígido, como aquele mostrado na fig. A-6:

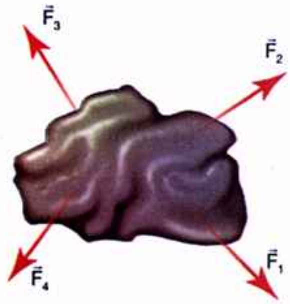


Fig. A-6: *A condição de equilíbrio de um corpo rígido é dada pelas equações:* $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ e $\Sigma M = 0$.

as condições gerais de equilíbrio de um corpo rígido são dadas pelas relações:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma F_X &= 0\\ \Sigma F_Y &= 0\end{aligned}\right\}\ \textbf{asseguram o equilíbrio de translação}$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow \textbf{assegura o equilíbrio de rotação}$$

COMENTÁRIO

Se um corpo rígido estiver em equilíbrio, é claro que as forças que nele atuam possuem módulos e direções, tais que as equações $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ e $\Sigma M = 0$ sejam obedecidas. Então, poderemos estabelecer três equações envolvendo as forças que atuam no corpo, as quais permitirão determinar o valor de até três incógnitas relacionadas com a situação. Os exemplos 1 e 2, resolvidos nesta secção, ilustram esse procedimento.

CENTRO DE GRAVIDADE

Já sabemos que o peso de um corpo é o resultado das ações atrativas da Terra sobre ele. Quando se trata de uma partícula, essa ação será representada por uma força aplicada na partícula. Mas, se as dimensões do corpo não forem desprezíveis, as ações atrativas da Terra se farão sobre cada partícula, isto é, essas ações constituirão um sistema de forças praticamente paralelas, aplicadas em partículas diferentes. O peso $\vec{P}$ do corpo será a resultante desse sistema de forças e o ponto onde podemos supor aplicada essa resultante é denominado *centro de gravidade* do corpo, como mostra a fig. A-7.

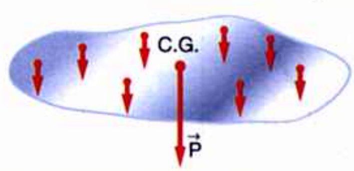


Fig. A-7: *O centro de gravidade (C.G.) de um corpo é o ponto onde podemos considerar aplicado o seu peso.*

Para os corpos homogêneos, de forma geométrica definida, o centro de gravidade estará no centro de simetria do corpo. Na fig. A-8 estão mostrados os centros de gravidade de alguns corpos homogêneos, de forma geométrica conhecida.

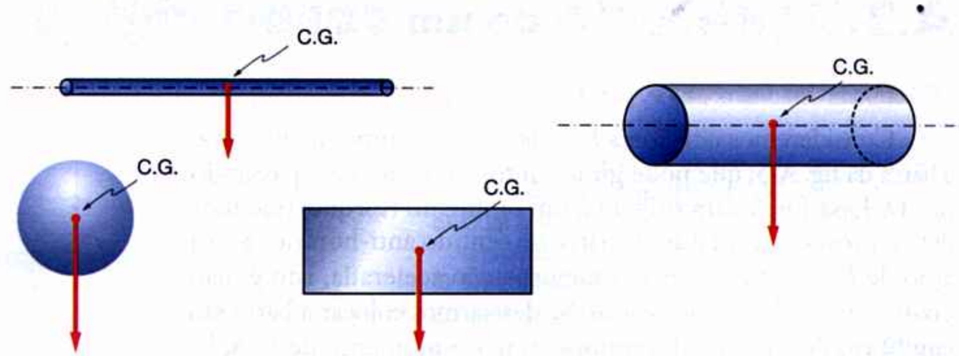


Fig. A-8: *Centros de gravidade de alguns corpos homogêneos, de formas geométricas definidas.*

Quando suspendemos um corpo pelo seu centro de gravidade, ele fica em equilíbrio de translação e de rotação, pois estamos aplicando nele uma força igual, de sentido contrário e na mesma linha de ação de seu peso (fig. A-9-a). Observe que isso ocorre também quando o corpo é assimétrico e o centro de gravidade se localiza mais próximo da parte mais pesada do corpo, como na fig. A-9-b.

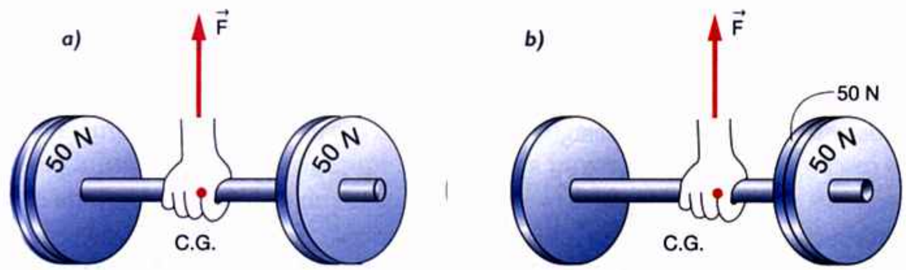


Fig. A-9: *Quando suspendemos um corpo pelo seu centro de gravidade, aplicando uma força igual e contrária ao seu peso, ele fica em equilíbrio.*

A partir das condições de equilíbrio, estabelecidas nesta secção, é fácil concluir que um corpo, apoiado em uma superfície, permanece em equilíbrio quando a linha de ação de seu peso passa no interior da superfície de apoio. Tendo em vista esta informação, procure explicar:

- Em que condições é possível manter a caixa da figura A-10-a em equilíbrio na posição mostrada.
- Por que a estrutura mostrada na figura A-10-b (constituída por martelo e régua) não cai, apesar de ter somente a extremidade da régua apoiada na mesa.
- Por que, na figura A-10-c, a pessoa pode assumir, sem cair, a posição mostrada à esquerda, mas não consegue repetir a experiência se estiver encostada em uma parede.

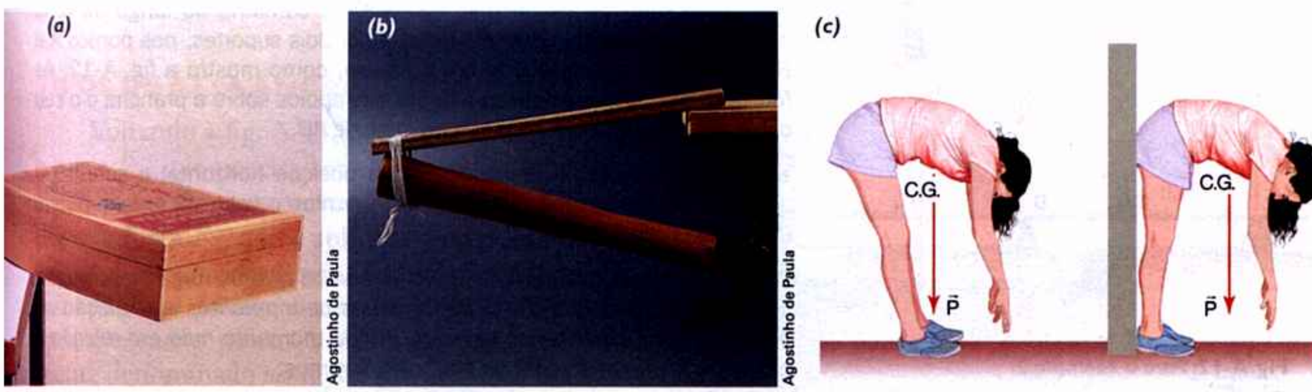


Fig. A-10.

Procure realizar estas experiências.

Exemplo 1

A fig. A-11 mostra uma barra homogênea, rígida e horizontal OA, de peso $P = 20$ N, articulada em O (podendo girar em torno de O), sustentada por um cabo AB, preso a uma parede no ponto B, e formando um ângulo de 60° com a horizontal. Um peso $P' = 10$ N está pendurado na extremidade A da barra. Sabendo-se que a barra está em equilíbrio, determine a tensão $\vec{T}$ no cabo e o valor da força $\vec{F}$ que a articulação exerce sobre a barra.

Um cabo ou fio tensionado só pode exercer força na direção do próprio cabo. Portanto, na fig. A-11, a tensão $\vec{T}$ que o cabo exerce na barra tem a direção e o sentido indicados. Por sua vez, uma articulação pode exercer uma força em qualquer direção e, por isso, a reação da articulação em O sobre a barra foi representada por um vetor $\vec{F}$ de direção desconhecida. Além das forças $\vec{F}$ e $\vec{T}$, estão também aplicados na barra seu próprio peso $\vec{P}$ (no ponto médio, que é o seu centro de gravidade) e o peso $\vec{P}'$ aplicado em A.

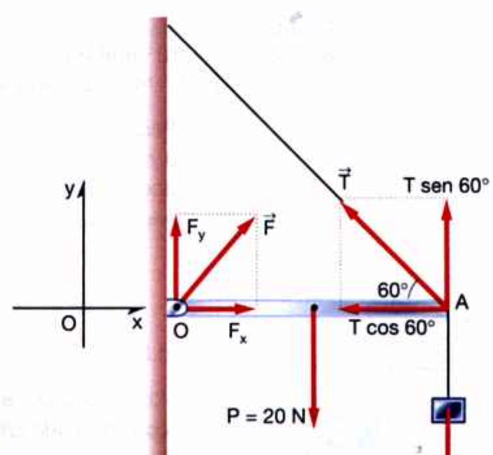


Fig. A-11: *Para o exemplo 1.*

Considerando os eixos OX e OY mostrados na figura e lembrando que a barra está em equilíbrio, sabemos que as forças $\vec{F}$, $\vec{T}$, $\vec{P}$ e $\vec{P}'$ satisfazem as equações:

$$\Sigma F_x = 0, \qquad \Sigma F_y = 0 \qquad e \qquad \Sigma M = 0$$

Decompondo as forças segundo OX e OY, temos:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_x - T\cos 60° = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_y + T\,\text{sen}\,60° - 20 - 10 = 0$$

Tomemos os momentos em relação a O (observe que as forças F_x, F_y e $T\cos 60°$ passam por esse ponto e, portanto, seus momentos em relação a ele serão nulos):

$$\Sigma M = 0 \rightarrow T\,\text{sen}\,60° \cdot OA - 20 \cdot \frac{OA}{2} - 10 \times OA = 0$$

Essas três equações constituem um sistema que nos permite calcular os valores das incógnitas F_x, F_y e T. Resolvendo o sistema (faça isto!), obtemos:

$$T = 23\text{ N} \qquad F_x = 11{,}5\text{ N} \qquad F_y = 10\text{ N}$$

Conhecendo F_x e F_y, podemos determinar o módulo de $\vec{F}$:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(11{,}5)^2 + (10)^2} \qquad donde \qquad F = 15{,}2\text{ N}$$

Exemplo 2

Uma menina, de peso $P_M = 400$ N, caminha ao longo de uma prancha, de peso $P = 300$ N, apoiada por dois suportes, nos pontos *A* e *B* a uma distância de 4,0 m um do outro, como mostra a fig. A-12. As forças $\vec{N}_A$ e $\vec{N}_B$ representam as reações dos apoios sobre a prancha e o seu centro de gravidade está situado no meio de *AB*.

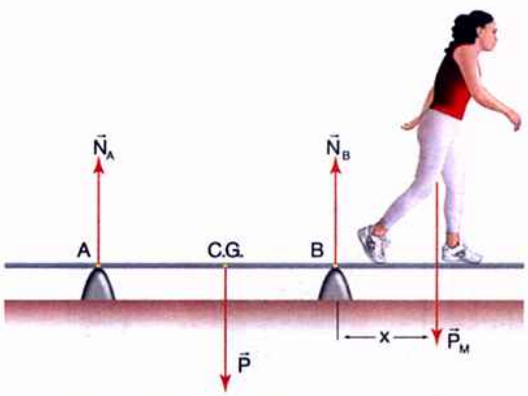


Fig.A-12: *Para o exemplo 2.*

a) Estando a prancha em equilíbrio na posição horizontal e sendo *x* a distância da menina ao ponto *B*, determine o valor da reação $\vec{N}_A$ em função de *x*.

Como a prancha está em equilíbrio, sabemos que as forças que atuam sobre ela são tais que $\Sigma M = 0$. Tomemos os momentos em relação ao ponto B, pois, assim, a incógnita $\vec{N}_B$, tendo momento nulo em relação a esse ponto, não aparecerá na equação. Teremos:

$$P \cdot \frac{AB}{2} - N_A \cdot AB - P_M \cdot x = 0 \qquad ou \qquad 300 \cdot \frac{4{,}0}{2} - N_A \cdot 4{,}0 - 400 \cdot x = 0$$

$$donde \qquad N_A = 150 - 100\,x$$

b) Qual a máxima distância *x* que a menina pode se afastar de *B* sem que a prancha se desequilibre, girando em torno de *B*?

Pela relação $N_A = 150 - 100\,x$, obtida na questão (a), vemos que à medida que x aumenta, a reação N_A diminui. Quando a prancha estiver prestes a girar em torno de B, ela estará apenas encostada em A, sem comprimir esse apoio, isto é, teremos $N_A = 0$. Logo o valor pedido de x será obtido da seguinte maneira:

$$0 = 150 - 100\,x$$

$$donde \quad x = 1{,}50\text{ m}$$

c) Na situação considerada em (b), qual será o valor da reação $\vec{N}_B$?

Nessa situação, a prancha ainda está em equilíbrio, mas $N_A = 0$. Então, pela relação $\Sigma F_y = 0$ (considerando OY vertical), temos:

$$N_A + N_B - P - P_M = 0 \qquad ou \qquad N_B = 300 + 400$$

$$donde \quad N_B = 700\text{ N}$$

ALAVANCAS

As condições de equilíbrio de um corpo rígido têm uma aplicação importante no estudo das alavancas. Como você já deve saber, uma alavanca é constituída, em síntese, por uma barra rígida que pode girar em torno de um ponto de apoio. Consideremos, por exemplo, a alavanca mostrada na fig. A-13, com o ponto de apoio em O e tendo um corpo de peso $\vec{F}_2$ suspenso em uma de suas extremidades. Uma pessoa aplica, na outra extremidade, uma força $\vec{F}_1$ que equilibra a alavanca em torno de O. Já sabemos que, como a alavanca pode girar livremente em torno de O, o equilíbrio só ocorrerá quando a soma dos torques das forças aplicadas, em relação a O, for nula, isto é, quando $\sum M_0 = 0$. Assim, temos:

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0 \qquad \text{donde} \qquad F_1 d_1 = F_2 d_2$$

Essa relação nos mostra que, sendo $d_1 > d_2$, teremos $F_1 < F_2$, isto é, a pessoa consegue equilibrar o peso F_2, exercendo uma força menor do que esse peso (tanto menor quanto maior for a relação entre d_1 e d_2).

A condição de equilíbrio $F_1 d_1 = F_2 d_2$ é válida para quaisquer valores e para qualquer tipo de alavanca. O grande matemático e filósofo grego Arquimedes, no século III a.C., já conhecia essa condição de equilíbrio das alavancas, embora o conceito de torque só tenha sido estabelecido muito recentemente (veja o Tópico Especial do capítulo 7).

TIPOS DE ALAVANCAS

Voltando à fig. A-13, costuma-se dizer que a força $\vec{F}_2$, que precisa ser equilibrada (ou deslocada), é a *força resistente* ou *resistência*. Além disso, a força $\vec{F}_1$, que é aplicada para equilibrar (ou deslocar) a resistência, é usualmente denominada *força potente* ou *potência*. O ponto de apoio, como o ponto O dessa figura, é geralmente denominado *ponto fixo* (ou fulcro).

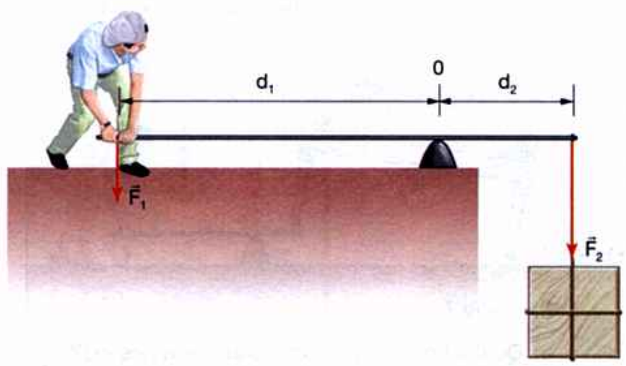


Fig. A-13: *Usando uma alavanca como esta, é possível equilibrar a força $\vec{F}_2$, exercendo uma força $\vec{F}_1$, de módulo inferior ao de $\vec{F}_2$.*

De acordo com a posição relativa dos elementos que acabamos de descrever, as alavancas costumam ser classificadas da seguinte maneira:

1º) *Alavanca interfixa* – quando o ponto de apoio encontra-se situado entre a potência e a resistência, como na fig. A-13.

2º) *Alavanca interpotente* – quando a força potente está situada entre o ponto de apoio e a resistência, como na fig. A-14-a.

3º) *Alavanca inter-resistente* – quando a resistência está situada entre o ponto de apoio e a força potente, como na fig. A-14-b.

Vários dispositivos que usamos em nossa vida diária são alavancas (ou combinações delas), como você poderá constatar ao responder às questões propostas no exercício de fixação 13 desta secção.

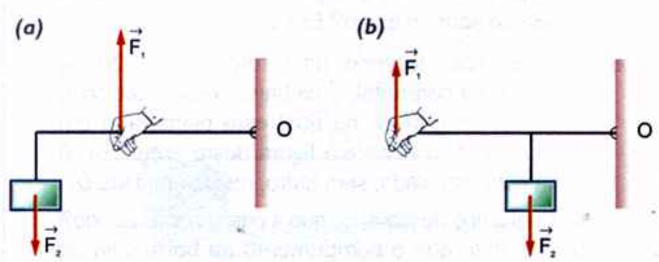


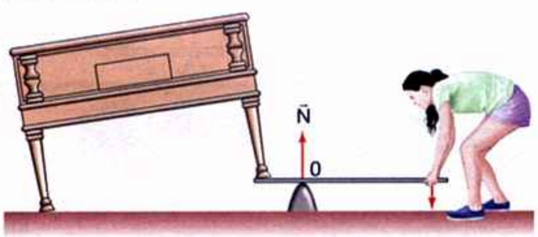
Fig. A-14: *Em (a) temos uma alavanca interpotente e, em (b), uma alavanca inter-resistente.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

6. Uma pessoa A, tentando fechar uma porta, aplica à maçaneta uma força $F = 40$ N, perpendicularmente à porta, tendendo fazê-la girar no sentido horário.
   a) Sabendo-se que a maçaneta dista 90 cm das dobradiças, determine o torque (módulo e sinal), em relação às dobradiças, que a pessoa A aplica à porta.
   b) Uma pessoa B consegue impedir que a porta seja fechada, aplicando-lhe uma força $\vec{F}'$. Qual o torque (módulo e sinal) que B aplicou à porta (em relação às dobradiças)?
   c) Supondo que $\vec{F}'$ também seja perpendicular à porta, aplicada a 20 cm das dobradiças, determine o módulo dessa força.

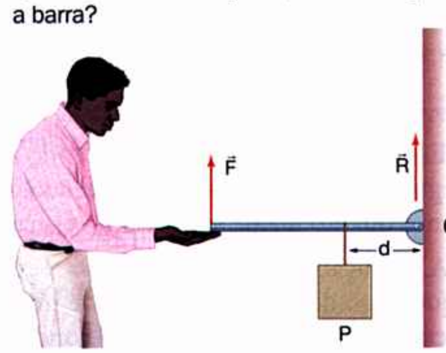
7. Para levantar diretamente um dos lados de um piano, uma pessoa teria que exercer uma força de 100 kgf. Sendo incapaz de desenvolver esse esforço, a pessoa usa uma barra de ferro (alavanca), de peso desprezível, da maneira mostrada na figura deste exercício.



Exercício 7.

   a) Qual o tipo de alavanca usado pela pessoa?
   b) Suponha que a pessoa tenha usado um apoio O situado a 30 cm dos pés a serem levantados. Qual o valor da força $\vec{F}$, aplicada pela pessoa a 1,50 m de O, para manter o piano em equilíbrio, na posição da figura?
   c) Qual o valor da reação $\vec{N}$ que o apoio O exerce na alavanca?
   d) Qual o valor da compressão que a alavanca exerce sobre o apoio? Explique.

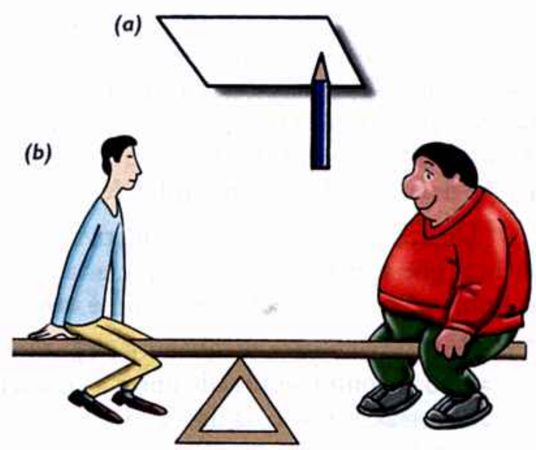
8. Uma pessoa, fazendo uma força $F = 100$ N, sustenta, na horizontal, uma barra rígida (alavanca), de peso desprezível, na qual está pendurado um peso $P = 400$ N (veja a figura deste exercício). A barra está articulada, sem atrito, na extremidade O.
   a) Qual o tipo de alavanca que a pessoa está usando?
   b) Supondo que o comprimento da barra seja de 100 cm, determine o valor da distância d mostrada na figura.
   c) Qual é o valor da reação $\vec{R}$, da articulação sobre a barra?



Exercício 8.

9. Responda às questões (b) e (c) do exercício anterior, supondo que a alavanca seja homogênea e tenha um peso $P' = 40$ N.

10. a) Examine as figuras (a) e (b) deste exercício e diga por que as situações dos corpos em equilíbrio não estão fisicamente corretas.



Exercício 10.

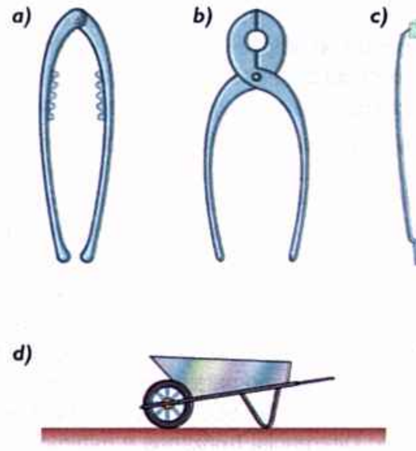
   b) Que modificações deveriam ser feitas nas posições dos corpos mostrados, em cada figura, para que exista equilíbrio?

11. Determine os valores das forças $\vec{T}$ e $\vec{F}$ do exemplo 1, resolvido nesta secção (fig. A-10), supondo que o peso P', suspenso em A, tenha sido retirado.

12. No exercício 4 da secção anterior, deseja-se equilibrar a barra, aplicando em C uma força $\vec{F}_4$ paralela a $\vec{F}_1$.
   a) Qual deve ser o sentido de $\vec{F}_4$?
   b) Qual deve ser o módulo de $\vec{F}_4$?

13. Observe as ilustrações referentes a esse exercício. Temos:
em (a) – um quebra-nozes
em (b) – um alicate
em (c) – uma pinça
em (d) – um carrinho de mão
Como é fácil perceber, cada um desses dispositivos é uma alavanca (ou uma associação de duas alavancas). Procure identificar, no uso de cada um deles, a localização do ponto fixo, da potência, da resistência e o tipo de alavanca constituído pelo dispositivo.

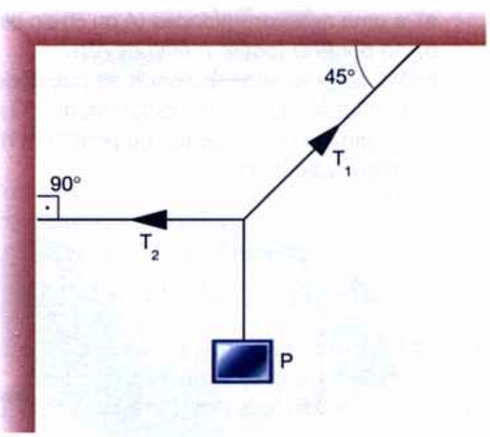
14. No exercício anterior, determine se a força potente, aplicada por uma pessoa que esteja utilizando adequadamente cada dispositivo, será maior, menor ou igual à força resistente.



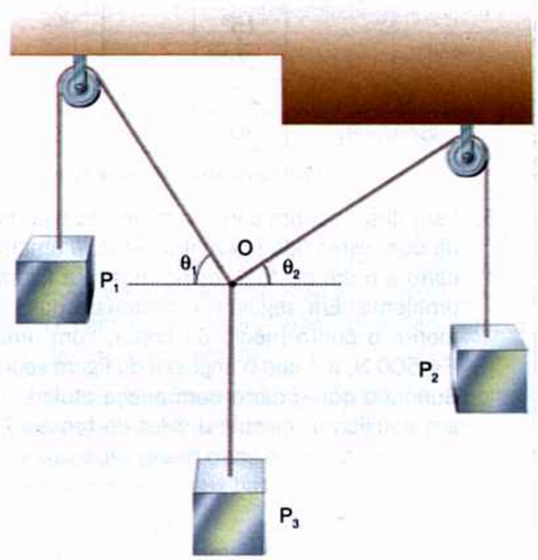
Exercício 13.

problemas suplementares

1. Um peso $P = 200$ N está sustentado, em equilíbrio, pelo sistema de cordas mostrado na figura deste problema. Determine os valores das tensões $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ indicadas na figura.



Problema suplementar 1.

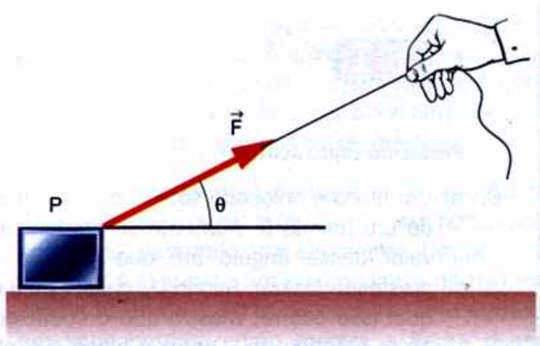


Problema suplementar 2.

2. O sistema mostrado na figura deste problema está em equilíbrio. Considere que as roldanas são pequenas e não apresentam atrito. Supondo $\theta_1 = 60°$, $\theta_2 = 30°$ e $P_3 = 20$ kgf, determine os valores de P_1 e P_2.

3. O bloco da figura deste problema, de peso $\vec{P}$, está sendo puxado para a direita, com velocidade constante sobre a superfície horizontal. Sendo μ_c o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície, mostre que o valor da força $\vec{F}$ exercida pela pessoa é dado por:

$$F = P\left(\frac{\mu_c}{\cos\theta + \mu_c \operatorname{sen}\theta}\right)$$



Problema suplementar 3.

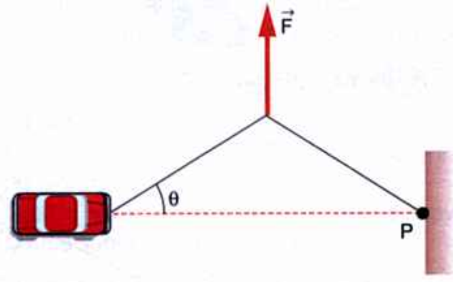
4. Observe, no problema anterior, que o valor de $\vec{F}$ depende do ângulo θ que mede a inclinação da força exercida pela pessoa. Para estudar a variação de F em relação a θ, faça o seguinte:
   a) Supondo $\mu_c = 0{,}25$, copie em seu caderno a tabela deste problema e complete-a para os ângulos ali indicados, calculando os valores de D, onde $D = \cos\theta + \mu_c \operatorname{sen}\theta$ (denominador da expressão de F).
   b) Construa o gráfico $D \times \theta$ e determine, através dele, o valor de θ para o qual D é máximo.
   c) Então, para qual valor de θ a pessoa fará um esforço mínimo para arrastar o bloco?

   Observação: Se você tiver conhecimentos de Cálculo Diferencial (máximos e mínimos), poderá provar que o ângulo θ que torna F mínimo é dado por $\operatorname{tg}\theta = \mu_c$ e comparar esse resultado com o valor obtido através do gráfico.

θ	D
5°	
10°	
15°	
20°	
25°	
30°	

Problema suplementar 4.

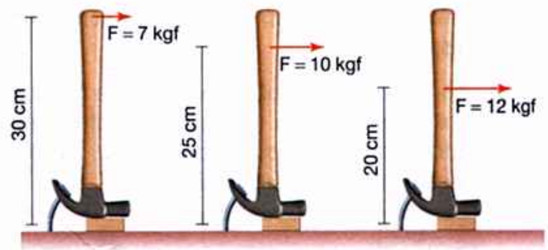
5. Para desatolar um carro, o motorista usa uma corda que, estendida horizontalmente, é amarrada ao carro e a um poste P, como mostra a figura deste problema. Em seguida, o motorista puxa lateralmente o ponto médio da corda, com uma força $F = 500$ N, até que o ângulo θ da figura seja $\theta = 5°$. Supondo que o carro permaneça atolado (isto é, em equilíbrio), calcule o valor da tensão $\vec{T}$ que a corda transmite ao carro nessa situação.



Problema suplementar 5.

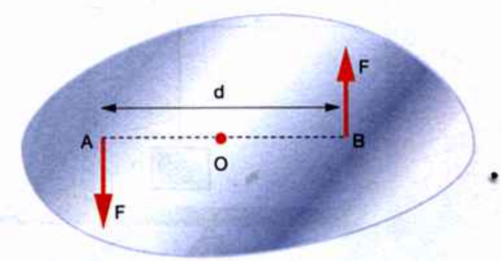
6. a) Um bloco é colocado sobre um plano inclinado de um ângulo θ. Aumenta-se gradualmente o valor desse ângulo até que o bloco esteja prestes a deslizar. Sendo θ_M o valor de θ para o qual isso ocorre, mostre que o coeficiente de atrito estático, μ_e, entre o bloco e o plano é dado por $\mu_e = \operatorname{tg}\theta_M$.
   b) Tendo em vista o resultado da questão (a), determine experimentalmente o coeficiente de atrito estático entre a capa deste livro e um outro corpo qualquer (uma borracha, um cinzeiro etc.).

7. Para arrancar um prego de uma tábua, uma pessoa faz as três tentativas mostradas na figura deste problema. Sabe-se que apenas em uma das tentativas ela será bem-sucedida. Indique-a e justifique a sua resposta.



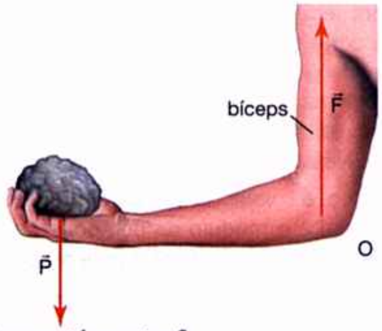
Problema suplementar 7.

8. O corpo rígido mostrado na figura deste problema está sob a ação de um sistema constituído por duas forças paralelas, de mesmo módulo e sentidos contrários que, como sabemos, é denominado *binário*. Sendo d a distância entre as linhas de ação das forças, determine o módulo do torque exercido por esse binário em relação:
   a) a uma das extremidades (A ou B) do binário.
   b) ao ponto O (ponto médio de AB).
   c) Verifique se suas respostas às questões (a) e (b) confirmam a seguinte propriedade: "O momento do binário não depende do ponto em relação ao qual é calculado".



Problema suplementar 8.

9. O antebraço de uma pessoa pode ser considerado uma alavanca tal que a força potente $\vec{F}$ seja proporcionada pela contração muscular do bíceps, para equilibrar (ou superar) uma força resistente qualquer, como o peso $\vec{P}$ da figura deste problema.
   a) Observe, na figura do problema, a localização do ponto fixo O e identifique que tipo de alavanca é o antebraço.
   b) Suponha que o bíceps atue a uma distância de 4 cm do ponto O e que a distância de $\vec{P}$ a O seja de 32 cm. Supondo ainda que $P = 5{,}0$ kgf, qual o valor da força $\vec{F}$ que o bíceps deve exercer para equilibrar esse peso?



Problema suplementar 9.

10. Pela resposta à questão (b) do problema anterior, você poderia pensar que não há vantagem no uso de seu antebraço. Entretanto, embora haja uma "perda" de força no uso do bíceps, existe uma vantagem no fato de o antebraço ter aquela constituição. Procure descobrir qual seria ela.

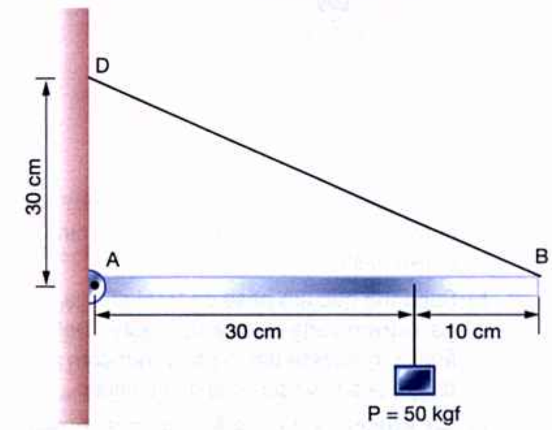
Problema suplementar 11.

11. Como você sabe, ao usar uma pá, um operário mantém aproximadamente fixa a mão que fica junto ao corpo (veja a figura deste problema).
    a) Observe a figura e identifique o tipo de alavanca constituído pela pá.
    b) A força potente do operário deve ser maior, menor ou igual ao peso que ele sustenta na pá?
    c) Então, que vantagem você percebe no uso da pá?

Problema suplementar 12.

12. Observe o remo que é usado para movimentar o barco mostrado na figura deste problema. Considerando um sistema de referência ligado à Terra:
    a) Onde está localizado o ponto de apoio da alavanca constituída pelo remo?
    b) Que tipo de alavanca é esse remo?
    c) A força potente é maior, menor ou igual à força resistente?

13. Na estrutura em equilíbrio mostrada na figura deste problema, a barra *AB* tem peso desprezível. Determine o módulo da tensão $\vec{T}$ na corda *BD* e os módulos F_x e F_y das componentes horizontal e vertical da força que a articulação *A* exerce sobre a barra:



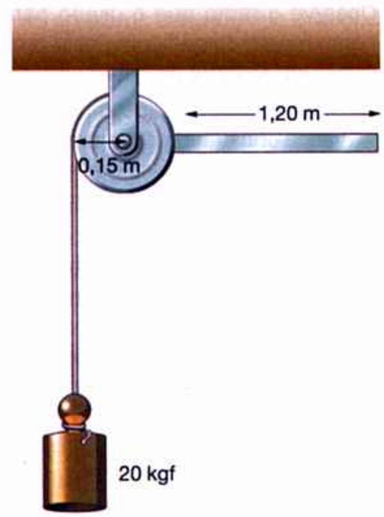
Problema suplementar 13.

a) Usando as condições $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M = 0$.
b) Usando apenas a condição $\sum M = 0$, tomando os momentos sucessivamente em relação a *A*, *B* e *D* para obter, assim, três equações independentes, como em (a).

14. Uma escada uniforme, de 5,0 m de comprimento e peso igual a 40 kgf, está em equilíbrio com sua parte superior encostada em uma parede vertical sem atrito, tendo sua base apoiada no chão a 3,0 m da parede.
    a) Faça um diagrama correspondente à situação, mostrando todas as forças que atuam na escada.
    b) Determine a reação normal da parede (N_1), do chão (N_2) e a força de atrito na escada (f).

15. Suponha que um homem, pesando 90 kgf, suba lentamente na escada do problema anterior. Sendo o coeficiente de atrito entre o chão e a escada igual a 0,40, determine a máxima distância que o homem pode subir ao longo da escada sem que ela escorregue.

16. Uma roldana, de peso desprezível, e de 0,15 m de raio, pode girar em torno de um eixo horizontal, sem atrito, passando pelo seu centro. Um peso de 20,0 kgf é suspenso em um dos lados da roldana e uma haste de 1,20 m de comprimento é presa em seus bordos, como mostra a figura desse problema.



Problema suplementar 16.

a) Sabendo-se que o sistema fica em equilíbrio com a haste na horizontal, determine o peso dessa haste.

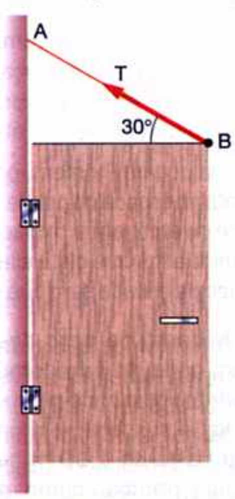
b) Suponha que um peso de 2,2 kgf seja suspenso na extremidade direita da haste. Determine o ângulo que essa haste irá formar com a horizontal em sua nova posição de equilíbrio.

c) Na situação da questão (b), qual é o valor da reação do eixo sobre a roldana?

17. Uma porta homogênea e uniforme, com 2,0 m de altura e 1,0 m de largura, é presa por duas dobradiças distantes entre si de 1,7 m e igualmente afastadas da base e do alto da porta. O peso da porta é de 34 kgf.

a) Determine o módulo da componente horizontal da força exercida sobre a porta em cada dobradiça.

b) Qual o valor da soma das componentes verticais das forças exercidas pelas dobradiças sobre a porta?



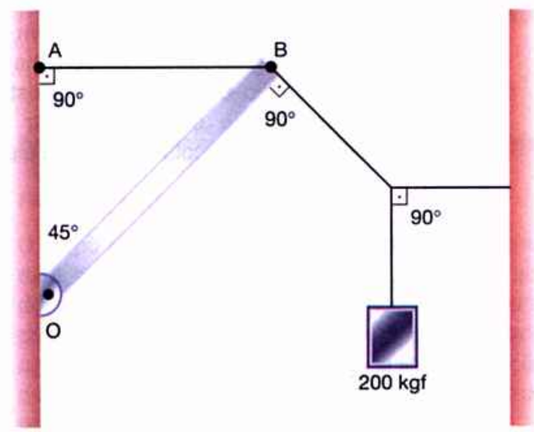
Problema suplementar 18.

18. Para reduzir o esforço sobre a dobradiça superior da porta considerada no problema anterior, foi colocado um tirante *AB*, como mostra a figura deste problema. A tração do tirante foi ajustada de modo a anular a força horizontal sobre a dobradiça superior. Nessas condições, responda:

a) Qual é o valor da tração do tirante?

b) Qual é o módulo da componente horizontal da força exercida na porta pela dobradiça inferior?

c) Qual é a soma das componentes verticais das forças exercidas pelas dobradiças sobre a porta?



Problema suplementar 19.

19. Na figura deste problema, a haste *OB* é uniforme e pesa 400 kgf. O sistema está em equilíbrio.

a) Qual o valor da tração (tensão) no cabo *AB*?

b) Qual o valor da reação exercida pela articulação *O* na haste *OB*?

20. Uma régua está apoiada em uma parede vertical sem atrito. A outra extremidade da régua está apoiada sobre um piso horizontal. O coeficiente de atrito estático entre a régua e o piso é $\mu_e = 0,30$. Determine qual o maior ângulo que a régua pode formar com a parede sem que ela escorregue.

21. Um carro pesa 1 200 kgf e a distância entre o eixo traseiro e o dianteiro é 3,60 m. A linha de ação do peso passa a uma distância de 1,20 m do eixo dianteiro. Estando o automóvel sobre uma superfície horizontal, determine a força total que o solo exerce sobre:

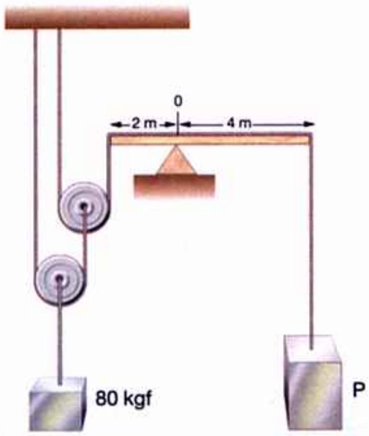
a) As rodas dianteiras.

b) As rodas traseiras.

22. O sistema mostrado na figura deste problema está em equilíbrio. Os pesos das roldanas e da alavanca, bem como as forças de atrito, são desprezíveis. Determine:

a) O valor do peso *P*.

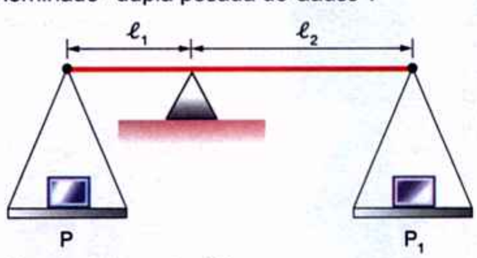
b) A reação do apoio *O* sobre a alavanca.



Problema suplementar 22.

23. Suponha que uma balança seja defeituosa, apresentando braços de tamanhos ℓ_1 e ℓ_2 desiguais (veja a figura deste problema). Assim, um corpo de peso desconhecido P, colocado no prato à esquerda, é equilibrado por um peso conhecido P_1, no prato à direita, que não representa o valor exato do peso P. Colocando-se P no prato da direita, ele será equilibrado por um peso P_2 conhecido, no prato esquerdo. Mostre como o valor correto do peso P pode ser determinado a partir dos valores P_1 e P_2, obtidos nas duas pesagens.

Observação: Esse método de pesagem de um corpo, para evitar erros ocasionados por desigualdade nos braços de uma balança, é atribuído ao grande cientista alemão C. Gauss (1777-1855) e denominado "dupla pesada de Gauss".

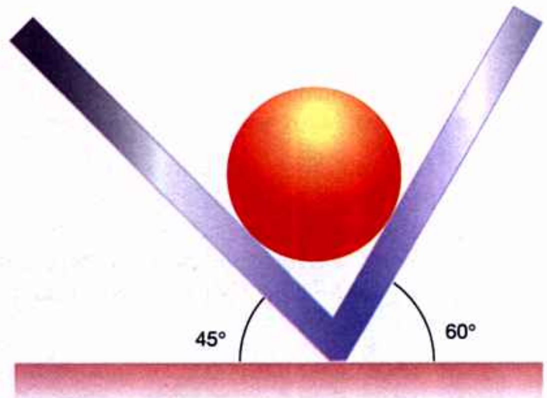


Problema suplementar 23.

24. Uma régua metálica, uniforme, pesando 10 N, é suspensa verticalmente por meio de um prego que passa por um furo existente em sua extremidade superior. A extremidade inferior é deslocada lateralmente por uma força horizontal $\vec{F}$, de tal maneira que a régua passa a formar um ângulo de 35° com a vertical. Determine:
   a) O valor da força $\vec{F}$.
   b) As componentes horizontal, H, e vertical, V, da força aplicada à régua pelo prego.

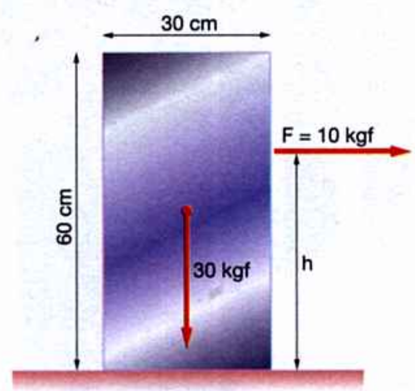
25. Uma barra OM, de peso desprezível, tem um comprimento de 4,0 m. Três pesos, $P_1 = 4{,}0$ N, $P_2 = 5{,}0$ N e $P_3 = 6{,}0$ N, são pendurados respectivamente nos pontos A, B e C da barra, tais que $OA = 1{,}0$ m, $OB = 2{,}0$ m e $OC = 3{,}0$ m. A que distância do ponto O devemos suspender a barra para que ela fique em equilíbrio na horizontal?

26. Dois planos inclinados lisos fazem ângulos de 45° e 60° com a horizontal, como mostra a figura deste problema. Uma esfera, de peso igual a 100 N, está em equilíbrio, apoiada sobre esses planos. Determine as forças de reação dos planos sobre a esfera.



Problema suplementar 26.

27. Um bloco homogêneo, pesando 30 kgf, está apoiado sobre uma superfície horizontal. Uma pessoa exerce no bloco uma força horizontal $F = 10$ kgf a uma altura h acima do solo (veja a figura deste problema). Supondo que a pessoa aplique a força a alturas cada vez maiores, determine para qual valor de h o bloco começa a se inclinar, girando em torno de O.



Problema suplementar 27.

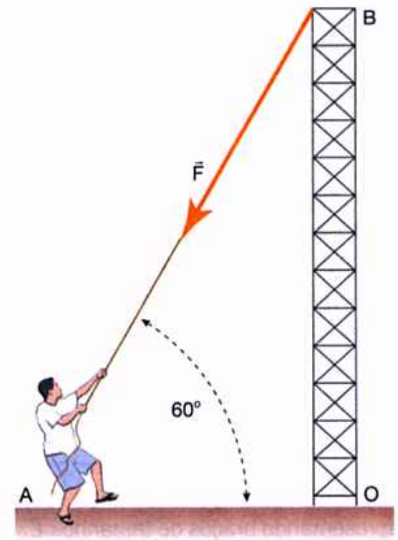
28. O anúncio de um motor de automóvel indica que seu torque máximo é de 20 kgf · m.
   a) Qual deveria ser o valor da força mínima a ser exercida na maçaneta de uma porta, de 0,50 m de largura, para aplicar a ela um torque com aquele valor?
   b) É possível obter aquele mesmo torque exercendo, na maçaneta, forças de valores diferentes daquele calculado em (a)? Explique.
   c) Explique por que o valor calculado em (a) representa a força mínima que deve ser aplicada à maçaneta.

29. Para fazer girar uma porca, que prende a roda de um automóvel, é necessário um momento de 12 kgf · m. Supondo que a força máxima que o motorista é capaz de exercer seja de 50 kgf, qual deve ser o comprimento mínimo do braço da chave de roda para que ele consiga trocar o pneu?

30. Deseja-se derrubar uma torre *OB*, de 10 m de altura, puxando-a com uma força $\vec{F}$, exercida por meio de um cabo *AB* (veja a figura deste problema). Sabe-se que a torre cairá, girando em torno de *O*, se o momento aplicado for, no mínimo, igual a $2{,}5 \times 10^3$ N · m.

    a) Aumentando-se gradualmente a força aplicada, para qual valor de $\vec{F}$ a torre começará a cair?

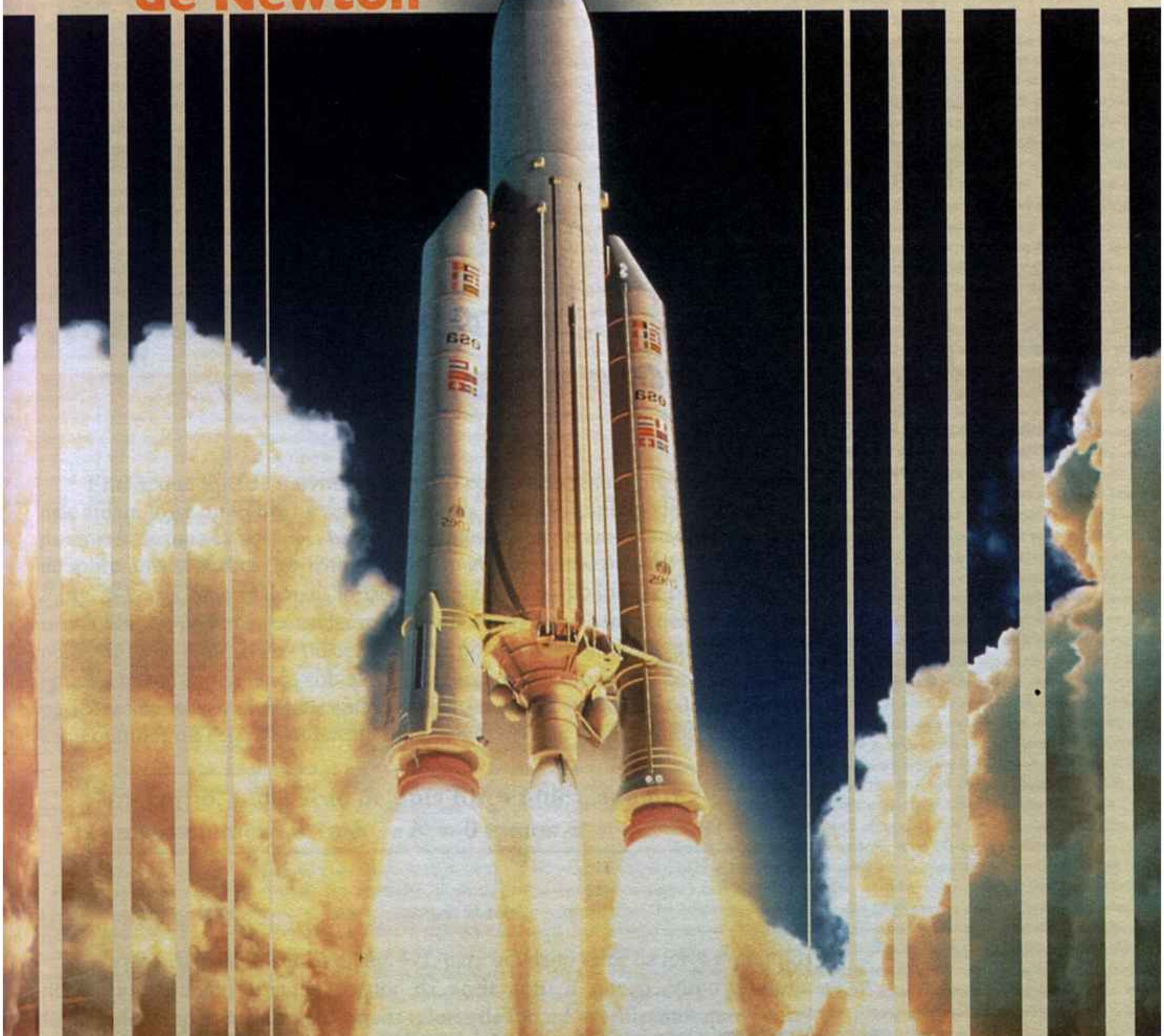
    b) Se fosse utilizado um cabo de maior comprimento, o valor de $\vec{F}$ para o qual a torre começaria a cair seria maior, menor ou igual ao valor calculado em (a)? Explique.



Problema suplementar 30.

capítulo 5

segunda lei de Newton



Lançamento do foguete Ariane 5. Os complicados cálculos que possibilitam o lançamento de foguetes são feitos com base nas leis enunciadas por Newton no século XVII.

5.1. A segunda lei de Newton

INTRODUÇÃO

Vimos, quando estudamos a 1ª lei de Newton, que, se a resultante das forças que atuam em um corpo for nula, este corpo estará em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. Em qualquer destas situações, a aceleração do corpo é nula. Assim

$$\text{se} \qquad \vec{R}=0 \qquad \text{teremos} \qquad \vec{a}=0$$

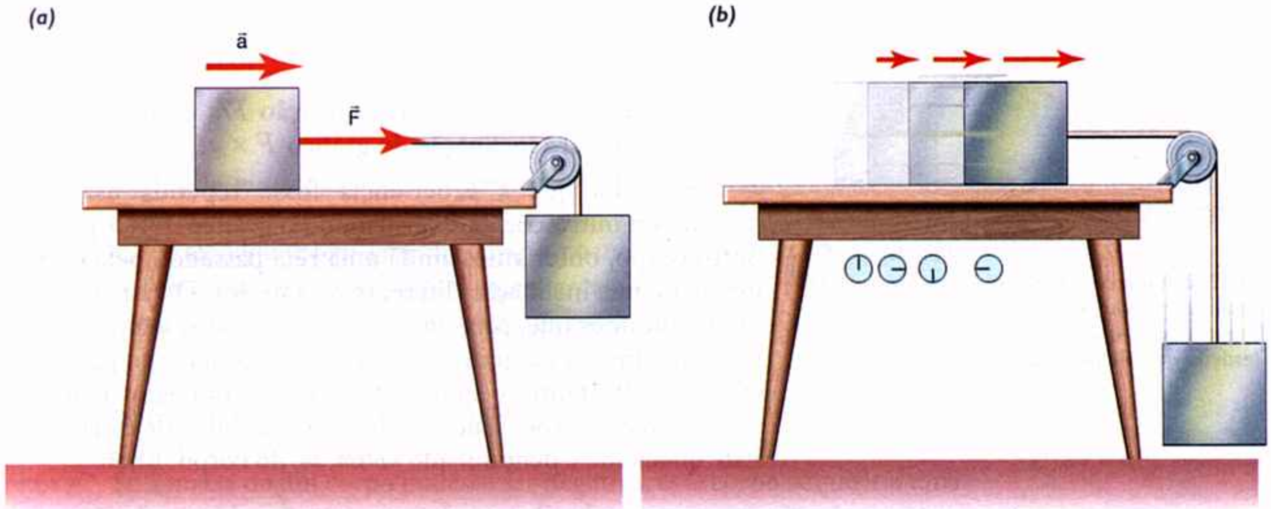


Fig. 5-1: ***A força $\vec{F}$ imprime ao corpo um movimento acelerado.***

Então, que tipo de movimento teria o corpo se a resultante das forças que nele atuam fosse diferente de zero? A resposta a esta pergunta pode ser encontrada através de uma experiência bastante simples. Consideremos um objeto colocado sobre uma superfície horizontal lisa (sem atrito), sendo puxado por uma força $\vec{F}$ (fig. 5-1-a). Como as demais forças que atuam no corpo (peso e reação normal) se equilibram, podemos considerar a força $\vec{F}$ como a única força que atua no corpo. A fig. 5-1-b mostra as posições do corpo tomadas em intervalos de tempo

Portanto, através da experiência, podemos concluir que

> a força F que atua em um corpo é diretamente proporcional à aceleração a que ela produz no corpo, isto é, $F \propto a$.

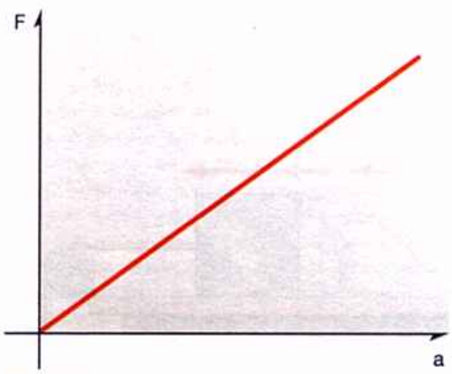


Fig. 5-2: *A força aplicada a uma partícula é diretamente proporcional à aceleração que ela produz.*

Desta maneira, se construirmos um gráfico $F \times a$, com os valores obtidos através da experiência citada, obteremos uma reta passando pela origem (fig. 5-2).

MASSA DE UM CORPO

Sendo $F \propto a$, sabemos que a relação F/a é constante e esta constante é igual à inclinação do gráfico $F \times a$.

Suponha que a experiência fosse repetida usando-se, porém, um outro corpo. Construindo o gráfico $F \times a$ para este outro corpo, obteríamos ainda uma reta passando pela origem, mas com uma inclinação diferente da anterior. De um modo geral, verificamos que, para um dado corpo, temos sempre $F \propto a$, mas a inclinação do gráfico $F \times a$ varia de um corpo para outro (fig. 5-3). Portanto, o quociente F/a tem um valor constante para um dado corpo, sendo, assim, característico de cada objeto. Este quociente é denominado *massa*, m, do corpo. Então

> massa de um corpo é o quociente entre a força que atua no corpo e a aceleração que ela produz nele, isto é,
>
> $$m = \frac{F}{a}$$

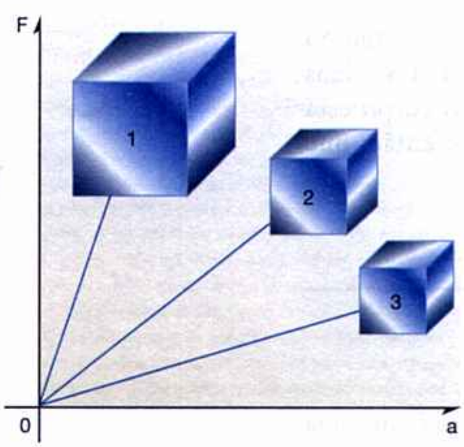


Fig. 5-3: *A inclinação do gráfico $F \times a$ representa a massa do corpo.*

Observe que a inclinação do gráfico $F \times a$ nos fornece o valor da massa m do corpo. Então, na fig. 5-3, temos $m_1 > m_2 > m_3$.

De $m = F/a$, obtemos

$$a = \frac{F}{m}$$

Esta relação mostra que, para uma dada força, quanto maior for a massa de um corpo, menor será a aceleração que ele adquire. Em outras palavras, a massa de um corpo caracteriza a "dificuldade" que ele apresenta em adquirir uma aceleração. Portanto, dados dois corpos de massas diferentes, o de maior massa apresenta maior "dificuldade" em ter sua velocidade modificada, ou seja, *o de maior massa apresenta maior inércia*. Lembre-se, por exemplo, de que um caminhão carregado (maior massa = maior inércia), partindo do repouso, demora mais a adquirir uma certa velocidade do que se estivesse vazio (menor massa = menor inércia). Do mesmo modo, se o caminhão em movimento "perder os freios", será mais difícil pará-lo se ele estiver carregado, uma vez que sua inércia é maior do que se ele estivesse vazio. Concluindo,

quanto maior for a massa de um corpo, maior será a sua inércia, isto é, a massa de um corpo é uma medida da inércia deste corpo.

OS VETORES $\vec{F}$ E $\vec{a}$

O valor da força $\vec{F}$ que atua em um corpo, o valor da aceleração $\vec{a}$ que ele adquire e sua massa m estão relacionados, conforme vimos, pela expressão

$$m = \frac{F}{a} \qquad \text{donde} \qquad F = ma$$

A relação $F = ma$ foi estabelecida entre os *módulos* dos vetores $\vec{F}$ e $\vec{a}$.

Experimentalmente, podemos verificar que, quando uma força atua em um corpo, a aceleração que ele adquire tem a mesma direção e o mesmo sentido da força aplicada, isto é, *o vetor $\vec{a}$ tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{F}$* (fig. 5-4). Portanto, a relação $F = ma$ poderá ser escrita vetorialmente da seguinte maneira:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

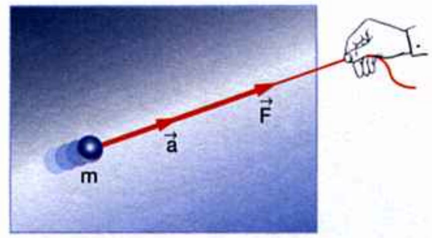


Fig. 5-4: *O vetor $\vec{a}$ tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{F}$.*

Conseqüentemente, a massa m deve ser uma grandeza escalar sempre positiva, para que o produto $m\vec{a}$ tenha a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{F}$*. Se a massa de um corpo pudesse ser negativa, este corpo adquiriria uma aceleração de sentido *contrário* ao da força aplicada, o que nunca acontece, como nos mostra a experiência.

A 2ª LEI DE NEWTON

$$\boxed{\vec{R} = m\vec{a}}$$

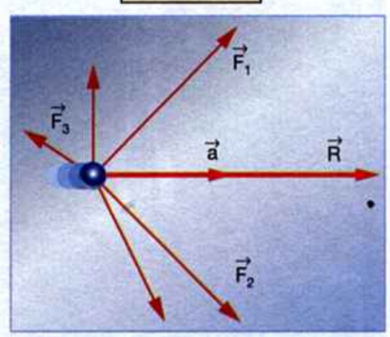


Fig.5-5: *Quando várias forças atuam em uma partícula, ela adquire uma aceleração na mesma direção e sentido da resultante destas forças.*

Consideremos, agora, um corpo sob a ação de várias forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ etc. (fig. 5-5). Sabemos que, nessas condições, podemos substituir o sistema de forças por uma força única, que é a resultante $\vec{R}$ do sistema. A aceleração que o corpo irá adquirir, sob a ação deste sistema de forças, será obtida como se o corpo estivesse sob a ação de uma força única, igual a $\vec{R}$. A equação $\vec{F} = m\vec{a}$ será, neste caso, substituída por $\vec{R} = m\vec{a}$ e o vetor $\vec{a}$ terá a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{R}$ (fig. 5-5). A relação $\vec{R} = m\vec{a}$ é a expressão matemática da 2ª lei de Newton em sua forma mais geral.

Segunda lei de Newton

$$\boxed{\vec{R} = m\vec{a}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\Sigma\vec{F} = m\vec{a}}$$

A aceleração que um corpo adquire é diretamente proporcional à resultante das forças que atuam nele e tem a mesma direção e o mesmo sentido desta resultante.

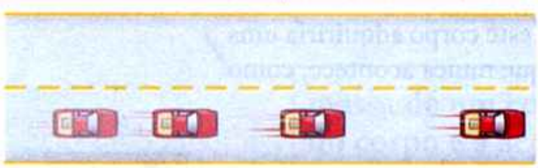
* Quando se multiplica um escalar por um vetor, obtém-se um vetor cujo *módulo* é o produto do módulo do escalar pelo módulo do vetor dado, cuja *direção* é a mesma do vetor dado e cujo *sentido* será o mesmo do vetor dado se o escalar for positivo e contrário ao do vetor dado se o escalar for negativo.

A 2ª lei de Newton é uma das leis básicas da Mecânica, sendo utilizada na análise dos movimentos que observamos próximos à superfície da Terra e também no estudo dos movimentos dos corpos celestes. O próprio Newton a aplicou ao desenvolver seus estudos dos movimentos dos planetas, e o grande sucesso alcançado constituiu uma das primeiras confirmações desta lei. Você terá oportunidade de ver realçado o papel da 2ª lei de Newton durante todo o restante do curso, não só no estudo da Mecânica, mas também nos outros ramos da Física.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. A figura deste exercício mostra algumas posições ocupadas por um carrinho em movimento. O intervalo de tempo entre duas posições sucessivas é o mesmo. Podemos concluir que existe uma força atuando no carrinho? Por quê?



Exercício 1.

2. Um bloco, sendo arrastado por uma força $\vec{F}$ sobre uma superfície horizontal, ocupa, em intervalos de tempo iguais, as posições mostradas na figura deste exercício.

Exercício 2.

a) Observe a figura e diga se existe atrito entre o bloco e a superfície. Explique.
b) Se o atrito fosse eliminado, que tipo de movimento o bloco teria?

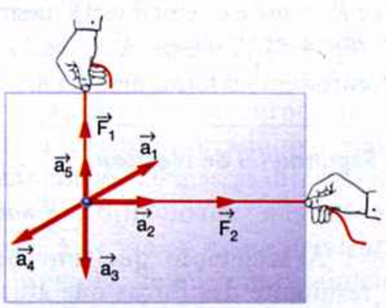
Exercício 3.

F (N)	a (m/s²)
1,5	0,70
3,0	
4,5	
6,0	

3. a) Na tabela deste exercício, F representa a força que atua em um certo corpo e a é a aceleração adquirida pelo corpo sob a ação desta força. Reproduza a tabela em seu caderno e complete-a.
b) Como seria o aspecto do gráfico $F \times a$?
c) O que representa a inclinação deste gráfico?

4. Suponha que uma pessoa arremessasse uma bola de borracha e uma bola de ferro (de tamanhos iguais), exercendo em ambas o mesmo esforço muscular.
a) Qual delas, em sua opinião, iria adquirir maior aceleração?
b) Então, qual delas possui maior inércia?
c) Logo, qual delas possui massa maior?

5. Um bloco está se movendo com uma velocidade $\vec{v}$ constante sobre uma superfície horizontal lisa. Em um certo instante, uma força $\vec{F}$ constante é aplicada ao bloco. Dizer o tipo de movimento que o bloco passa a descrever supondo que:
a) $\vec{F}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido de $\vec{v}$.
b) $\vec{F}$ tem a mesma direção e sentido contrário a $\vec{v}$.



Exercício 6.

6. Duas pessoas puxam um pequeno objeto sobre uma mesa lisa, exercendo nele as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ (veja a figura deste exercício). Qual dos vetores mostrados na figura melhor representa a aceleração adquirida pelo objeto?

5.2. Unidades de força e massa

SISTEMA DE UNIDADES

Vimos que uma unidade de força muito usada na técnica e na vida diária é o quilograma-força (kgf). Entretanto, esta não é a unidade de força mais conveniente quando se trata de empregar a 2ª lei de Newton e outras equações da Física.

As unidades de medida das diversas grandezas, adotadas até há alguns anos, variavam muito de um país para outro, dificultando, assim, as comunicações, transações comerciais e intercâmbios científicos e tecnológicos entre os países. Na tentativa de obter uma unificação no emprego das unidades, cientistas e técnicos em metrologia de todo o mundo reuniram-se em congressos, nos quais foi estruturado um *sistema de unidades*, abrangendo um conjunto de unidades de todos os ramos da ciência e da Física em particular. Este sistema, denominado *Sistema Internacional de Unidades* (S.I.) é, atualmente, aceito em quase todos os países do mundo. Em nosso curso, procuraremos usar quase que exclusivamente as unidades do S.I.

Bureau International des Poids et Mesures

Fig.5-6-a: *Cilindro de platina iridiada, guardado na Repartição Internacional de Pesos e Medidas, na França. Um quilograma (1 kg) é, por definição, a massa deste cilindro.*

UNIDADES FUNDAMENTAIS DO S.I.

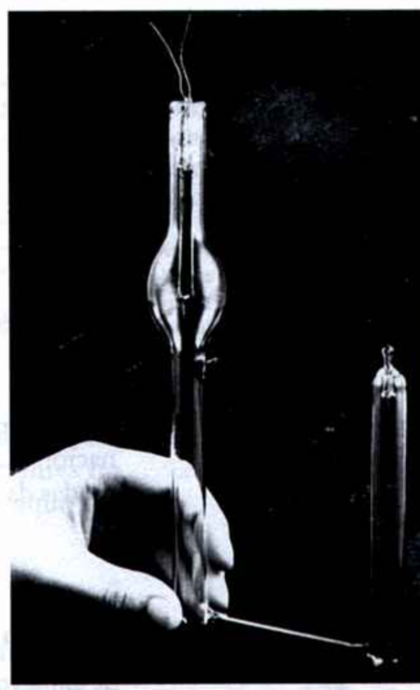
Um sistema de unidades pode ser estruturado a partir de um pequeno número de unidades, escolhidas arbitrariamente, denominadas *unidades básicas* ou *fundamentais*. As unidades do S.I., usadas na Mecânica, podem ser estabelecidas a partir de apenas três unidades fundamentais, tendo sido escolhidas as seguintes:

a unidade de comprimento: 1 metro (1 m);

a unidade de massa: 1 quilograma (1 kg);

a unidade de tempo: 1 segundo (1 s).

Em virtude desta escolha, o Sistema Internacional de Unidades da Mecânica costuma ser denominado *Sistema MKS* (metro, quilograma, segundo). Em suas atividades diárias, você utiliza constantemente estas unidades e seus valores lhe são, portanto, familiares. Suas definições rigorosas (que *não* aconselhamos memorizar) foram estudadas com muito cuidado pelos cientistas e são apresentadas na fig. 5-6 (a, b e c).



Bureau International des Poids et Mesures

Fig.5-6-b: *Lâmpada de criptônio 86. Um metro (1 m) é definido, modernamente, como o comprimento igual a 1650763,73 comprimentos de onda, no vácuo, da radiação correspondente à transição entre os níveis $2p_{10}$ e $5d_5$ do átomo do criptônio 86.*

Alexander Tsiaras/SPL/Stock Photos

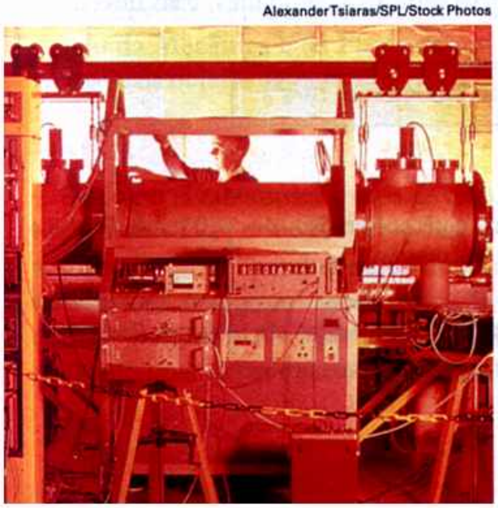


Fig.5-6-c: *Relógio atômico de césio. Um segundo (1 s) é definido, modernamente, como a duração de 9192631770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133.*

UNIDADES DERIVADAS

As unidades das outras grandezas (não fundamentais), chamadas unidades derivadas, são obtidas a partir das unidades fundamentais. Assim, teremos as seguintes unidades

Medida do tempo no século XVI. Este belo relógio foi construído em prata lavrada, na Alemanha, no ano de 1535. Seu diâmetro era de 6 cm (um valor muito pequeno para a época), permitindo que pudesse ser transportado por seu proprietário, isto é, este é um dos primeiros relógios portáteis de que se tem notícia. Deve-se destacar o contraste com o moderno relógio atômico da fig. 5-6-c.

de área (produto de dois comprimentos) $1\,\text{m} \times 1\,\text{m} = 1\,\text{m}^2$

de volume (produto de três comprimentos) $1\,\text{m} \times 1\,\text{m} \times 1\,\text{m} = 1\,\text{m}^3$

de velocidade (relação entre comprimento e tempo) $\dfrac{1\,\text{m}}{1\,\text{s}} = 1\,\text{m/s}$

de aceleração (relação entre velocidade e tempo) $\dfrac{1\,\text{m/s}}{1\,\text{s}} = 1\,\text{m/s}^2$

Para obtermos a unidade de força, usaremos a 2ª lei de Newton. A equação $F = ma$ nos mostra que a unidade de força deve ser igual ao produto da unidade de massa pela unidade de aceleração, isto é,

unidade de força (produto da massa pela aceleração)

$$1\,\text{kg} \times 1\,\text{m/s}^2 = 1\,\text{kg} \times \text{m/s}^2$$

Esta unidade de força denomina-se $1\text{ newton} = 1\,\text{N}$ e já foi mencionada no capítulo 4. Agora temos condição de defini-la rigorosamente:

$1\,\text{N} = 1\,\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$, ou seja, 1 N é a força que, atuando na massa de 1 kg, imprime a esta massa a aceleração de $1\,\text{m/s}^2$ (fig. 5-7).

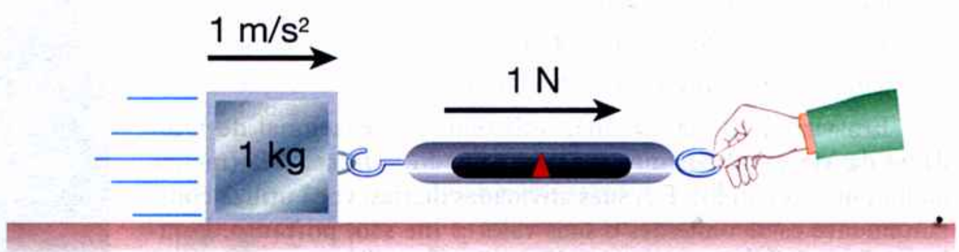


Fig.5-7: Quando um corpo, de massa 1 kg, é solicitado por uma força resultante de 1 N, ele adquire uma aceleração de $1\,\text{m/s}^2$.

Como vamos adotar, preferencialmente, as unidades do Sistema Internacional, ao usar a 2ª lei de Newton, observe sempre as unidades. Elas devem ser usadas da seguinte maneira:

$$\boxed{R\,(\text{em N}) = m\,(\text{em kg}) \times a\,(\text{em m/s}^2)}$$

Exemplo

a) Um corpo, de massa $m = 2{,}0$ kg, move-se com aceleração $a = 6{,}0\,\text{m/s}^2$. Qual é o valor da resultante, $\vec{R}$, das forças que atuam no corpo?

O valor de $\vec{R}$ será dado pela 2ª lei de Newton, $\vec{R} = m\vec{a}$. Como o valor de m está expresso em kg e o valor de a em m/s², sabemos que o valor de $\vec{R}$ será dado em newtons. Portanto,

$$R = ma = 2{,}0 \times 6{,}0 \qquad \textit{donde} \qquad R = 12\,\text{N}$$

b) Se uma força resultante $R = 10$ kgf atua em um corpo, produzindo nele uma aceleração de 2,0 m/s^2, qual é a massa do corpo?

Para obtermos a massa do corpo em kg, devemos expressar o valor de R em newtons (o valor de a já está expresso em m/s^2). Como 1 kgf = 9,8 N, *conforme vimos no capítulo 4, teremos*

$$R = 10 \text{ kgf} = 10 \times 9{,}8 \text{ N} \qquad \textit{donde} \qquad R = 98 \text{ N}$$

Então, de $R = ma$, *vem*

$$m = \frac{R}{a} = \frac{98}{2{,}0} \qquad \textit{donde} \qquad m = 49 \text{ kg}$$

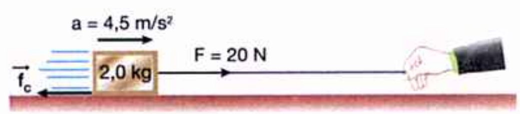
exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

7. A resultante das forças que atuam em um corpo, cuja massa é $m = 4{,}0$ kg, vale $R = 20$ N. Qual é o valor da aceleração que este corpo possui?

8. Um bloco sob a ação de uma força resultante $R = 2{,}0$ kgf adquire uma aceleração $a = 400$ cm/s^2.
   a) Para se calcular a massa do bloco em kg, em que unidades devem estar expressos os valores de R e a?
   b) Calcule a massa do bloco em kg.

9. Um automóvel está se deslocando em linha reta, com velocidade $v_1 = 10$ m/s. O motorista pisa no acelerador, durante um tempo $\Delta t = 2{,}0$ s, e a velocidade do carro passa a $v_2 = 15$ m/s.
   a) Qual o valor da aceleração comunicada ao carro?
   b) Que outro dado você precisaria conhecer, para determinar o valor da resultante das forças que estavam atuando no carro?



Exercício 10.

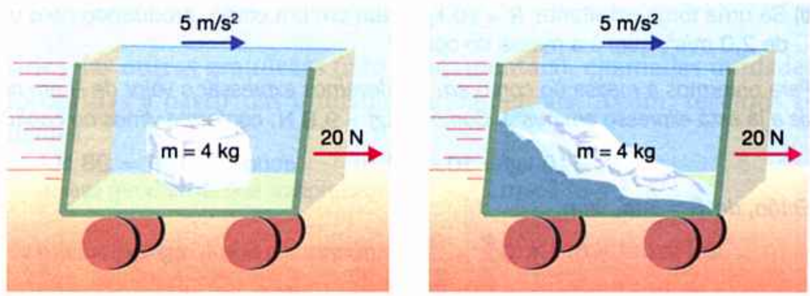
10. a) Um bloco, cuja massa é de 2,0 kg, possui uma aceleração de 4,5 m/s^2. Calcule o valor da resultante das forças que atuam no bloco.
    b) Sabendo-se que este bloco está sendo puxado por uma força de 20 N sobre uma superfície horizontal (veja a figura deste exercício), calcule o valor da força de atrito cinético que atua no bloco.

5.3. Massa e peso

Os conceitos de massa e peso de um corpo já foram vistos em secções anteriores. Entretanto, como estas duas grandezas são muito importantes no estudo da Mecânica e da Física de um modo geral, vamos analisá-las, aqui, um pouco mais detalhadamente.

MASSA

Como já sabemos, a massa de um corpo é uma *grandeza escalar*, definida pela relação $m = F/a$, onde F é o módulo da força que atua no corpo e a é o valor da aceleração que $\vec{F}$ produz nele. Lembre-se, também, de que a massa pode ser considerada como uma medida do conceito de inércia. Assim, se a massa de um corpo é pequena, ele apresenta pequena inércia, de modo que mesmo forças pequenas podem produzir alterações apreciáveis em seu movimento.



O bloco de gelo e a água que resulta de sua fusão têm a mesma massa.

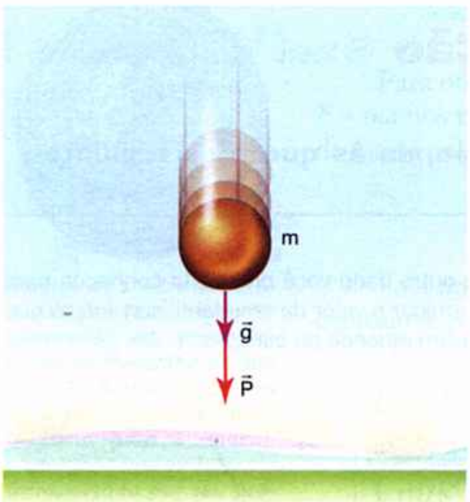


Fig.5-8: *O peso $\vec{P}$ provoca no corpo de massa m uma aceleração $\vec{g}$. Logo, $\vec{P} = m\vec{g}$.*

Experimentalmente, podemos verificar uma outra propriedade importante da massa de um corpo: ela é uma constante característica do corpo. De fato, podemos verificar que a massa *não varia* quando o corpo é transportado de um local para outro, ou quando sua temperatura é alterada ou, ainda, quando o corpo muda de estado (sólido, líquido ou gasoso). Todas estas considerações são válidas para velocidades não relativísticas, ou seja, para velocidades muito inferiores à velocidade da luz. (Ver Tópico Especial deste capítulo.)

PESO

O peso de um corpo foi definido como a força com que a Terra atrai o corpo. Como o peso é uma força, é evidente que se trata de uma grandeza vetorial.

Se um corpo de massa m for abandonado de uma certa altura sobre a superfície da Terra, ele cairá devido à ação de seu peso $\vec{P}$. Sendo $\vec{P}$ a única força que atua nele, o corpo adquirirá a aceleração da gravidade $\vec{g}$. Podemos então dizer que

o peso de um corpo é uma força que imprime a este corpo uma aceleração $\vec{g}$ (fig. 5-8).

Variação de g com a latitude (ao nível do mar)	
Latitude	**g (m/s²)**
0°	9,780
20°	9,786
40°	9,802
60°	9,819
80°	9,831
90°	9,832

Tabela 5-1.

Assim, pela 2ª lei de Newton, temos

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$$

Ao usarmos esta equação, devemos ter em mente que estamos tratando com a própria 2ª lei de Newton e, assim, conforme já dissemos, se expressarmos m em kg e g em m/s², obteremos o valor de P expresso em newtons.

VARIAÇÕES DO PESO

Na equação $P = mg$, como sabemos, o valor de m é constante. Entretanto, verifica-se que a aceleração da gravidade sofre variações quando nos deslocamos de um lugar para outro sobre a superfície da Terra. Nas proximidades dos pólos da Terra, por exemplo, o valor de g é maior do que nas proximidades do Equador (ver a tabela 5-1). Concluímos, então, que o valor do peso, P, de um corpo *também sofre variações*, em virtude das variações observadas em g. O peso de uma pessoa será maior nos pólos do que no Equador, isto é, uma pessoa situada nos pólos é atraída pela Terra com uma força maior do que se estivesse situada no Equador (fig. 5-9). Esta diferença é, porém, muito pequena, como se pode perceber pela tabela 5-1. Em qualquer ponto nas proximidades da superfície da Terra, o corpo cai com uma aceleração que é praticamente igual a 9,8 m/s².

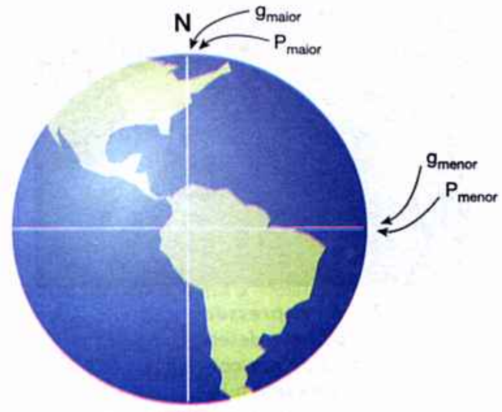


Fig.5-9: *Uma pessoa situada próxima aos pólos da Terra tem maior peso do que se estivesse próxima ao Equador.*

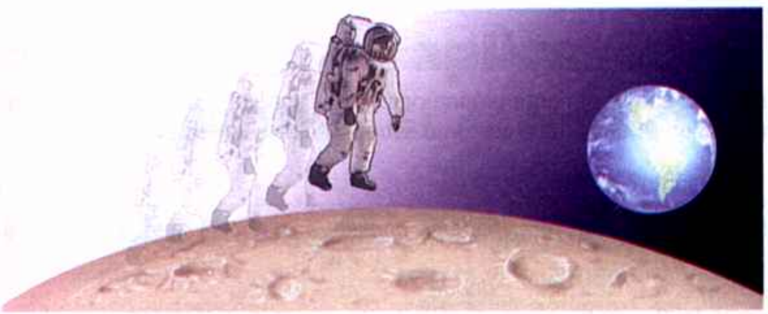


Fig.5-10: *Como a aceleração da gravidade na Lua é cerca de 6 vezes menor do que na Terra, o peso de um astronauta, na Lua, será também cerca de 6 vezes menor do que na Terra. Por isso, ao dar um pulo na superfície da Lua, um astronauta atingirá alturas e alcances bem maiores do que na Terra.*

Entretanto, se o corpo fosse abandonado, de uma certa altura, sobre a superfície da Lua, ele cairia com uma aceleração cerca de 6 vezes menor do que 9,8 m/s², pois o valor de g na Lua é, aproximadamente, 1,6 m/s². Conseqüentemente, o peso de um objeto na Lua (força com que a Lua atrai o objeto) é cerca de 6 vezes menor do que seu peso na Terra (fig. 5-10).

Em um planeta onde o valor de g fosse muito grande, uma pessoa poderia ser esmagada pela ação de seu próprio peso.

MEDIDA DA MASSA

Pela equação $m = F/a$, que define a massa de um corpo, vemos que, para medir o valor de m, devemos puxar o corpo com uma força $\vec{F}$ conhecida e medir o valor da aceleração que ele adquire. O quociente F/a nos fornecerá o valor de m.

Na prática, este processo de obtenção de m seria de difícil execução; então lançamos mão de um processo muito mais simples, empregando as *balanças*, com as quais você já está habituado. Quando uma balança de braços iguais está equilibrada, tendo em um dos pratos o corpo cuja massa m desejamos medir e, no outro, massas conhecidas m' (fig. 5-11), concluímos que os pesos P e P' que atuam em cada braço são iguais. Como o valor de g sobre as massas m e m' é o mesmo, temos:

$$P = mg \quad \text{e} \quad P' = m'g$$

Logo:

$$mg = m'g \quad \text{donde} \quad m = m'$$

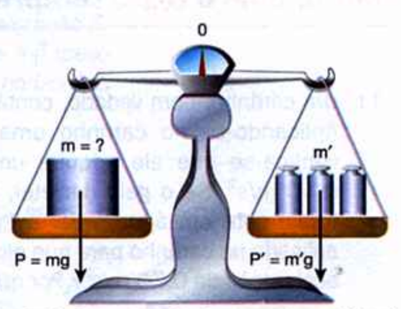


Fig.5-11: *Quando a balança está equilibrada, concluímos que P = P' e, então, m = m'.*

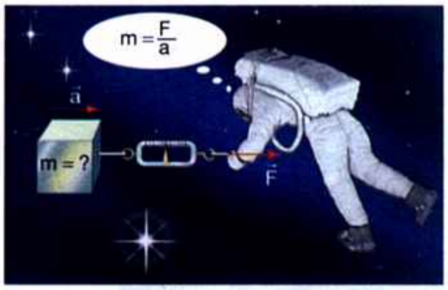


Fig.5-12: *A expressão $m = F/a$ nos permite determinar a massa de um corpo, qualquer que seja o local onde ele se encontre.*

Portanto, a massa do corpo é dada pelo valor das massas conhecidas que equilibram a balança.

Este processo da balança só poderá ser usado em locais onde os corpos têm peso. Em uma região do espaço onde um corpo estivesse isolado, afastado da influência de qualquer corpo celeste, isto é, em uma região onde fosse constatada ausência de gravidade, não seria possível medir a massa do corpo por meio de uma balança, pois este corpo não teria peso. Entretanto, a massa do corpo poderia ser medida através da relação $m = F/a$, que é válida em qualquer situação (fig. 5-12).

Exemplo

Um astronauta, com sua vestimenta própria para descer na Lua, foi pesado, na Terra, encontrando-se um peso de 980 N para o conjunto astronauta e vestimenta.

a) Qual é a massa do conjunto?

Em qualquer lugar da superfície da Terra, pode-se considerar $g = 9{,}8$ m/s². Então, como $P = mg$, vem

$$m = \frac{P}{g} = \frac{980}{9{,}8} \qquad \text{donde} \qquad m = 100 \text{ kg}$$

Observe que, sendo P dado em newtons e g em m/s², obteremos m em kg.

b) Na Lua, qual seria a massa deste conjunto?

Conforme vimos, a massa de um corpo não varia se ele for transportado de um local para outro. Portanto, o astronauta e sua vestimenta continuariam a ter, na Lua, a mesma massa $m = 100$ kg.

c) Qual seria, na Lua, o peso do conjunto? (A aceleração da gravidade na Lua é 1,6 m/s².)

O peso do conjunto será dado por $P = mg$, onde $m = 100$ kg e $g = 1{,}6$ m/s². Então

$$P = mg = 100 \times 1{,}6 \qquad \text{donde} \qquad P = 160 \text{ N}$$

Observe que o astronauta e sua vestimenta se tornam bem mais leves quando situados na Lua.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

11. Um carrinho, bem vedado, contém blocos de gelo. Aplicando-se no carrinho uma força de 15 N, verifica-se que ele adquire uma aceleração de 0,50 m/s². Se o gelo derreter, transformando-se totalmente em água, qual a força que deve ser aplicada no carrinho para que ele adquira a mesma aceleração de 0,50 m/s²? Por quê?

12. Um avião partiu de Macapá, situada sobre o Equador, dirigindo-se para um posto de pesquisa na Antártida. Ao chegar ao seu destino:
    a) O peso do avião aumentou, diminuiu ou não se alterou?
    b) E a massa do avião?

13. Você sabe que quando um corpo está em queda livre, próximo à superfície da Terra, ele possui uma aceleração $g = 9{,}8$ m / s² Qual é a força que está comunicando esta aceleração ao corpo?

14. Imagine que um astronauta pudesse descer em Júpiter, onde a aceleração da gravidade é $g = 26\ m/s^2$ e, usando um dinamômetro, ele pesasse uma pedra, encontrando $P = 13$ kgf.
    a) Em que unidade o astronauta deve expressar P para calcular a massa, m, da pedra em kg?
    b) Calcule a massa da pedra em kg (considere 1 kgf = 10 N).
15. Se o astronauta trouxesse a pedra do exercício anterior para a Terra, qual seria, aqui:
    a) A sua massa? b) O seu peso?
16. Suponha, agora, que a pedra do exercício 14 fosse transportada para uma região afastada da influência de qualquer corpo celeste (onde não há gravidade). Nesta situação:
    a) Qual seria a massa da pedra?
    b) Qual seria o peso da pedra?
    c) E a inércia da pedra, seria a mesma que na Terra?

5.4. Exemplos de aplicação da segunda lei de Newton

A 2ª lei de Newton é constantemente usada em Física, na análise de um grande número de problemas. É através dela que, observando o movimento de um objeto e determinando sua aceleração, podemos calcular a resultante das forças que atuam no corpo.

Por outro lado, conhecendo as forças que atuam em um corpo e determinando a sua resultante, podemos calcular a aceleração do corpo ($a = R/m$).

A partir da aceleração, podemos determinar a velocidade do corpo e a posição que ele ocupará em qualquer instante, isto é, podemos tirar conclusões sobre o movimento que o corpo descreve.

Nos exemplos seguintes, apresentamos situações em que a 2ª lei de Newton é utilizada no estudo de alguns movimentos.

Exemplo 1

Um bloco, de massa $m = 2{,}0$ kg, é arrastado sobre uma superfície horizontal por uma força $\vec{F}$ constante, de módulo igual a 4,0 N e direção horizontal (fig. 5-13). Entre o bloco e a superfície há uma força de atrito $\vec{f}$ constante, de módulo igual a 1,0 N.

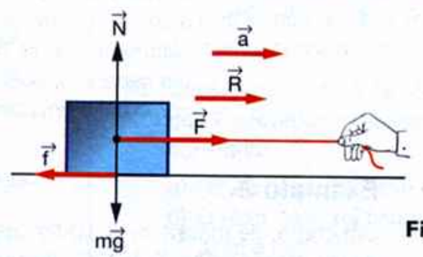


Fig.5-13: *Para o exemplo 1.*

a) Qual é a aceleração do bloco?

De $\vec{R} = m\vec{a}$, vem $\vec{a} = \vec{R}/m$. Como conhecemos a massa do bloco ($m = 2{,}0$ kg), devemos determinar a resultante $\vec{R}$ das forças que nele atuam, para que possamos obter sua aceleração $\vec{a}$. Todas as forças que atuam no bloco estão mostradas na fig. 5-13. As forças verticais $m\vec{g}$ (peso do bloco) e $\vec{N}$ (reação normal da superfície) se equilibram. Restam, pois, as forças horizontais $\vec{F}$ e $\vec{f}$ que têm sentidos contrários. Então

$$R = F - f = 4{,}0 - 1{,}0 \quad \text{donde} \quad R = 3{,}0\ \text{N}$$

Evidentemente, a direção de $\vec{R}$ é horizontal e o seu sentido é o de $\vec{F}$ (força maior). Assim, o valor de $\vec{a}$ será:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{3{,}0}{2{,}0} \quad \text{ou} \quad a = 1{,}5\ \text{m/s}^2$$

O vetor $\vec{a}$, como sabemos, terá a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{R}$ (fig. 5-13).

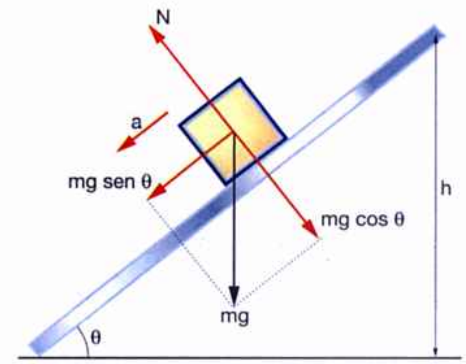


Fig.5-14: *Para o exemplo 2.*

b) Supondo que o bloco partiu do repouso ($v_0 = 0$), qual será sua velocidade e a distância percorrida por ele, depois de decorrido um tempo $t = 4,0$ s?

Como as forças que atuam no bloco são constantes, a aceleração calculada ($a = 1,5$ m/s^2) é também constante e, conseqüentemente, o movimento do bloco será uniformemente acelerado. Portanto, teremos

$$v = at = 1,5 \times 4,0 \quad \text{donde} \quad v = 6,0 \text{ m/s}$$

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 1,5 \times 16 \quad \text{donde} \quad d = 12 \text{ m}$$

Exemplo 2

Um corpo, de massa m, é abandonado sobre um plano inclinado sem atrito. O ângulo de inclinação do plano é θ (fig. 5-14). Qual é a aceleração do movimento do corpo ao descer o plano?

5-15

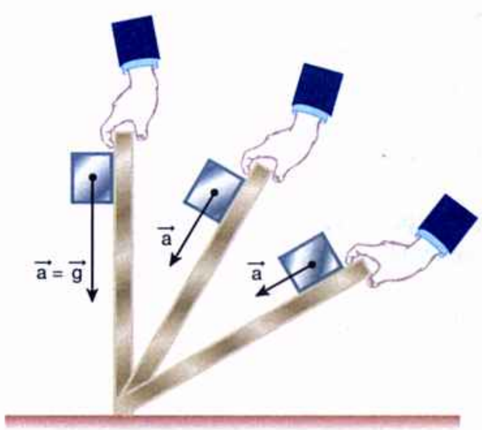


Fig.5-15: *A aceleração de um corpo em um plano inclinado, sem atrito, é $a = g$ sen θ. Se θ = 90°, temos $a = g$.*

A aceleração do corpo será dada por $\vec{a} = \vec{R}/m$. Devemos, portanto, determinar a resultante, $\vec{R}$, das forças que atuam no corpo. Estas forças são: o seu peso, $m\vec{g}$ e a reação normal, $\vec{N}$, do plano sobre ele.

Como as forças $\vec{N}$ e $m\vec{g}$ não têm a mesma direção, para determinar mais facilmente a sua resultante, vamos substituir $m\vec{g}$ por suas componentes mg sen θ e mg cos θ (fig. 5-14). A força $\vec{N}$ e a componente mg cos θ se anulam mutuamente. Então, a resultante das forças que atuam no corpo será constituída apenas pela componente mg sen θ. Portanto

$$R = mg \text{ sen } \theta$$

e a aceleração do corpo será

$$a = \frac{R}{m} = \frac{mg \text{ sen } \theta}{m} \quad \text{donde} \quad a = g \text{ sen } \theta$$

Observe que a aceleração não depende da massa m, isto é, qualquer que seja a massa do corpo, ele descerá o plano com uma aceleração $a = g$ sen θ. Vemos ainda que, para qualquer valor de θ < 90°, teremos $a < g$, pois sen θ < 1. Naturalmente, se θ = 90°, teremos $a = g$ sen 90° ou $a = g$. Este resultado já era esperado, pois, quando θ = 90°, o plano estará na vertical (fig. 5-15) e o corpo cairá em queda livre (não há atrito entre o corpo e o plano).

Exemplo 3

5-16

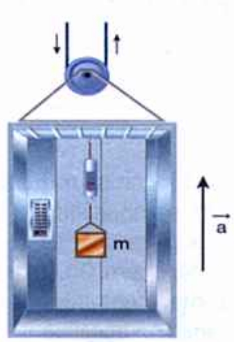


Fig.5-16: *Um corpo está sendo pesado no interior de um elevador que sobe acelerado.*

Um corpo, de massa $m = 10$ kg, está pendurado em uma balança de molas, presa ao teto de um elevador (fig. 5-16). O elevador está subindo com uma aceleração $a = 3,2$ m/s^2.

a) Qual a resultante das forças que atuam no corpo suspenso?

A resultante, $\vec{R}$, será obtida pela 2ª lei de Newton, $\vec{R} = m\vec{a}$. O corpo terá, evidentemente, a mesma aceleração do elevador, isto é, uma aceleração vertical, para cima, de módulo $a = 3,2$ m/s^2. Portanto, $\vec{R}$ também será vertical, para cima (fig. 5-17-a), de módulo

$$R = ma = 10 \times 3,2 \quad \text{donde} \quad R = 32 \text{ N}$$

b) Qual o valor da força com que a mola puxa o corpo?

*As forças que atuam no corpo são: seu peso $m\vec{g}$ e a força $\vec{F}$ exercida pela mola. Como a resultante $\vec{R}$ está dirigida para cima, concluímos que $\vec{F}$ deve estar dirigida para cima, com módulo **maior** do que mg (fig. 5-17-b). O módulo da resultante $\vec{R}$ será dado pela diferença entre os módulos de $\vec{F}$ e $m\vec{g}$. Portanto*

$$R = F - mg$$

Como sabemos que $R = 32$ N *e que* $mg = (10 \times 9{,}8)$ N $= 98$ N, *teremos*

$$32 = F - 98 \qquad \text{donde} \qquad F = 130 \text{ N}$$

c) Qual é a leitura da balança de molas?

Como a mola puxa o corpo para cima com uma força $\vec{F}$*, o corpo reage e puxa a mola para baixo com uma força igual e contrária a* $\vec{F}$ *(fig. 5-17-c). Portanto, a mola está sendo esticada por uma força de módulo* $F = 130$ N *e esta força é que será indicada pela balança.*

Observe que a indicação da balança (130 N) é maior *do que o peso do corpo (98 N). A indicação da balança é denominada "peso aparente" do corpo. Assim, o fato de o elevador estar acelerado para cima nos dá a impressão de que os objetos, em seu interior, se tornaram mais pesados. Você deve observar isto quando entra em um elevador e ele "arranca" para cima.*

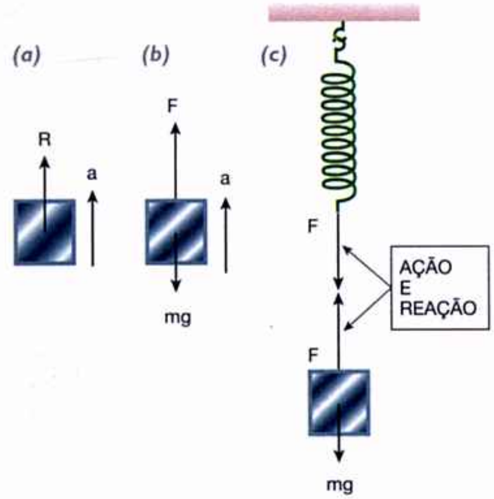


Fig.5-17: *Para o exemplo 3.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

17. No exemplo 2 desta secção, suponha que a massa do corpo seja $m = 5{,}0$ kg e que $\theta = 30°$ (considere $g = 10$ m/s^2).
    a) Qual é o valor da resultante das forças que atuam no corpo?
    b) Qual é o valor da aceleração com que o corpo desce o plano?
18. Responda às questões do exercício anterior, supondo que a massa do corpo fosse duas vezes maior.
19. Ainda para um corpo descendo em um plano inclinado, sem atrito, responda:
    a) Aumentando-se o valor do ângulo θ, a aceleração do corpo aumenta, diminui ou não se altera?
    b) Qual será o valor da aceleração do corpo quando $\theta = 90°$?
20. Considerando o exemplo 3 desta secção, examine a fig. 5-17 e responda:
    a) Por que se concluiu que a resultante $\vec{R}$ está dirigida para cima?
    b) Por que se concluiu que, na figura (b), F deve ser maior do que mg?
    c) Por que, na figura (c), se concluiu que a força que estica a mola é igual à força que a mola exerce sobre o corpo?
21. Considere ainda a fig. 5-17, mas suponha agora que o elevador estivesse subindo com velocidade constante.
    a) Neste caso, qual seria o valor de $\vec{R}$?
    b) O valor de F, na figura (b), seria maior, menor ou igual a mg?
    c) Qual seria a leitura da balança?

5.5. Queda com resistência do ar

A RESISTÊNCIA DO AR AUMENTA COM A VELOCIDADE

Na secção 2.5, estudamos o movimento de queda livre, isto é, estudamos a queda de um corpo desprezando o efeito retardador da resistência do ar. Faremos, agora, uma análise da queda de um corpo em situações nas quais a resistência do ar *não* é desprezível.

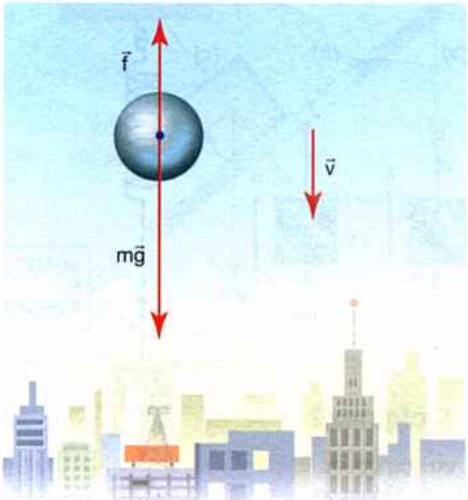


Fig.5-18: *Quando um corpo cai, estão atuando duas forças sobre ele: seu peso e a força de resistência do ar.*

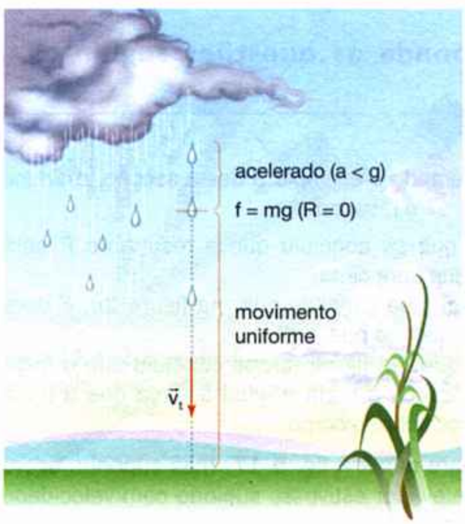


Fig.5-19: *Depois de um curto tempo de queda, o corpo adquire um movimento uniforme.*

Verifica-se que a força de resistência do ar sobre um corpo (força de atrito com o ar) tem sempre sentido contrário ao seu movimento, e o valor desta força é tanto maior quanto maior for a velocidade do corpo. Em um automóvel, por exemplo, atua uma força de resistência do ar que cresce consideravelmente quando a velocidade do carro é aumentada. Em velocidades elevadas, uma grande parte do combustível gasto pelo automóvel é empregada para vencer esta força de atrito com o ar.

VELOCIDADE TERMINAL

Consideremos um corpo em queda sob a ação de seu peso $m\vec{g}$ e da força $\vec{f}$ de resistência do ar (fig. 5-18). No início da queda, a velocidade do corpo é pequena e f é menor do que mg. A resultante dessas forças é, portanto, dirigida para baixo e o movimento do corpo será acelerado. Entretanto, como $\vec{f}$ é contrária a $m\vec{g}$, a aceleração, a, neste início de queda, é *menor* do que g. Mas, como o movimento é acelerado, o valor da velocidade do corpo estará crescendo e, conseqüentemente, o valor de $\vec{f}$ aumentará. Haverá, então, um certo instante em que f se tornará igual a mg. A partir deste instante, a resultante de $\vec{f}$ e $m\vec{g}$ será nula e, assim, a velocidade do corpo permanecerá constante (evidentemente, o valor de f também não se alterará).

Em resumo: a velocidade do corpo inicialmente aumenta (com aceleração $a < g$) até atingir um valor v_t, que se denomina *velocidade terminal* ou *velocidade limite*; a partir deste momento, a velocidade não cresce mais e o corpo continua sua queda em movimento uniforme, com velocidade $\vec{v}_t$ (fig. 5-19).

ALGUMAS SITUAÇÕES REAIS

Grande parte dos objetos que caem na atmosfera terrestre adquirem uma velocidade terminal. Para alguns corpos, essa velocidade é atingida muito rapidamente, como é o caso de uma folha de papel, uma pena de ave, um pequeno pedaço de algodão etc. Uma gota de chuva, em virtude de seu pequeno peso, também adquire uma velocidade terminal ao cair. Cerca de 1 s apenas após ter iniciado a sua queda, uma gota de chuva, de tamanho médio, passa a ter movimento uniforme, com uma velocidade aproximada de 5 m/s. É fácil perceber que esses valores variam conforme o tamanho da gota. Você poderá verificar essas diferenças, observando o movimento das gotas em uma chuva "fina" e em uma tempestade.

Outros objetos que adquirem velocidade terminal rapidamente são os pára-quedas. Entretanto, mesmo não sendo aberto o pára-quedas, a pessoa em queda também irá adquirir uma velocidade terminal, mas isto só ocorrerá após um tempo consideravelmente maior. Neste caso, o movimento é acelerado durante cerca de 10 s, ao fim dos quais a pessoa adquire uma velocidade aproximada de 150 km/h a 200 km/h, dependendo de seu peso, da área de sua secção reta horizontal etc.

Mauritius Photri/Stock Photos

Essas pessoas, sem pára-quedas, estão caindo com velocidade constante porque a resistência do ar sobre cada uma é igual a seu peso.

A força de resistência do ar desempenha um papel importante ao proteger a superfície da Terra dos impactos dos meteoros. Os meteoros são corpos provenientes do espaço que bombardeiam a Terra, atingindo nossa atmosfera com velocidades elevadas. As massas desses objetos podem variar de alguns gramas até várias toneladas.

Ao passarem pela atmosfera, a grande força de resistência oposta por ela provoca uma enorme elevação de temperatura nos meteoros, tornando-os incandescentes. Suas trajetórias passam a ser, então, visíveis da superfície da Terra, como estrelas que estivessem caindo. Por isso, eles recebem a denominação popular de "estrelas cadentes" (figura I).

Os meteoros de tamanho médio sofrem vaporização de grande porção de sua massa, atingindo a superfície da Terra com velocidade e tamanho reduzidos, não chegando a provocar danos. Os de tamanho muito pequeno, que são os mais numerosos e vistos com maior freqüência, evaporam-se totalmente e não alcançam a superfície terrestre. Desta maneira a atmosfera funciona como uma camada protetora de nosso planeta contra o impacto desses objetos provenientes do espaço. Mesmo assim, meteoros de porte muito grande chegam, algumas vezes, a colidir com a Terra, dando origem a enormes crateras (com mais de 1 km de extensão) como a que é mostrada na figura II.

Como a Lua não possui atmosfera, ela é fortemente marcada pelas colisões de meteoros com a sua superfície. Algumas das crateras lunares, visíveis na figura III, foram causadas por estes impactos.

David Mclean/SPL/Stock Photos

Fig. I: *Fotografia mostrando as trajetórias de alguns meteoritos que se tornam incandescentes em virtude de seu atrito com a atmosfera.*

Photo Researchers Inc/Stock Photos

Fig. II: *Enorme cratera na superfície da Terra, causada pela colisão de um meteoro.*

NASA/SPL/Stock Photos

Fig. III: *Algumas das crateras lunares foram produzidas por colisões de meteoros.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

22. Na realização da 1ª experiência proposta no capítulo 2, você deve ter deixado cair, de uma mesma altura, duas folhas de papel idênticas, uma delas aberta e a outra amassada em forma de uma bola (se você ainda não realizou essa experiência, faça-a agora).
    a) As duas folhas chegam juntas ao solo?
    b) Elas têm o mesmo peso?
    c) Qual a outra força que atua sobre cada uma, durante a queda?
    d) As forças mencionadas em (c) são iguais nas duas folhas?
23. Tendo em vista as respostas às questões do exercício anterior, tente identificar que fator, relacionado com um corpo em movimento no ar, tem influência na resistência que ele opõe a esse movimento.
24. Você já deve ter ouvido falar que os automóveis modernos possuem um "perfil aerodinâmico". Procure saber qual o significado e a finalidade desse perfil.
25. Um objeto, abandonado de um helicóptero, cai verticalmente e gasta 10 s para atingir a sua velocidade terminal. Considerando o movimento do objeto durante este intervalo de tempo, responda:
    a) A força de resistência do ar é maior, menor ou igual ao peso do objeto?
    b) A aceleração de queda do objeto é maior, menor ou igual a g?
    c) A força de resistência do ar aumenta, diminui ou não varia?
26. Depois de 10 s do início da queda do objeto mencionado no exercício anterior:
    a) A força de resistência do ar é maior, menor ou igual ao peso do objeto?
    b) Qual o valor da resultante das forças que atuam no objeto?
    c) Qual é o tipo de movimento do objeto?
27. Considere a pessoa mencionada nesta secção, cujo pára-quedas não foi aberto e adquiriu uma velocidade terminal de 180 km/h após 10 s de queda.
    a) Calcule a velocidade que ela adquiriria nesse tempo se não houvesse a resistência do ar (considere $g = 10$ m/s^2).
    b) Quantas vezes a velocidade calculada em (a) é maior do que a velocidade realmente adquirida pela pessoa?
28. Imagine que um astronauta tenha saltado de pára-quedas, a partir de um foguete, a uma certa altura acima da superfície da Lua, caindo em direção ao solo lunar.
    a) Você acha que, ao ser aberto o pára-quedas, ele teria alguma influência no movimento de queda do astronauta? Por quê?
    b) Que tipo de movimento o astronauta teria até atingir o solo lunar?

5.6. Forças no movimento circular

FORÇA CENTRÍPETA

Na secção 3.4 você estudou o movimento circular uniforme, no qual o vetor velocidade, $\vec{v}$, tem módulo constante e direção variável. Vimos, então, que a variação da direção do vetor $\vec{v}$ é caracterizada por uma aceleração centrípeta, $\vec{a}_c$, dirigida para o centro da curva (fig. 5-20-a), cujo módulo é dado por

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

onde R é o raio da circunferência.

Como o movimento do corpo apresenta uma aceleração, concluímos, pela 2ª lei de Newton, que deve estar atuando sobre o corpo uma força responsável por esta aceleração. Esta força terá a mesma direção e o mesmo sentido da aceleração $\vec{a}_c$, isto é, estará apontando para o centro da curva. Por este motivo, ela é denominada *força centrípeta*, $\vec{F}_c$ (fig. 5-20-b). Sendo m a massa do corpo em movimento, podemos escrever

$$F_c = ma_c \qquad \text{ou} \qquad F_c = m\frac{v^2}{R}$$

Em resumo:

> **para que um corpo descreva um movimento circular uniforme, deve atuar sobre ele uma força centrípeta, $F_c = mv^2/R$, que faz a velocidade do corpo mudar continuamente de direção ($\vec{F}_c$ dá origem a $\vec{a}_c$).**

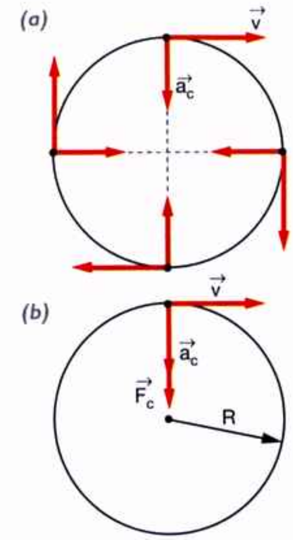


Fig.5-20: *A força centrípeta provoca a aceleração centrípeta.*

A FORÇA CENTRÍPETA EM ALGUNS MOVIMENTOS

Sempre que uma força atua sobre um corpo, deve existir um agente responsável por esta força. Então, quando um corpo descreve uma trajetória curva, haverá um agente responsável pela força centrípeta que está atuando no corpo. Nos exemplos seguintes, procuraremos identificar a força centrípeta e o agente responsável por ela em alguns movimentos.

Exemplo 1

Suponha um corpo apoiado sobre uma mesa horizontal lisa, girando preso a um barbante fixo por um prego (fig. 5-21-a). Sobre o corpo atuam a tensão $\vec{T}$, exercida pelo barbante, a reação normal $\vec{N}$ da mesa e seu peso $m\vec{g}$. Como $m\vec{g}$ e $\vec{N}$ são verticais, a aceleração centrípeta é provocada apenas pela tensão $\vec{T}$ do barbante. Portanto, $\vec{T}$ é a força centrípeta neste movimento e seu valor será dado por $T = mv^2/R$. O barbante (exercendo a tensão $\vec{T}$) é o agente responsável pela variação da direção da velocidade do corpo. Se ele arrebentar, a força centrípeta deixará de existir e o corpo, por inércia, passará a se mover na direção da tangente à curva no ponto onde o barbante se rompeu (fig. 5-21-b).

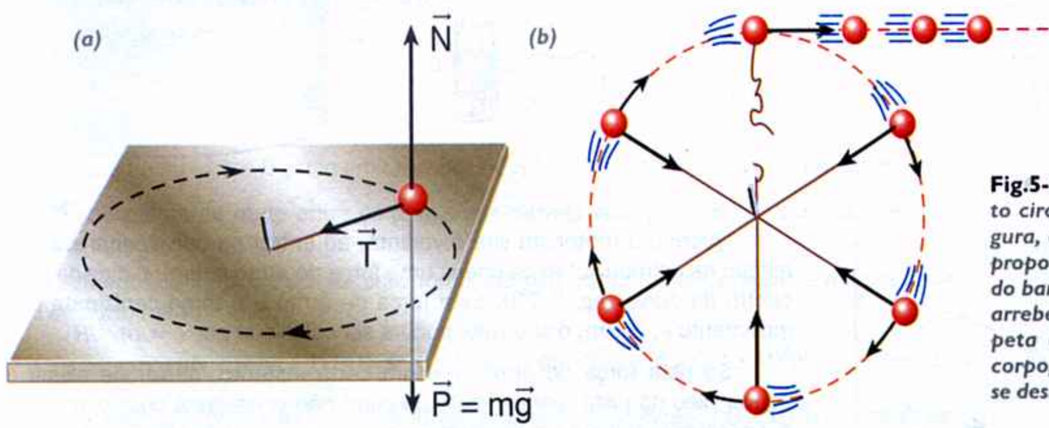


Fig.5-21: *Para o movimento circular mostrado na figura, a força centrípeta é proporcionada pela tensão do barbante. Se o barbante arrebentar, a força centrípeta deixa de existir e o corpo, por inércia, passa a se deslocar em linha reta.*

Exemplo 2

Quando um satélite artificial encontra-se em órbita em torno da Terra, podemos considerar que a única força que atua sobre ele é a força $\vec{F}$, de atração da Terra sobre o satélite (fig. 5-22). Supondo que a órbita do satélite seja circular, a força $\vec{F}$ está dirigida para o centro da trajetória, que é o centro da Terra.

Se, em um certo instante, a atração da Terra sobre o satélite deixasse de existir, o satélite, por inércia, passaria a se mover em movimento retilíneo uniforme, na direção da tangente à trajetória naquele instante (fig. 5-22). Portanto, o efeito da força $\vec{F}$ é de mudar

continuamente a direção da velocidade do saté-
lite, obrigando-o a descrever sua trajetória circu-

cicleta, uma força centrípeta responsável pela variação da direção de sua velocidade. Teremos, para os pontos *A*, *B*, *C* e *D* da fig. 5-24:

- em *A*, $\vec{N}$ e $m\vec{g}$ estão ambas dirigidas para o centro do globo. Logo, a força centrípeta neste ponto é dada por $N + mg$, isto é, $N + mg = mv_A^2 / R$;

- em *B*, apenas $\vec{N}$ está dirigida para o centro ($m\vec{g}$ é vertical). Portanto, $\vec{N}$ é a força centrípeta neste ponto e temos $N = mv_B^2 / R$;

- em *C*, a resultante dirigida para o centro é igual a $N - mg$ e a força centrípeta é dada por esta resultante. Logo, $N - mg = mv_C^2 / R$;

- em *D*, temos uma situação semelhante à do ponto *B* e a força centrípeta está representada apenas pela força $\vec{N}$. Assim, em *D*, temos $N = mv_D^2 / R$.

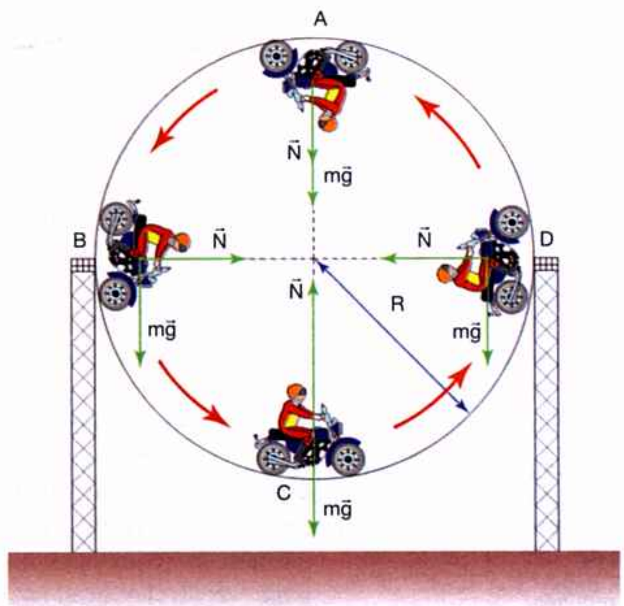


Fig. 5-24: *Forças que atuam sobre um motociclista ao percorrer o "globo da morte".*

Em resumo: sempre que um corpo descreve uma trajetória circular, a força centrípeta é dada, a cada instante, pela resultante das forças que atuam no corpo, na direção do raio da trajetória.

Exemplo 5

Suponha que um automóvel, de massa $m = 900$ kg, vai descrever uma curva, cujo raio é $R = 30$ m, em uma estrada plana e horizontal.

a) Se a velocidade do carro é $v = 10$ m/s (36 km/h), qual é o valor da força centrípeta que deverá atuar nele para que consiga fazer a curva?

O valor da força centrípeta deverá ser:

$$F_c = m\frac{v^2}{R} = 900 \times \frac{(10)^2}{30} \quad \text{donde} \quad F_c = 3{,}0 \times 10^3 \text{ N}$$

Observe que, como m, v e R estão em unidades no S.I., o valor de F_c é expresso em newtons.

b) Se o coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada vale $\mu = 0{,}50$, o carro conseguirá fazer a curva?

Como sabemos, a força centrípeta será fornecida pelo atrito entre os pneus e a estrada. A força de atrito máxima vale:

$$f = \mu N = \mu mg = 0{,}50 \times 900 \times 9{,}8 \quad \text{donde} \quad f = 4{,}4 \times 10^3 \text{N}$$

Como o automóvel "necessita" de uma força centrípeta de apenas $3{,}0 \times 10^3$N, concluímos que ele conseguirá fazer a curva, isto é, o atrito conseguirá exercer a força de $3{,}0 \times 10^3$ N, necessária para que o carro faça a curva.

c) Qual o valor máximo da velocidade que o automóvel poderia desenvolver nesta curva, sem derrapar?

A velocidade máxima seria aquela que "exigisse" uma força centrípeta igual ao valor máximo da força de atrito. Então, sendo v_M esta velocidade máxima, podemos escrever:

$$m\frac{v_M^2}{R} = f \text{ ou } 900 \times \frac{v_M^2}{30} = 4{,}4 \times 10^3 \quad \text{donde} \quad v_M = 12{,}2 \text{ m/s } (v_M = 44 \text{ km/h})$$

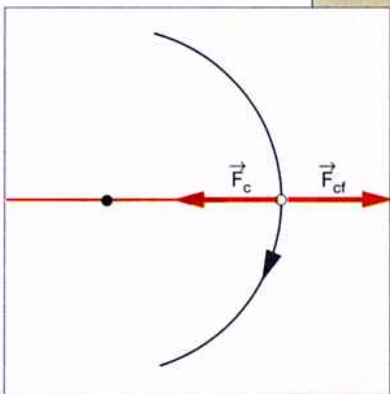


Fig.5-25: *Se a esfera estivesse sob a ação das forças centrípeta e "centrífuga", ela estaria em equilíbrio e sua trajetória seria retilínea.*

Um erro conceitual bastante freqüente: "Força centrífuga"

Quando tratamos das forças no movimento circular, é comum encontrarmos referências a uma força, denominada *força centrífuga*. Por exemplo: na fig. 5-25, temos uma pequena esfera em movimento circular uniforme, sob a ação de uma força centrípeta $\vec{F}_c$ exercida pelo barbante. Algumas pessoas costumam supor que também atua na esfera uma outra força, $\vec{F}_{cf}$, dirigida radialmente para fora da trajetória, denominada força centrífuga (veja a fig. 5-25). Esta força, segundo essas pessoas, estaria equilibrando a força centrípeta $\vec{F}_c$. Evidentemente, essa força centrífuga, $\vec{F}_{cf}$, *não pode existir**, pois, se assim fosse, a resultante das forças que atuam na esfera seria nula e ela não poderia estar descrevendo uma trajetória circular: seu movimento deveria ser retilíneo e uniforme, de acordo com a 1ª lei de Newton.

Provavelmente, essa interpretação errônea deve-se ao fato de se pensar que uma partícula em movimento circular uniforme, como aquela da fig. 5-25, estaria em equilíbrio. Na realidade, conforme já dissemos, para um observador na Terra (referencial na Terra), essa partícula não está em equilíbrio, pois possui uma aceleração centrípeta e, portanto, deve haver uma força resultante diferente de zero atuando sobre ela.

O aparecimento da idéia de uma força centrífuga deve-se também a interpretações equivocadas de determinadas situações que as pessoas observam em seu cotidiano. Uma dessas interpretações errôneas está ilustrada na fig. 5-26: algumas pessoas acham que, se o barbante se romper, a partícula em movimento circular passará a se mover para fora, na direção do raio da trajetória, como mostra a fig. 5-26, sendo esse deslocamento para fora atribuído à ação da força centrífuga. Entretanto, na fig. 5-21, já analisamos o que realmente ocorre nessa situação: quando o barbante se rompe, a partícula, por inércia, passa a se mover na direção de sua velocidade naquele instante, isto é, na direção tangente à trajetória, comprovando que não há nenhuma força atuando sobre ela. Do mesmo modo, na fig. 5-23, costuma-se achar, erroneamente, que há uma força centrífuga atuando sobre o carro que descreve a curva e que, se o atrito deixasse de atuar, o carro seria lançado radialmente para fora, em virtude dessa força. Como analisamos no texto, não é isso o que ocorre, pois, na ausência de atrito, o carro, por inércia, sai tangencialmente à trajetória que ele descrevia.

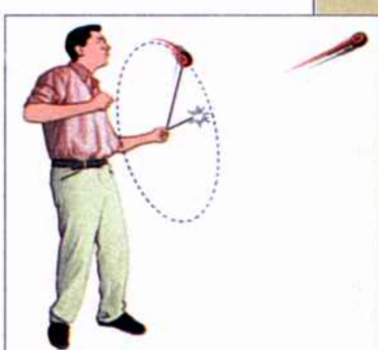


Fig.5-26: *Algumas pessoas pensam, erroneamente, que quando o cordão se rompe, o objeto move-se radialmente para fora.*

Outra situação semelhante que é interpretada inadequadamente por meio da "força centrífuga" é a seguinte: suponha que uma pessoa esteja em pé dentro de um ônibus que, em um dado instante, entra em uma curva para a esquerda, por exemplo. Os pés da pessoa, devido ao atrito com o piso do ônibus, são deslocados para a esquerda juntamente com o ônibus. Entretanto, a parte superior do corpo da pessoa, por inércia (não estando em contato direto com o ônibus) tende a continuar seu movimento em linha reta, na direção da velocidade que o ônibus possuía antes de entrar na curva. Em virtude destes deslocamentos, uma pessoa na Terra veria o passageiro tombar para a direita dentro do ônibus. Uma análise errônea dessa situação leva algumas pessoas a atribuir o tombamento do passageiro à existência de uma força centrífuga que o teria arremessado radialmente para fora da curva. Na realidade, visto pelo observador na Terra, o corpo do passageiro *não* foi arremessado para fora: a parte superior continuou a se deslocar em linha reta, enquanto os pés acompanharam a curva junto com o ônibus.

*Estamos supondo os movimentos analisados sempre em relação a um referencial inercial.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

29. Um corpo de massa $m = 1{,}5$ Kg está descrevendo uma trajetória circular, de raio $R = 2{,}0$ m, com movimento uniforme de velocidade $v = 4{,}0$ m/s.
   a) Para o corpo descrever este movimento, é necessário que haja uma força atuando sobre ele? Como se denomina esta força?
   b) Calcule o módulo da força centrípeta, $\vec{F}_c$, que atua no corpo. Para onde aponta esta força?
   c) Se a força $\vec{F}_c$ deixasse de atuar sobre o corpo, que tipo de movimento ele passaria a ter?

30. a) Na fig. 5-21-a, qual das forças mostradas faz com que a velocidade do corpo mude constantemente de direção?
   b) Então, qual dessas forças produz, no corpo, a aceleração centrípeta $\vec{a}_c$?
   c) Supondo que a massa do corpo seja $m = 200$ g, sua velocidade $v = 3{,}0$ m/s e que o raio da trajetória seja $R = 50$ cm, calcule o valor da tensão $\vec{T}$ do barbante (atenção para as unidades).

31. Suponha que, para descrever a curva mostrada na fig. 5-23, fosse necessário atuar sobre o carro uma força centrípeta (fornecida pelo atrito) de 400 kgf. Determine o valor da força centrípeta que deveria atuar sobre o carro, para ele conseguir fazer a curva, se:
   a) A massa do carro fosse duas vezes maior.
   b) A velocidade do carro fosse duas vezes maior.
   c) O raio da curva fosse duas vezes maior.

32. Considere o "globo da morte" mostrado na fig. 5-24. Seja $R = 2{,}0$ m o seu raio, $m = 150$ kg a massa do conjunto motocicleta + motociclista e $v = 6{,}0$ m/s a velocidade da motocicleta ao passar pelo ponto A (tome $g = 10$ m/s^2). Neste ponto:
   a) Qual é o valor da força centrípeta que atua no conjunto motocicleta + motociclista?
   b) Qual o valor da reação normal do globo sobre o conjunto?

33. Suponha que o movimento da motocicleta do exercício anterior seja circular uniforme. Ao passar pelo ponto B:
   a) Qual o valor da força centrípeta que atua no conjunto?
   b) Qual o valor da reação normal exercida pelo globo?

um tópico especial para você aprender um pouco mais

5.7. Limitações da Mecânica Newtoniana

A VALIDADE DA MECÂNICA DE NEWTON E A VELOCIDADE DOS CORPOS

As aplicações da Mecânica Newtoniana, coroadas de êxito no estudo de um grande número de fenômenos, fizeram com que as leis básicas lançadas por Newton prevalecessem durante cerca de 200 anos.

Entretanto, no final do século XIX, os cientistas começaram a encontrar algumas situações que não podiam ser descritas adequadamente através das leis de Newton, isto é, a Mecânica Clássica (como é denominada habitualmente a Mecânica de Newton), ao ser usada para explicar o comportamento de certos corpos em movimento, fornecia resultados em desacordo com as observações experimentais. Foi verificado que isto ocorria sempre que os corpos se moviam com velocidades muito grandes. Mais precisamente, as falhas da Mecânica Clássica começavam a ser percebidas quando estas velocidades atingiam cerca de 10% da velocidade da luz, tornando-se mais acentuadas à medida que as velocidades aumentavam.

A velocidade da luz é usualmente representada por c e seu valor é muito elevado ($c = 3 \times 10^8$ m/s $= 300\ 000$ km/s) . Então, como os corpos com os quais lidamos habitualmente (pedra, automóvel, avião a jato etc.) sempre se movem com velocidades muitas vezes inferiores a 10% de *c*, as leis de Newton podem ser usadas, sem nenhuma preocupação, para descrever os movimentos destes corpos. Mesmo para o cálculo das órbitas e dos lançamentos dos modernos e velozes foguetes e satélites, as leis de Newton são usadas com pleno êxito.

Observa-se, entretanto, que partículas atômicas (elétrons, prótons etc.) podem atingir velocidades muito elevadas, chegando a alcançar até 99% da velocidade da luz. Nestes casos, a Mecânica Clássica mostra-se totalmente inadequada para descrever o comportamento da partícula.

A TEORIA DA RELATIVIDADE DE EINSTEIN

Para contornar estes problemas, tornava-se necessário formular uma nova teoria que substituísse a Mecânica de Newton, podendo ser usada para descrever movimentos com quaisquer velocidades. A solução foi dada por Einstein, em 1905, ao apresentar a sua célebre *Teoria da Relatividade*. Nesta nova teoria, Einstein propunha equações para substituir as equações da Mecânica de Newton, que ao serem aplicadas ao movimento das partículas rápidas forneciam resultados em perfeita concordância com as observações experimentais.

É interessante observar que estas equações de Einstein coincidem com as equações da Mecânica Clássica nos casos em que a velocidade da partícula é muito menor do que *c*. Em outras palavras, a Mecânica Newtoniana constitui-se um caso particular da Mecânica Relativística.

Algumas idéias propostas por Einstein em sua Teoria da Relatividade serão apresentadas a seguir e outras aparecerão oportunamente ao longo do nosso curso.

A VELOCIDADE DA LUZ NÃO DEPENDE DO SISTEMA DE REFERÊNCIA

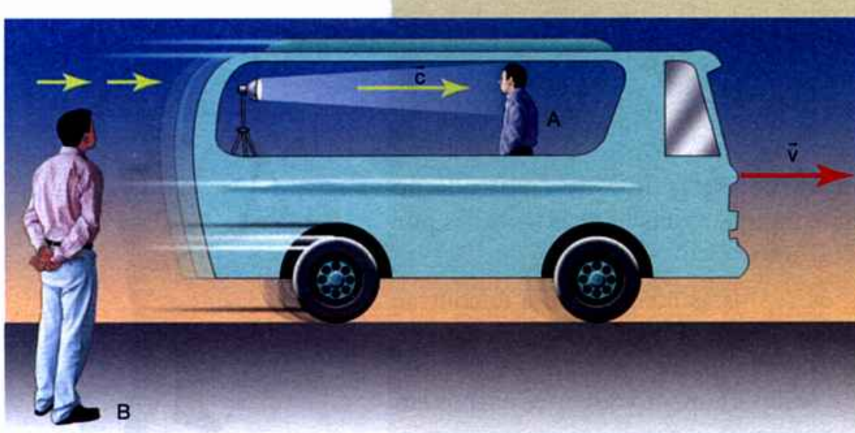


Fig.5-27: *A velocidade da luz não depende do referencial. Tanto para o observador A quanto para o observador B, ela tem o mesmo valor.*

Uma das propostas fundamentais da Teoria da Relatividade refere-se ao fato de a velocidade da luz ter o mesmo valor em qualquer sistema de referência. Para entendermos o significado desta afirmação, consideremos um observador *A* dentro de um vagão, que se movimenta com velocidade v em relação à Terra, e um observador *B* parado sobre o solo, como mostra a fig. 5-27. Uma lanterna, dentro do vagão, emite um feixe de luz, que se propaga com velocidade *c* em relação ao observador *A*.

De acordo com a Mecânica Clássica, se o observador *B* medisse a velocidade deste feixe de luz, deveria encontrar um resultado igual a $c + v$ (conforme vimos no capítulo 3, quando estudamos a composição de movimentos). Entretanto, de acordo com a proposta de Einstein, a velocidade do feixe de luz, medida por *B*, será também igual a *c*, isto é, a velocidade da luz não varia quando se muda de referencial. Embora este resultado possa parecer estranho, ele tem sido amplamente confirmado em várias verificações experimentais.

A MASSA DE UM CORPO VARIA COM SUA VELOCIDADE

Vimos, ao estudar a 2ª lei de Newton, que a massa de um corpo é uma constante, característica deste corpo. No entanto, uma das equações da Teoria da Relatividade afirma que a massa m de uma partícula que está se movendo com velocidade v é dada por

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

onde m_0 é a massa de repouso da partícula, isto é, sua massa quando $v = 0$.

Analisando esta equação, vemos que a massa da partícula é variável, sendo tanto maior quanto for a sua velocidade v. Isto significa que, de acordo com as idéias de Einstein, a inércia de uma partícula, ou seja, a "dificuldade" que a partícula apresenta para ser acelerada é tanto maior quanto mais rapidamente ela estiver se movendo.

Observe, porém, na relação $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$, que, se v for muito menor do que c, teremos v^2/c^2 praticamente igual a zero e as variações na massa serão imperceptíveis. Nestas condições, temos

$$m = m_0 = \text{constante}$$

e, então, como já havíamos afirmado, quando v é pequeno em relação a c, as leis da Mecânica Relativística coincidem com as da Mecânica Clássica.

EXISTE UM LIMITE PARA A VELOCIDADE QUE UM CORPO PODE ADQUIRIR

Na Mecânica Clássica, não há limitação para o valor da velocidade que um corpo pode adquirir: já que uma força, atuando em um objeto, provoca nele uma aceleração, sua velocidade poderia crescer indefinidamente, enquanto durasse a ação da força.

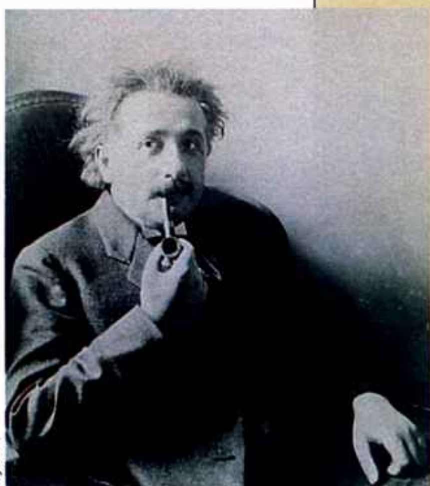
Pela Teoria da Relatividade, como vimos, a massa de uma partícula aumenta com a sua velocidade. Então, se a velocidade da partícula atingisse o valor da velocidade da luz ($v = c$), a equação $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$ nos mostra que a massa desta partícula se tornaria infinitamente grande, o que é evidentemente um absurdo. Isto nos leva a concluir que nenhum corpo poderá se mover com uma velocidade igual à (ou maior do que a) velocidade da luz. Logo, a velocidade da luz é um limite superior para a velocidade dos corpos materiais.

Este fato é confirmado experimentalmente nos grandes laboratórios do mundo, onde partículas atômicas são aceleradas alcançando velocidades muito próximas da velocidade da luz, sem se conseguir atingi-la, por mais poderosos que sejam os dispositivos empregados (fig. 5-28).

Fig.5-28: *Esta edificação, na Universidade de Stanford (E.U.A.), abriga um acelerador linear, com cerca de 4 km de comprimento, que é capaz de acelerar elétrons até atingirem 99,9% da velocidade da luz.*

Albert Einstein

O grande físico Albert Einstein, considerado uma das personagens mais importantes do século XX, nasceu em 1879, na cidade de Ulm, na Alemanha. Seus primeiros estudos foram feitos na Alemanha e, posteriormente, na Suíça. Após graduar-se na Escola Politécnica de Zurique, Einstein começou a trabalhar em uma repartição pública de registro de patentes, em Berna. Neste emprego, recebia um salário suficiente para se manter e, além disso, dispunha de tempo livre para estudar e meditar sobre vários problemas da Física, o que sem dúvida era o mais importante para ele.



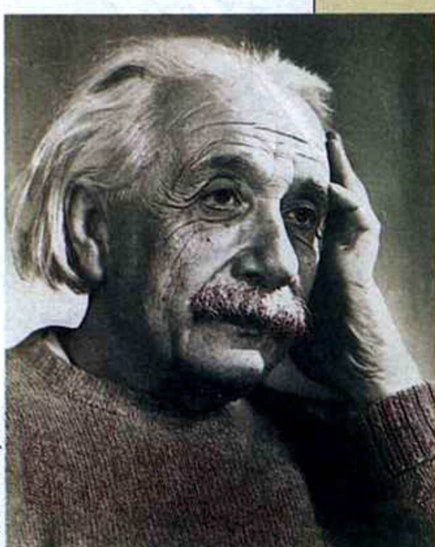
Keystone

Albert Einstein (1879-1955).

Em 1905, aos 26 anos de idade, Einstein publicou três trabalhos de grande importância e que causaram enorme repercussão. Em um dos trabalhos era estudado teoricamente o efeito fotoelétrico, interpretando-o com base na Teoria Quântica. O outro tratava com questões relativas ao movimento e tamanho das moléculas, desenvolvendo uma análise matemática do "movimento browniano". O terceiro trabalho, sem dúvida aquele que desempenhou papel mais importante no desenvolvimento da Física, apresentava as idéias básicas da Teoria da Relatividade, revolucionando os conceitos clássicos de espaço e tempo.

Após dez anos de árduo trabalho, Einstein conseguiu ampliar as idéias contidas em sua Teoria da Relatividade apresentada em 1905. Publicou, então, em 1915, o resultado de seus estudos, lançando uma nova teoria, conhecida como Teoria da Relatividade Generalizada. Por suas valiosas contribuições em vários campos da Física, Einstein recebeu o Prêmio Nobel em 1921.

Em 1933, Hitler assumia o poder na Alemanha. Sendo Einstein de origem judaica, ele viu-se obrigado, para escapar às perseguições do governo nazista, a abandonar o seu país. Refugiando-se nos Estados Unidos, o grande físico foi recebido na Universidade de Princeton, tornando-se um dos mais destacados membros do Instituto de Estudos Avançados daquela universidade. Em Princeton, onde passou o resto de sua vida, dedicou-se principalmente à tentativa de elaborar uma nova teoria, denominada "Teoria do Campo Unificado", na qual ele procurava relacionar a gravitação e o eletromagnetismo. Entretanto, não obteve êxito neste trabalho, morrendo sem conseguir alcançar seu objetivo. Mas a idéia do "Campo Unificado" ainda perdura e vários físicos notáveis continuam pesquisando sobre a idéia lançada por Einstein.



Camera Press/ Keystone

Einstein nos últimos anos de sua vida. A grande tristeza que se revela em seu olhar é atribuída ao pesar que sentia, ao perceber que as descobertas científicas estavam sendo utilizadas em armas de guerra que iriam dizimar milhares de vidas humanas.

No início da Segunda Guerra Mundial, Einstein escreveu uma carta ao Presidente dos Estados Unidos, Franklin D. Roosevelt, alertando-o sobre a ameaça de uma nova arma, a "bomba atômica", que os alemães estavam desenvolvendo. Esta carta fez com que o governo americano estruturasse um intenso plano de trabalho, conseguindo fabricar a bomba atômica antes do governo nazista. O uso das explosões atômicas contra populações civis, no Japão, parece ter abalado profundamente o espírito bondoso e humanitário do eminente cientista. Depois da guerra, Einstein dedicou grande parte de seu tempo trabalhando em favor da paz mundial, tentando criar um acordo internacional para acabar com as armas atômicas.

Em 1955, no dia 18 de abril, os jornais do mundo inteiro anunciavam a morte de Albert Einstein, reconhecido em seu próprio tempo como uma das maiores inteligências criativas da história da humanidade.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

34. Os foguetes mais rápidos que são lançados atualmente, usados para colocar satélites em órbita, atingem velocidades próximas de 9 km/s.
   a) Qual a porcentagem da velocidade da luz que esse valor representa?
   b) Você acha que as leis de Newton podem ser usadas, com êxito, no estudo do movimento desses foguetes?

35. Um elétron está se movendo, em um acelerador de partículas atômicas, com uma velocidade de $2{,}7 \times 10^5$ km/s.
   a) Qual a porcentagem da velocidade da luz que esse valor representa?
   b) Você acha que as leis de Newton podem ser usadas, com êxito, no estudo do movimento desse elétron?

36. a) Qual a teoria que deve ser usada para estudar o movimento do elétron da questão anterior? Por quem ela foi proposta e em que ano?
   b) Em que condições as equações da Teoria da Relatividade se igualam às equações da Mecânica Clássica?

37. Imagine que o vagão da fig. 5-27 estivesse se movendo com uma velocidade de 50% da velocidade da luz ($v = 0{,}5\,c$). Qual seria, para o observador na Terra, a velocidade V do feixe luminoso:
   a) De acordo com a Mecânica Clássica?
   b) De acordo com a Mecânica Relativística?

38. Suponha que uma partícula esteja sendo acelerada, movendo-se com uma velocidade v cada vez maior. Considerando a equação relativística que fornece a massa m da partícula, em função de sua velocidade v, responda:
   a) O valor de $1 - (v^2/c^2)$ para aquela partícula estará aumentando ou diminuindo?
   b) Considerando a resposta da questão (a), você pode concluir, pela equação mencionada, que o valor m estará aumentando ou diminuindo?

39. Considerando o elétron mencionado no exercício 35, cuja velocidade é $v = 0{,}9\,c$, determine quantas vezes sua massa é maior do que a sua massa de repouso m_0.

40. Considere, agora, o foguete do exercício 34, para o qual temos $v = 3 \times 10^{-5}\,c$.
   a) Qual é o valor de v^2/c^2 para esse foguete?
   b) É razoável desprezar v^2/c^2 em relação ao número 1, ao calcular o termo $(1 - v^2/c^2)$
   c) Tendo em vista sua resposta à questão anterior, qual é a relação entre a massa m do foguete em movimento e sua massa de repouso m_0?

41. A fig. 5-28 mostra um acelerador linear, com cerca de 4 km de comprimento, capaz de acelerar um elétron até uma velocidade $v = 0{,}999\,c$. Uma pessoa tomou conhecimento de que recentemente, na Europa, foi construído um acelerador com um comprimento cerca de 7 vezes (!) maior do que aquele da fig. 5-28. Concluiu, então, que nesse acelerador um elétron poderia atingir uma velocidade

$$v = 7 \times 0{,}999\,c = 6{,}993\,c$$

   Você concorda com essa conclusão? Por quê?

42. a) Costuma-se ouvir de alguns estudantes comentários como o seguinte:
   "A Mecânica Clássica foi totalmente substituída pela Teoria da Relatividade, estando, pois, ultrapassada. Assim, não vejo razão para estudá-la, já que ela se tornou inútil".
   Comente esta opinião.
   b) Você considera possível que, no futuro, sejam observados fenômenos físicos que não possam ser descritos adequadamente pela Teoria da Relatividade? Ou você acha que os conceitos e leis introduzidos por essa teoria devam ser aceitos como verdades absolutas e imutáveis? Discuta estas idéias.

revisão

As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

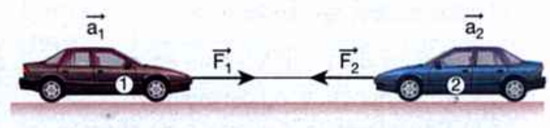
1. a) Se a resultante das forças que atuam em um corpo for diferente de zero, este corpo pode estar em movimento retilíneo uniforme? Explique.
   b) Sendo $\vec{R}$ a resultante das forças que atuam em um dado corpo e $\vec{a}$ a aceleração que ele adquire, qual é o aspecto do gráfico $R \times a$?
   c) Qual a grandeza que obtemos quando calculamos a inclinação do gráfico $R \times a$?
2. Explique o que você entende pela seguinte afirmativa: "a massa de um corpo é uma medida de sua inércia".
3. a) Enuncie e expresse matematicamente a 2ª lei de Newton.
   b) Um corpo, de massa m, está sujeito a uma força resultante $\vec{R}$ (conhecida em módulo, direção e sentido). Explique como você determina o módulo, a direção e o sentido da aceleração $\vec{a}$ que $\vec{R}$ provoca no corpo.
4. a) Quais são as unidades fundamentais do Sistema Internacional de Unidades (S.I.)?
   b) Dê exemplos de algumas unidades derivadas do S.I.
   c) Como se denomina e como é definida a unidade de força do S.I.?
   d) Para trabalharmos com a equação $R = ma$ no S.I., em que unidades devemos expressar R, m e a?
5. a) O que ocorre com o valor da massa de um corpo quando ele é transportado de um local para outro (da Terra para a Lua, por exemplo)? E o que ocorre com a sua inércia?
   b) Se a única força que atua em um corpo for o seu peso, qual a aceleração que ele adquire?
   c) Qual a relação entre o peso $\vec{P}$ de um corpo, a sua massa m e a aceleração da gravidade $\vec{g}$?
6. Considere a relação $\vec{P} = m\vec{g}$:
   a) Se m for expresso em kg e g em m/s^2, em que unidade será obtido o valor de $\vec{P}$?
   b) Das grandezas que figuram nesta relação, quais são vetoriais? Qual é escalar?
   c) Para um dado corpo, quais das grandezas que figuram nesta relação podem variar? Qual a que permanece sempre constante?
7. Neste capítulo, você aprendeu dois modos pelos quais podemos obter a massa de um corpo. Descreva estes dois processos.
8. Um pequeno objeto (uma gota de chuva, por exemplo) cai de uma grande altura sob a ação de seu peso e da força de resistência do ar. Descreva o movimento deste objeto até atingir o solo.
9. Um corpo está sob a ação de uma força única, $\vec{F}$, fazendo com que ele descreva um movimento circular uniforme.
   a) Se $\vec{F}$ deixar de atuar, o corpo continua em movimento circular? Explique.
   b) Como se denomina esta força $\vec{F}$?
   c) Qual é, em cada instante, o ângulo entre $\vec{F}$ e a velocidade, $\vec{v}$, do corpo?
10. Para o corpo da questão anterior, responda:
    a) A força $\vec{F}$ provoca variações na direção de $\vec{v}$? e no módulo de $\vec{v}$?
    b) Qual é a expressão matemática da aceleração centrípeta que $\vec{F}$ produz no corpo?
    c) Qual é a expressão matemática que nos permite calcular o valor de $\vec{F}$?

algumas experiências simples

Para você fazer

Primeira experiência

1º) Tome dois carrinhos ou caminhões de brinquedo de mesma massa (cerca de 0,50 kg cada um) e ligue um ao outro por meio de um elástico. Esticando o elástico, separe os dois carros, apoiando-os sobre uma superfície plana e lisa, até que a distância entre eles seja aproximadamente de 1 metro (veja a figura desta experiência).



Primeira experiência.

Solte os dois carros simultaneamente. Observe que, então, eles vão se deslocar sob a ação das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ exercidas pelo elástico, adquirindo as acelerações $\vec{a}_1$ e $\vec{a}_2$ mostradas na figura. Marque a posição onde os carrinhos colidem. Para melhor definir esta posição, repita a experiência algumas vezes. Responda às seguintes questões:

a) As distâncias que os carrinhos percorreram são aproximadamente iguais?

b) Então, as acelerações $\vec{a}_1$ e $\vec{a}_2$ adquiridas pelos carros devem ter valores iguais ou diferentes?

c) Lembre que as massas dos carrinhos são iguais. Logo, pela 2ª lei de Newton, os valores das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ que o elástico exerce sobre os carros são iguais? Este resultado confirma a 3ª lei de Newton?

2º) Coloque sobre um dos carrinhos uma certa quantidade de areia (ou outro peso qualquer) de tal modo que sua massa m_1 se torne duas vezes maior do que m_2. Imagine que você fosse realizar agora a experiência com estes carrinhos:

a) Os valores das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ que o elástico iria exercer nos carros seriam ainda iguais entre si?

b) Lembrando-se da 2ª lei de Newton, quantas vezes o valor de $\vec{a}_2$ seria maior do que o valor de $\vec{a}_1$?

c) Sejam d_1 e d_2 as distâncias percorridas pelos carros até colidirem. Nestas condições, quantas vezes d_2 é maior do que d_1 ?

d) Tendo em vista a resposta da questão anterior, marque na superfície onde os carros se deslocam a posição onde eles devem colidir. Faça a experiência (repita algumas vezes) e verifique se o resultado experimental confirma a sua previsão.

Segunda experiência

1º) Vimos que para um corpo descrever um movimento circular é necessário atuar sobre ele uma força centrípeta, cujo valor é dado por $F_c = mv^2/R$. Observe, então, que, se o raio R da trajetória descrita pelo corpo for constante, o valor da força centrípeta será tanto maior quanto maior for a massa m do corpo e quanto maior for sua velocidade v. Realizando a experiência seguinte você poderá verificar que estas afirmações são verdadeiras.

2º) Tome um tubo de vidro, de metal ou de plástico, com os bordos bem lisos. Passe através do tubo um cordão (de preferência um fio de náilon) prendendo em uma de suas extremidades um objeto de massa m (uma rolha de borracha, por exemplo). Segurando o tubo com uma de suas mãos e com a outra a extremidade livre do cordão, ponha o objeto em rotação em um plano horizontal, como mostra a figura desta experiência. Verifique que para o objeto descrever um círculo de raio R, você deve exercer na extremidade livre do cordão uma força $\vec{F}$. Esta força se transmite ao objeto, proporcionando a força centrípeta que o faz descrever a trajetória circular.

Segunda experiência.

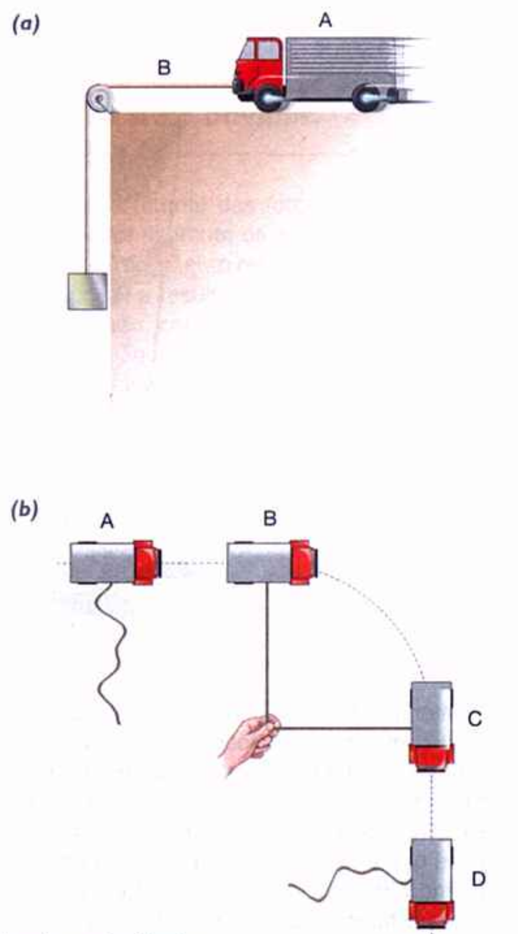
3º) Mantendo constante o raio da trajetória, faça o objeto girar com maior velocidade. Você percebe que, para manter o objeto na mesma trajetória, girando mais rapidamente, você tem que fazer uma força maior na extremidade do fio? Em outras palavras, você percebe que a força centrípeta teve que ser aumentada quando a velocidade do objeto foi aumentada? Procure fazer estas mesmas observações colocando o objeto em rotação com outras velocidades.

4º) Vamos, agora, tentar observar que o valor da força centrípeta depende da massa do objeto em rotação. Para isto, repita a experiência duas vezes, usando objetos de massas diferentes, mas procurando manter, em ambas, o mesmo raio e a mesma velocidade de rotação. Para obter aproximadamente a mesma velocidade nas duas experiências, será suficiente procurar manter o mesmo ritmo ao impulsionar o tubo.

É aconselhável que a massa usada em uma experiência seja duas ou três vezes maior do que na outra (podem-se usar duas ou três rolhas de borracha, por exemplo). Em cada experiência, procure "sentir" o valor da força que você deve exercer na extremidade livre do cordão para proporcionar a força centrípeta. Você notou que teve que aumentar a força centrípeta quando a massa do objeto foi aumentada?

Terceira experiência

Procure obter um carrinho de brinquedo, movido a pilha e, colocando-o em funcionamento sobre a superfície de uma mesa, note que ele se movimenta com velocidade praticamente constante. Nesta experiência, você vai observar a ação de uma força sobre o movimento desse carrinho, alterando sua velocidade de três maneiras diferentes.



Terceira experiência.

1º) Faça uma montagem semelhante àquela mostrada na figura (a) desta experiência. (Se você não possuir uma roldana, use um dispositivo cilíndrico qualquer, sobre o qual o cordão passe com pequeno atrito.) Coloque o carrinho em movimento na mesma reta do cordão e no sentido de *A* para *B*. Observe a velocidade do carrinho; em seguida, prenda a ele a extremidade do cordão, de modo a ser solicitado pelo peso suspenso. Procure observar que o carrinho se acelera (o módulo de sua velocidade aumenta) sob a ação da força constante exercida pelo cordão. (Tente ajustar o valor do peso suspenso de modo que a aceleração não seja muito grande, facilitando sua percepção.)

2º) Coloque, agora, o carrinho em movimento no sentido de *B* para *A*. Repita a experiência e procure observar que a força, atuando em sentido contrário ao movimento, provoca um retardamento do carrinho (diminuição no módulo de sua velocidade).

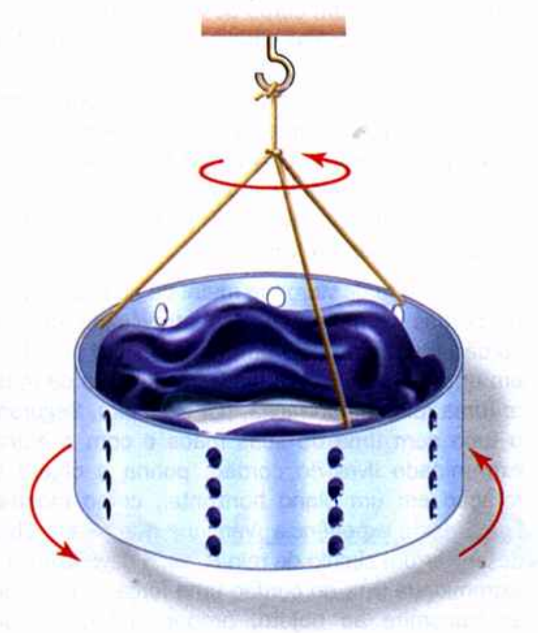
3º) Prenda um cordão à lateral do carrinho e coloque-o em movimento a partir de uma posição *A* sobre a mesa (veja a figura (b) desta experiência). Ao passar por uma posição *B* qualquer, segure o cordão, mantendo-o esticado e procurando fazer com que ele permaneça sempre perpendicular ao carrinho. Observe que este passa a descrever uma trajetória circular, sob a ação da força centrípeta exercida por você através do cordão. Depois de um certo tempo, solte o cordão (por exemplo, na posição *C* da figura (b)). Observe que, como a força centrípeta deixa de atuar, o carrinho passa a se deslocar em linha reta. Procure repetir a experiência com diversos comprimentos do cordão, isto é, variando o raio da trajetória e também abandonando e segurando o cordão em diferentes posições.

Quarta experiência

Tome um recipiente cilíndrico vazio qualquer (pote de margarina, copo de plástico, lata de doce etc.) e faça diversos orifícios em sua superfície lateral. Coloque no interior do recipiente um pano bastante molhado e suspenda-o por meio de três cordões, da maneira mostrada na figura desta experiência. Gire o recipiente de modo a provocar uma torção acentuada dos cordões e, em seguida, abandone o conjunto a partir do repouso.

Observe as trajetórias das gotas de água que saem do recipiente através dos orifícios enquanto ele está em rotação (uma vista de cima lhe dará uma melhor percepção dessas trajetórias). Você percebe que as gotas saem tangencialmente à superfície do recipiente? Por que isso acontece? (Lembre-se do que foi discutido na secção 5.6).

Observação: Uma máquina de lavar roupas, quando opera na fase de secagem das peças, funciona de maneira semelhante a esse dispositivo que você montou. Procure observar os orifícios existentes no cilindro de uma dessas máquinas.



Quarta experiência.

emas e testes problemas e testes problemas e test

1. Na tabela seguinte, apresentamos as acelerações adquiridas por três corpos *A*, *B* e *C*, quando sobre eles atuam as forças indicadas.

	F (N)	*a* (m/s²)
Corpo *A*	20	1,0
Corpo *B*	10	2,0
Corpo *C*	4,0	0,80

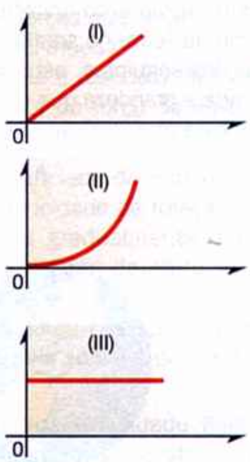
Baseando-nos nesta tabela, concluímos que existe a seguinte relação entre as massas destes corpos:

a) $m_A > m_B > m_C$
b) $m_B < m_A < m_C$
c) $m_C < m_A < m_B$
d) $m_A = m_B = m_C$
e) $m_A > m_B = m_C$

2. Um disco de gelo-seco, sendo puxado sobre uma superfície horizontal por uma força $\vec{F}$, também horizontal, adquire uma aceleração $\vec{a}$.
A tabela seguinte apresenta diversos valores de $\vec{F}$ e $\vec{a}$ obtidos em uma experiência.

F (N)	0,20	0,40	0,60	0,80	1,0
a (m/s²)	0,40	0,80	1,20	1,60	2,0

a) Com os dados desta tabela, construa o gráfico $F \times a$.
b) Calcule a inclinação deste gráfico.
c) Usando a resposta da questão (b), diga qual é o valor da massa do disco.



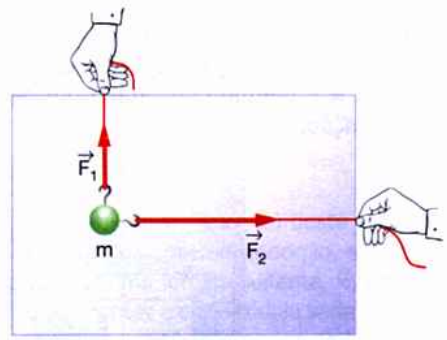
Problema 3.

3. Um motorista "arranca" seu automóvel (a partir do repouso) de tal modo que a resultante das forças que atuam no carro permanece constante durante um certo intervalo de tempo. Indique, entre os gráficos mostrados na figura deste problema, aquele que pode representar, neste intervalo de tempo:

a) A aceleração do carro em função do tempo.
b) A velocidade do carro em função do tempo.
c) A distância percorrida pelo carro em função do tempo.

4. A Terra atrai a Lua com uma força $\vec{F}_1$, que produz neste satélite uma aceleração $\vec{a}_1$. Por sua vez, a Lua atrai a Terra com uma força $\vec{F}_2$, que produz em nosso planeta uma aceleração $\vec{a}_2$.

a) O valor de $\vec{F}_1$ é maior, menor ou igual ao de $\vec{F}_2$? Explique.
b) O valor de $\vec{a}_1$ é maior, menor ou igual ao de $\vec{a}_2$? Explique.



Problema 5.

5. Uma pequena esfera de massa $m = 200$ g é puxada sobre uma mesa lisa pelas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ mostradas na figura deste problema. Sendo $F_1 = 3{,}0$ N e $F_2 = 4{,}0$ N:

a) Calcule o valor da resultante das forças que atuam na esfera.
b) Determine o módulo da aceleração que a esfera adquire.
c) Mostre, em uma cópia da figura, a direção e o sentido da aceleração da esfera.

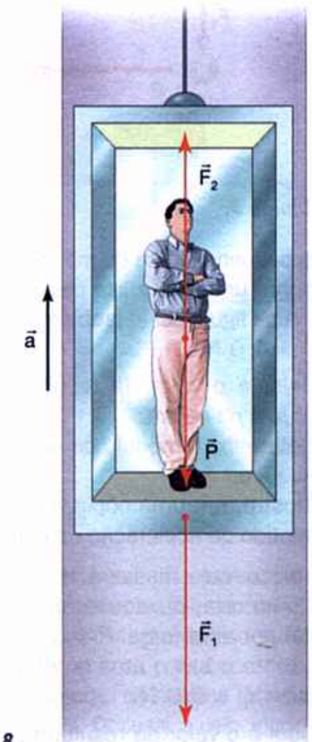
6. Um bloco, cuja massa é $m = 5{,}0$ kg, desloca-se em linha reta, puxado sobre uma superfície horizontal por uma força $F = 20$ N, também horizontal. Sobre o bloco atua ainda uma força de atrito cinético $f_c = 5{,}0$ N.

a) Qual é o valor da resultante, $\vec{R}$, das forças que atuam no bloco?
b) Qual é o valor da aceleração do bloco?
c) Se no instante $t = 0$ a velocidade do bloco era $v_0 = 1{,}5$ m/s, qual será sua velocidade no instante $t = 2{,}0$ s?

7. Um foguete V-2 tem uma massa de $1{,}5 \times 10^4$ kg. No início de sua ascensão, ele possui uma aceleração vertical, para cima, de 12 m/s². Neste momento:

a) Qual é o valor da resultante das forças que atuam no foguete?
b) Qual é o valor do peso do foguete? (Considere $g = 10$ m/s².)
c) Qual é o valor da força que os gases expelidos comunicam ao foguete?

8. A figura deste problema mostra uma pessoa, de peso $\vec{P}$, no interior de um elevador que sobe com uma aceleração $\vec{a}$ dirigida para cima. $\vec{F}_1$ é a força com que a pessoa comprime o assoalho do elevador e $\vec{F}_2$ é a força do assoalho sobre a pessoa. Entre as afirmativas seguintes, assinale aquelas que estão corretas.
   a) O valor da resultante das forças que atuam na pessoa é $F_2 - P - F_1$.
   b) $F_2 > P$ porque a pessoa possui uma aceleração para cima.
   c) $F_1 = F_2$ porque constituem um par de ação e reação.
   d) $F_1 = P$, isto é, a compressão da pessoa sobre o assoalho é igual ao seu peso.
   e) $F_2 = P$ porque constituem um par de ação e reação.



Problema 8.

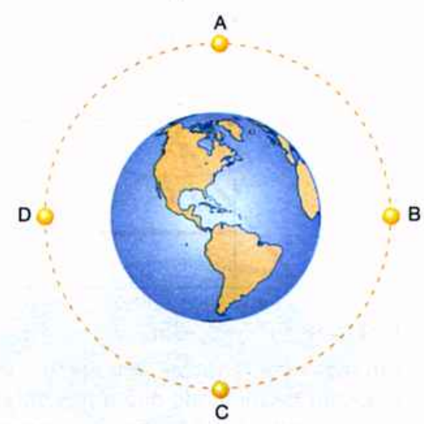
9. Um bloco de massa $m = 0{,}50$ kg desloca-se, sem atrito, em uma mesa sob a ação de uma força horizontal $F = 2{,}0$ N. Imagine que esta experiência fosse realizada na Lua, com o mesmo bloco puxado pela mesma força sobre a mesma mesa. Considere, na Terra, $g = 10$ m/s^2 e, na Lua, $g = 1{,}6$ m/s^2. Entre as afirmativas seguintes assinale aquelas que são *corretas*.
   a) Na Terra, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração $a = 4{,}0$ m/s^2.
   b) A massa do bloco, na Lua, é igual a 0,50 kg.
   c) Na Lua, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração $a = 4{,}0$ m/s^2.
   d) O peso do bloco, na Terra, é 5,0 N.
   e) O peso do bloco, na Lua, é 0,80 N.

10. Considere o mesmo enunciado do problema anterior, mas suponha, agora, que entre o bloco e a mesa exista uma força de atrito cinético cujo valor, aqui na Terra, seja $f_c = 1{,}0$ N. Quais das afirmativas seguintes estão corretas?
   a) Na Terra, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração $a = 2{,}0$ m/s^2.
   b) O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa tem o mesmo valor na Terra e na Lua.
   c) Na Lua, o valor da reação normal da mesa sobre o bloco é menor do que na Terra.
   d) Na Lua, o valor da força de atrito cinético que atua no bloco é menor do que 1,0 N.
   e) Na Lua, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração maior do que 2,0 m/s^2.

11. Uma gota de chuva cai de uma nuvem situada a 2,0 km de altura.
   a) Calcule a velocidade com que a gota atingiria o solo, se ela caísse em queda livre (considere $g = 10$ m/s^2).
   b) Um observador verificou que a velocidade desta gota, ao chegar ao solo, era apenas de 5,0 m/s. Explique a causa da grande diferença entre este valor e aquele que você calculou em (a).

12. Um estudante afirmou que em um satélite em órbita (como o da fig. 5-22) atuam duas forças: a força de atração da Terra sobre o satélite e a força centrípeta que o mantém em órbita. Critique a afirmação do estudante.

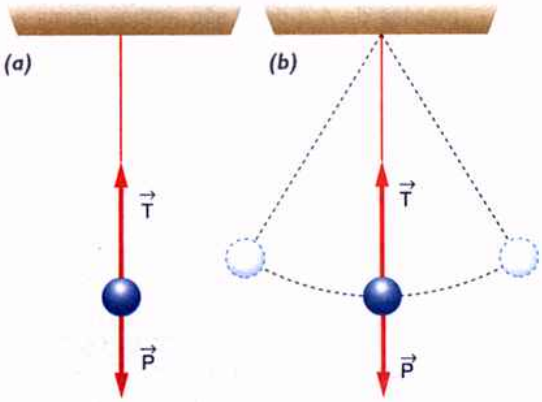
13. A figura deste problema representa um satélite que gira, com movimento uniforme, em órbita circular em torno da Terra, no sentido *ABCD*. Em cada uma das opções seguintes, está representado um vetor e indicada a grandeza que ele representa. Uma das opções está *errada*. Qual é?



Problema 13.

   a) $\downarrow$ velocidade do satélite em *B*.
   b) $\rightarrow$ aceleração do satélite em *D*.
   c) $\uparrow$ força que atua no satélite em *C*.
   d) $\rightarrow$ força que o satélite exerce na Terra quando passa por *B*.
   e) $\uparrow$ força que atua no satélite em *A*.

14. a) Uma pedra de massa $m = 0,50$ kg está suspensa, em equilíbrio, na extremidade de um fio como mostra a figura (a) deste problema. Qual o valor da tensão, $\vec{T}$, no fio?
    b) Suponha que a pedra esteja oscilando (como um pêndulo) da maneira mostrada na figura (b). Ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória, o valor de $\vec{T}$ é maior, menor ou igual a P? Explique.

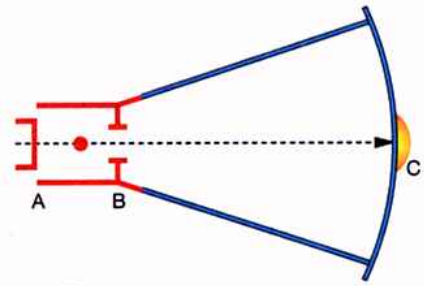


Problema 14.

15. O prato de um toca-discos gira com uma velocidade angular $\omega = 4,0$ rad/s. Uma moeda, cuja massa é $m = 20$ g, sobre o prato, gira com ele a uma distância $R = 10$ cm do eixo.
    a) Qual é a velocidade linear, v, da moeda?
    b) Qual é a aceleração centrípeta, a_c, da moeda?
    c) Quais as forças que estão atuando na moeda?
    d) Qual destas forças proporciona a força centrípeta que atua na moeda?
    e) Tendo em vista a resposta da questão anterior, calcule o valor da força de atrito que atua na moeda.

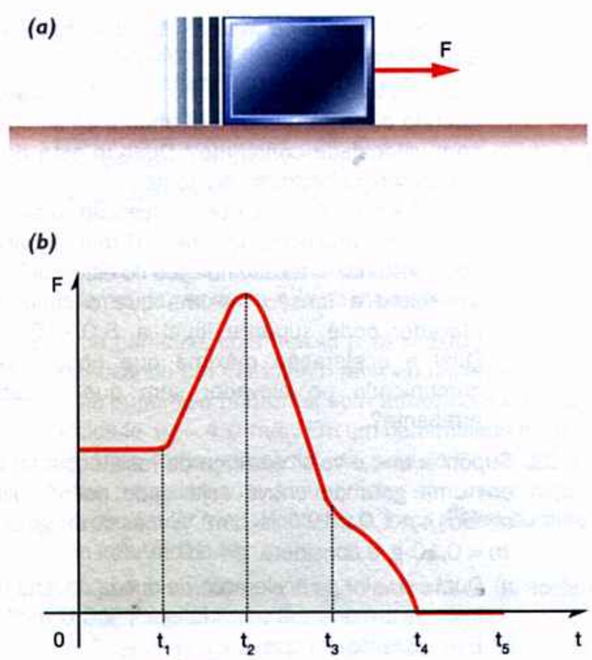
16. Considere o enunciado do problema anterior. Supondo que a velocidade de rotação do toca-discos seja aumentada gradualmente, haverá um momento em que a força de atrito será insuficiente para manter a moeda em rotação juntamente com o prato (a moeda se desloca e escapa do prato). Orientando-se pela solução do exemplo da secção 5.5, responda:
    a) Qual a máxima velocidade linear, v_M, que a moeda pode ter para que isto não aconteça? (O coeficiente de atrito entre o prato e a moeda vale 0,25; considere $g = 10$ m/s^2.)
    b) Qual é a velocidade angular, ω, do toca-discos no momento em que a moeda atinge a velocidade v_M?

17. A figura deste problema representa, esquematicamente, um tubo de TV. Neste tubo, um elétron (massa $m = 9 \times 10^{-31}$ kg) é acelerado, a partir do repouso, de A até B, por uma força constante $F = 2,7 \times 10^{-13}$ N. Depois que o elétron passa por B, nenhuma força atua sobre ele (seu peso é desprezível) até atingir a tela fluorescente, em C. Sabendo-se que $AB = 0,60$ cm e $BC = 42$ cm, responda:
    a) Qual a aceleração do elétron entre A e B?
    b) Qual o tipo de movimento do elétron entre A e B? e entre B e C?
    c) Qual a velocidade do elétron ao passar por B?
    d) Quanto tempo o elétron gasta para se deslocar de B até C?



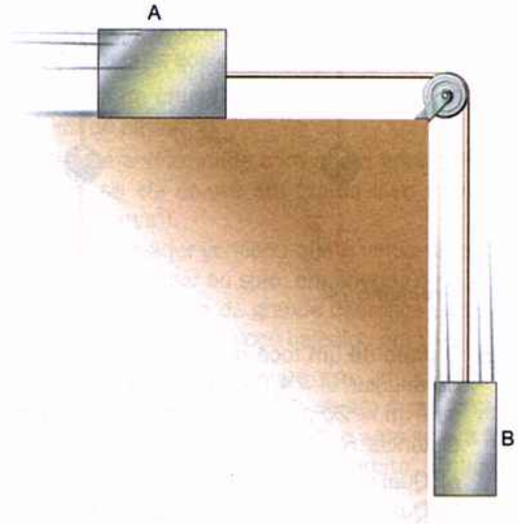
Problema 17.

18. O bloco mostrado na figura (a) deste problema encontra-se inicialmente em repouso, sendo, então, solicitado por uma força resultante, $\vec{F}$, de direção e sentido constantes e cujo módulo varia com o tempo de acordo com o gráfico mostrado na figura (b).
    a) Em qual intervalo de tempo o movimento do bloco é uniformemente acelerado?
    b) Há algum intervalo de tempo no qual o movimento é retardado?
    c) Em que instante a aceleração do bloco é máxima?
    d) Em que instante a velocidade do bloco atinge o seu valor máximo?
    e) Há algum intervalo de tempo no qual o movimento é uniforme?



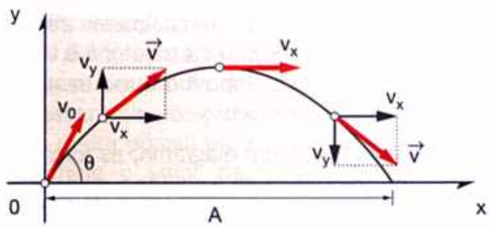
Problema 18.

19. Um bloco é lançado com velocidade $\vec{v}_0$ sobre uma superfície horizontal. Seja μ_c o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície.
    a) Mostre, em um diagrama, todas as forças que atuam no bloco.
    b) Qual dessas forças representa a resultante do sistema?
    c) Determine a aceleração do bloco em função de μ_c e g.
    d) Qual a distância que o bloco percorre até parar?
20. Um corpo de massa $m = 2{,}5$ kg estava se deslocando sobre uma superfície horizontal lisa, com uma velocidade $v_1 = 3{,}5$ m/s. Exercendo-se sobre o corpo uma força $\vec{F}$ horizontal, constante, em sentido contrário à velocidade $\vec{v}_1$, verificou-se que, após um intervalo de tempo $\Delta t = 1{,}5$, o corpo passou a se mover com uma velocidade $v_2 = 2{,}5$ m/s em sentido contrário ao movimento inicial.
    a) Descreva o movimento do corpo durante o intervalo de tempo Δt.
    b) Qual o módulo da aceleração que $\vec{F}$ produziu no corpo?
    c) Qual o valor da força $\vec{F}$?
21. Suponha que você puxe um bloco de massa $m = 2{,}0$ kg com uma força horizontal $F = 10$ N, sobre uma superfície horizontal que apresenta atrito.
    a) Se você observa que o bloco, partindo do repouso, adquire um movimento uniformemente acelerado e percorre uma distância $d = 4{,}0$ m em um tempo $t = 2{,}0$ s, qual é a aceleração do bloco?
    b) Calcule o quociente F/m e explique por que o seu valor não coincide com a resposta da questão (a).
    c) Calcule o valor da força de atrito que atua no bloco.
22. Um elevador tem uma massa $m = 500$ kg. Para este problema, considere $g = 10$ m/s^2.
    a) Qual é o valor da tensão $\vec{T}$ no cabo do elevador quando ele está parado? Quando está subindo com velocidade constante? Quando está descendo com velocidade constante?
    b) Suponha que, ao iniciar uma ascensão, o elevador possua uma aceleração de $2{,}0$ m/s^2. Qual é, neste instante, a tensão no cabo do elevador?
    c) Considere a tensão máxima que o cabo do elevador pode suportar igual a $8{,}0 \times 10^3$ N. Qual a aceleração máxima que poderá ser comunicada ao elevador sem que o cabo arrebente?
23. Suponha que o valor da força de resistência do ar em uma gota de chuva seja dado por $f = kv$, sendo $k = 1{,}0 \times 10^{-4}$ N·s/m. A massa da gota é $m = 0{,}10$ g e considere $g = 10$ m/s^2.
    a) Qual é o valor da aceleração de queda da gota no instante em que sua velocidade é $v = 3{,}0$ m/s?
    b) E no instante em que $v = 8{,}0$ m/s?
    c) Qual é o valor da velocidade terminal da gota?
24. Um bloco desce um plano inclinado que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Sendo $\mu_c = 0{,}30$ o coeficiente de atrito cinético entre o plano e o bloco, determine sua aceleração ao descer o plano (considere $g = 10$ m/s^2).
25. Considere o sistema mostrado na figura deste problema. Suponha que não exista atrito no bloco A nem na pequena roldana. Sabendo-se que as massas de A e de B são ambas iguais a 1,0 kg, calcule a aceleração com que estes corpos estão se movendo (sugestão: observe que o peso de B está acelerando conjuntamente os blocos A e B).



Problema 25.

26. *Estudo do movimento de um projétil* — Você já deve ter observado que um corpo, lançado obliquamente no ar, descreve uma trajetória curva, como aquela mostrada na figura deste problema. Este movimento é denominado *movimento de um projétil*. Se a resistência do ar for desprezível, a trajetória do projétil será uma parábola. Para estudar o movimento do projétil, costuma-se imaginá-lo como resultante de um movimento horizontal (segundo OX) e de um movimento vertical (segundo OY).
    a) Qual é a única força que atua no projétil enquanto ele se desloca? (Despreze a resistência do ar.)
    b) Quanto vale a aceleração $\vec{a}_x$ do projétil na direção horizontal? E o valor da aceleração $\vec{a}_y$ na direção vertical?
    c) Considerando as respostas dadas à questão anterior, o que você conclui sobre o valor de $\vec{v}_x$? Descreva como varia o valor de $\vec{v}_y$ enquanto o projétil se movimenta.
    d) A distância A, mostrada na figura, é denominada *alcance* do projétil. O valor de A, para um dado valor da velocidade inicial $\vec{v}_0$, dependerá do ângulo de elevação θ. Usando uma mangueira d'água, procure determinar, experimentalmente, para qual valor de θ o alcance é máximo.



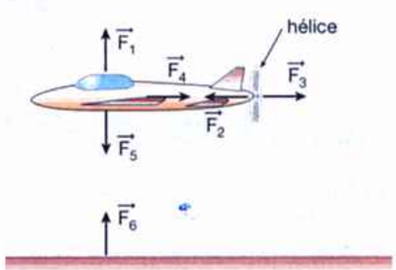
Problema 26.

27. Considere um avião monomotor, com hélice na cauda, voando horizontalmente, em movimento retilíneo uniforme. Na figura estão representadas as direções e os sentidos das seguintes forças:

$\vec{F}_1$: força do ar, sustentando o avião;
$\vec{F}_2$: força do ar sobre a hélice, impulsionando o avião;
$\vec{F}_3$: força da hélice sobre o ar, deslocando-o para trás;
$\vec{F}_4$: força de atrito do ar sobre o avião;
$\vec{F}_5$: peso do avião;
$\vec{F}_6$: força de atração do avião sobre a Terra.

Tendo em vista essas informações, indique a alternativa em que se apresenta uma relação correta entre os módulos de algumas dessas forças.

a) $F_1 + F_6 = F_5$
b) $F_2 > F_4$
c) $F_2 = F_3$
d) $F_5 < F_6$
e) $F_2 = F_3 + F_4$



Problema 27.

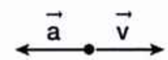
28. Suponha, agora, que o avião do problema anterior esteja voando ainda horizontalmente, mas que o módulo de sua velocidade esteja aumentando. Com base nessas informações, pode-se afirmar que:

a) $F_1 + F_6 = F_5$
b) $F_2 > F_4$
c) $F_2 > F_3$
d) $F_5 < F_6$
e) $F_2 > F_3 + F_4$

29. Suponha um automóvel acelerando durante uma "arrancada" para a frente. Sabe-se que o automóvel possui tração nas rodas dianteiras. Diga qual é o sentido das forças de atrito que o solo exerce sobre o carro, naquele momento:

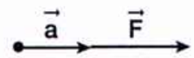
a) Nas rodas dianteiras.
b) Nas rodas traseiras.

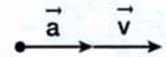
30. Uma partícula está em movimento sob a ação de uma força resultante $\vec{F}$. Sejam $\vec{v}$ e $\vec{a}$, respectivamente, a velocidade e a aceleração da partícula em um dado instante. Em todas as alternativas seguintes estão indicados direções e sentidos fisicamente possíveis para os vetores mencionados, exceto em:

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

(e) 

31. Uma pedra de peso $\vec{P}$ gira em um plano vertical, presa à extremidade de um barbante, de tal maneira que esse seja mantido sempre esticado. Seja $\vec{F}_c$ a força centrípeta na pedra e $\vec{T}$ a tensão exercida sobre ela pelo barbante. Considerando desprezível o atrito com o ar, seria adequado afirmar que, no ponto mais alto da trajetória, atuam na pedra:

a) As três forças $\vec{P}$, $\vec{T}$ e $\vec{F}_c$.
b) Apenas a força $\vec{P}$.
c) Apenas as duas forças $\vec{F}_c$ e $\vec{P}$.
d) Apenas as duas forças $\vec{F}_c$ e $\vec{T}$.
e) Apenas as duas forças $\vec{T}$ e $\vec{P}$.

32. Um pequeno bloco deslizou, sem atrito, ao longo de uma rampa. Medidas realizadas durante o movimento do bloco forneceram os seguintes dados:

Tempo (s)	0	1	2	3	4	5	6
Velocidade (m/s)	0	6	12	18	20	22	24

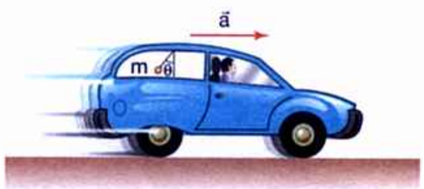
Faça um diagrama representando aproximadamente a forma da rampa na qual se movimentou o bloco.

33. Uma partícula, cuja massa é $m = 100$ g, está se deslocando em movimento retilíneo uniforme, sobre uma superfície horizontal sem atrito, com uma velocidade $v_0 = 4{,}0$ m/s. Em um determinado instante, uma força constante, de módulo $F = 0{,}15$ N, atua paralelamente à superfície, em uma direção perpendicular à velocidade v_0. A força $\vec{F}$ atua durante um intervalo de tempo $\Delta t = 2{,}0$ s.

a) Qual é o módulo, a direção e o sentido da aceleração que a força $\vec{F}$ produz na partícula?
b) Qual é o módulo da velocidade $\vec{v}$ da partícula após cessar a ação da força $\vec{F}$?

34. Um pequeno corpo, de massa m, é suspenso por um fio no teto de um carro. Quando o carro está se movendo em uma estrada horizontal, com uma aceleração $\vec{a}$, o fio toma uma posição inclinada de um ângulo θ com a vertical (veja a figura deste problema).
   a) Mostre, em um diagrama, as forças que atuam no corpo suspenso.
   b) Qual é a força que provoca a aceleração do corpo suspenso?
   c) Mostre que a aceleração do carro é dada por $a = g \cdot \text{tg}\,\theta$

   Observação: Esse dispositivo pode ser usado como um acelerômetro, isto é, uma pessoa, no interior do carro, poderá medir sua aceleração através da medida do ângulo θ.



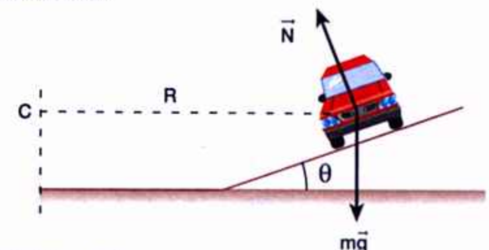
Problema 34.

35. No exemplo 3 da secção 5.4, suponha que o elevador esteja descendo com uma aceleração $\vec{a}$ dirigida para baixo.
   a) Mostre que a leitura da balança de mola será $F = m\,(g - a)$.
   b) Baseado na resposta à questão anterior, qual seria a leitura da balança se o cabo do elevador se arrebentasse? Interprete fisicamente este resultado (veja a figura desta questão).
   c) Em que condições poderia ser observada a situação mostrada na figura desta questão?

Problema 35.

36. Um corpo é lançado verticalmente para cima, atinge o ponto mais alto da trajetória e volta ao ponto de lançamento. Supondo que a resistência do ar não seja desprezível:
   a) Mostre, em um diagrama, as forças que atuam no corpo durante a subida e durante a descida.
   b) O módulo de sua aceleração, na subida, é maior, menor ou igual ao valor de g?
   c) Ao descer, o módulo da aceleração do corpo é maior, menor ou igual ao valor de g?
   d) Baseado em suas respostas às questões anteriores, você acha que o tempo de subida será maior, menor ou igual ao tempo de descida?

37. Um carro, de massa m, está descrevendo uma curva de raio R e centro C, com uma velocidade $\vec{v}$ (veja a figura deste problema). Para fazer com que o carro tenha mais segurança ao descrever essa curva, os engenheiros constroem a pista de modo que a parte externa dela seja mais elevada. Sendo θ o ângulo de elevação dado à pista, vamos determinar o valor desse ângulo para que o carro consiga fazer a curva mesmo na ausência total de atrito (pista completamente lisa).



Problema 37.

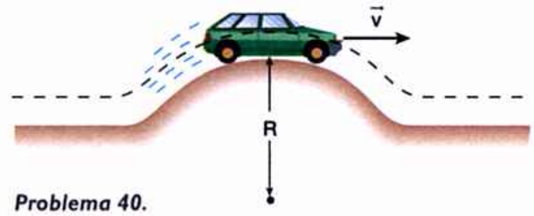
   a) Desenhe, em uma cópia da figura, as componentes vertical $\vec{N}_V$ e horizontal $\vec{N}_H$, da reação normal $\vec{N}$ da pista sobre o carro.
   b) Expresse o módulo da componente horizontal $\vec{N}_H$ em função de mg e de θ.
   c) Usando sua resposta à questão anterior, mostre que o valor de θ é dado por $\text{tg}\,\theta = v^2/gR$.
   d) Suponha que um carro de Fórmula 1, com uma velocidade de 180 km/h, estivesse descrevendo uma curva de raio $R = 50$ m. Imagine que a pista estivesse totalmente coberta de óleo (sem atrito) e determine qual deveria ser o valor de sua inclinação θ para que o carro conseguisse descrever a curva normalmente (considere $g = 10$ m/s^2). Você acha que seria viável uma pista como essa?

38. Imagine que a velocidade de rotação da Terra fosse aumentando gradualmente. Para um determinado valor dessa velocidade, os corpos situados na superfície da Terra, na linha do Equador, estariam flutuando, sem exercer compressão sobre o solo (os pesos aparentes desses corpos seriam nulos). Sendo o raio da Terra $R = 6\,400$ km e considerando $g = 10$ m/s^2, calcule qual seria o período de rotação da Terra quando isso acontecesse.

39. A pedra mencionada no problema 14, de massa $m = 0{,}50$ kg, está oscilando como um pêndulo, suspensa por um fio de comprimento $L = 1{,}0$ m. Ao passar pela posição mais baixa de sua trajetória, a pedra possui uma velocidade $v = 2{,}0$ m/s. Determine o valor da tensão $\vec{T}$ no fio nesta posição ($g = 10$ m/s^2).

40. Um carro, de massa $m = 1\,500$ kg, movendo-se em uma estrada a 36 km/h, passa por uma lombada cujo raio, no ponto mais alto, vale $R = 50$ m (veja a figura deste problema). Considerando $g = 10$ m/s^2:

a) Calcule a compressão vertical que o carro está exercendo sobre o chão ao passar por aquele ponto.



Problema 40.

b) Compare o valor dessa compressão com o peso do carro.

questões de vestibular

As questões de vestibular se encontram no final do livro.

apêndice

B.I. Movimento de um projétil

O QUE É UM PROJÉTIL

Na fig. B-1 mostramos um canhão lançando uma bala obliquamente, próximo à superfície da Terra, com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$. Qualquer objeto lançado de maneira semelhante a esta é denominado um **projétil**.

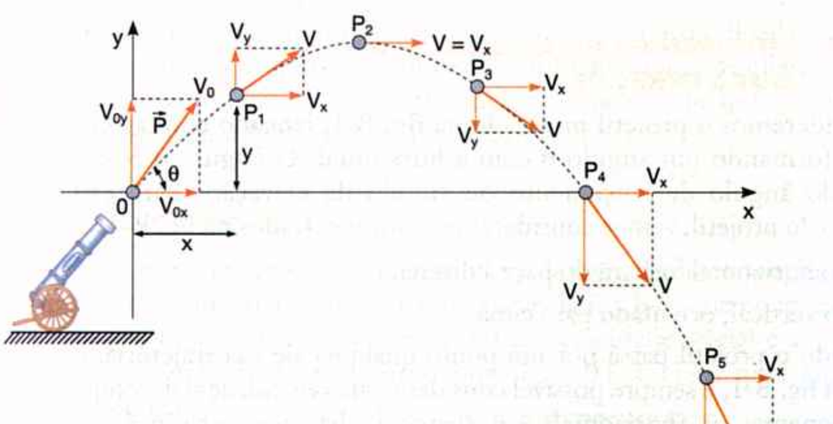
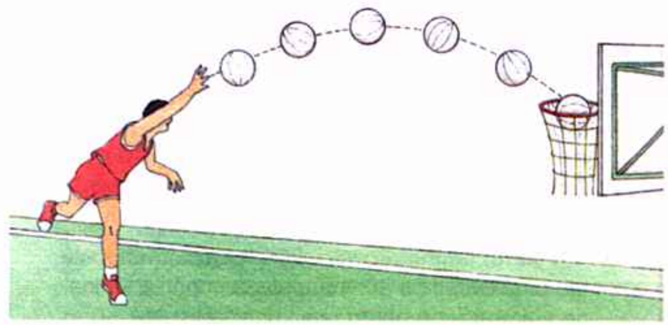


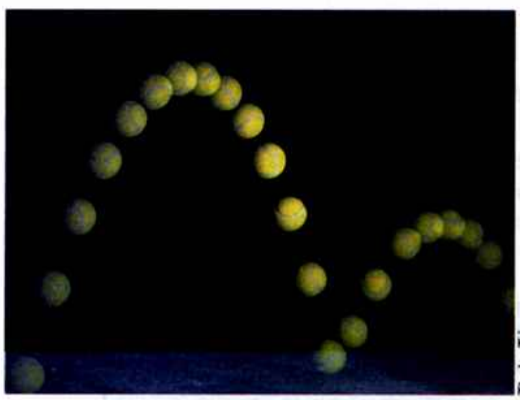
Fig. B-1: *O movimento de um projétil pode ser estudado como resultante da superposição de dois movimentos: um horizontal e outro vertical.*



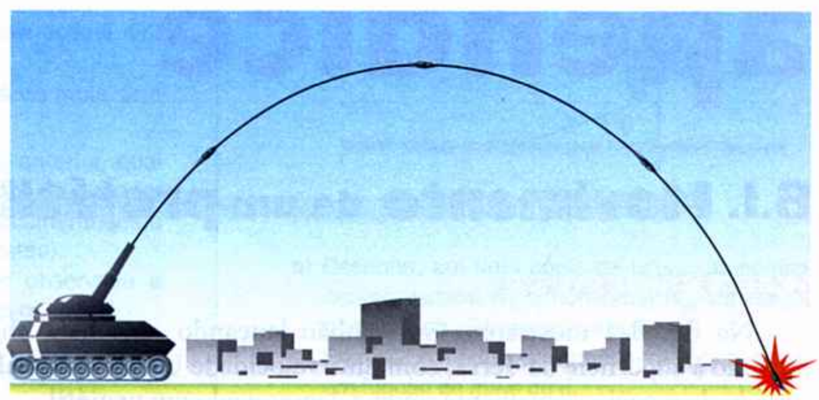
A bola descreve uma trajetória parabólica no ar.

Como sabemos, durante o movimento do projétil no ar, ele estará sujeito à ação de seu peso e da força de resistência do ar. Em nosso estudo, vamos considerar apenas as situações nas quais a resistência do ar é desprezível em relação ao peso do objeto. Nestes casos, o projétil descreve uma trajetória curva, semelhante àquela mostrada na fig. B-1. Podemos mostrar que essa curva é uma **parábola**.

Como a única força que atua no projétil é o seu peso, concluímos que o movimento é acelerado e sua aceleração será a aceleração da gravidade $\vec{g}$. Observe que, no movimento do projétil, a aceleração $\vec{g}$ e a velocidade $\vec{v}$, em geral, não têm a mesma direção, nem se mantêm perpendiculares entre si, como nos casos de movimentos que já estudamos. Por essa razão, o estudo desse movimento deverá ser abordado de uma maneira especial, que apresentaremos a seguir.



Fotografia estroboscópica de uma bola movendo-se como um projétil após rebater no chão. Observe a forma parabólica da trajetória e o movimento retardado na subida e acelerado na descida.



Thales Trigo

Sendo desprezível a resistência do ar, a trajetória de um projétil é uma parábola.

PROJÉTIL: MOVIMENTO ANALISADO AO LONGO DE DUAS DIREÇÕES

Consideremos o projétil mostrado na fig. B-1, lançado com a velocidade inicial $\vec{v}_0$, formando um ângulo θ com a horizontal. O ângulo θ costuma ser denominado ângulo de lançamento ou ângulo de elevação. Para estudar o movimento do projétil, vamos considerar os eixos mostrados na fig. B-1:

- OX – eixo horizontal, orientado para a direita;
- OY – eixo vertical, orientado para cima.

Quando o projétil passa por um ponto qualquer de sua trajetória, como o ponto P_1 da fig. B-1, é sempre possível considerar sua velocidade $\vec{v}$ decomposta em suas componentes, $\vec{v}_x$ (horizontal) e $\vec{v}_y$ (vertical). Isto nos permitirá analisar o movimento do projétil como uma composição de dois movimentos: um movimento horizontal, ao longo de OX (com velocidade $\vec{v}_x$), e um movimento vertical, ao longo de OY (com velocidade $\vec{v}_y$). As componentes $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$, num instante qualquer, poderiam ser imaginadas como as velocidades com que se deslocariam, sobre OX e OY, as sombras do projétil projetadas ortogonalmente sobre esses eixos (fig. B-1). Entretanto, não devemos nos esquecer de que esse artifício é apenas um recurso para facilitar o estudo do movimento e que o projétil, na realidade, está se deslocando sobre a trajetória curva (parabólica) mostrada na fig. B-1.

ACELERAÇÃO DO PROJÉTIL

Já dissemos que a aceleração do projétil é a aceleração da gravidade $\vec{g}$. Entretanto, vamos agora passar a analisar o movimento segundo os eixos OX e OY.

Para o movimento do projétil, como para outro movimento qualquer, sabemos que em cada instante a 2ª lei de Newton é obedecida, isto é, temos $\vec{R} = \vec{a}$. Na análise segundo os dois eixos, teríamos então:

$$R_x = ma_x \qquad \text{e} \qquad R_y = ma_y$$

onde R_x e a_x são as componentes de $\vec{R}$ e $\vec{a}$ sobre OX, e R_y e a_y são as componentes de $\vec{R}$ e $\vec{a}$ sobre OY. Sendo o peso do objeto a única força que atua no projétil, a qual, como sabemos, é uma força vertical, dirigida para baixo, sua projeção sobre o eixo OX é nula, ou seja, $R_x = 0$. Logo:

$$a_x = \frac{R_x}{m} \qquad \text{donde} \qquad \boxed{a_x = 0}$$

Portanto, se $a_x = 0$, o movimento do projétil na direção OX (horizontal) é um *movimento uniforme*. Em outras palavras, a componente horizontal $\vec{v}_x$ da velocidade $\vec{v}$ do projétil permanece constante durante o movimento (a "sombra" do projétil sobre OX se desloca com movimento uniforme).

Para o eixo OY, temos $R_y = -mg$ (lembre-se que OY está orientado para cima e $\vec{P} = m\vec{g}$ é uma força dirigida para baixo). Logo:

$$a_y = \frac{R_y}{m} = \frac{-mg}{m} \qquad \text{donde} \qquad \boxed{a_y = -g}$$

Isso significa que o movimento do projétil na direção OY (vertical) é um *movimento uniformemente variado* (g é constante) e sua aceleração está orientada para baixo. Em outras palavras, a componente v_y da velocidade $\vec{v}$ do projétil tem módulo variável: diminui uniformemente enquanto o projétil sobe, anula-se no ponto mais alto da trajetória e aumenta uniformemente enquanto o projétil desce (este é o movimento uniformemente variado com que a "sombra" do projétil se desloca, subindo e descendo sobre o eixo OY).

VELOCIDADE DO PROJÉTIL

Vimos que a componente horizontal $\vec{v}_x$, da velocidade do projétil, permanece constante durante o movimento. Observe, pela fig. B-1, que no instante do lançamento ($t = 0$) a componente horizontal da velocidade inicial é $v_{0x} = v_0 \cos\theta$. Como essa componente não varia (pois $a_x = 0$), é claro que, em qualquer instante, temos:

$$v_x = v_{0x} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{v_x = v_0 \cos\theta}$$

No movimento ao longo do eixo OY, a velocidade inicial ($t = 0$) é a componente vertical de $\vec{v}_0$, ou seja, $v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta$ (veja a fig. B-1). Como esse movimento é uniformemente variado, com aceleração $a_y = -g$, é claro que, em qualquer instante t, teremos:

$$v_y = v_{0y} - gt \quad \text{ou} \quad \boxed{v_y = v_0 \operatorname{sen} \theta - gt}$$

Sabendo-se determinar os valores de $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$ em cada instante, o módulo da velocidade $\vec{v}$ do projétil naquele instante é obtido facilmente, pois sendo $\vec{v}$ a resultante de $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$, vem pela fig. B-1 que

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad \text{ou} \quad \boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

POSIÇÃO DO PROJÉTIL

Em um instante t qualquer, é possível conhecer a posição do projétil sobre sua trajetória se forem conhecidas as coordenadas X e Y mostradas na fig. B-1. É claro que, conhecendo X (distância do projétil ao eixo OY) e Y (distância do projétil ao eixo OX), saberemos localizar o projétil de maneira semelhante à localização de um ponto em um gráfico, como você já está habituado.

O valor de X, em um instante t, representa o deslocamento do projétil ao longo de OX. Como a velocidade v_x neste movimento permanece constante, é claro que:

$$X = v_x t \quad \text{ou} \quad \boxed{X = (v_0 \cos \theta)\, t}$$

Por sua vez, Y representa o deslocamento ao longo de OY. Como esse movimento é uniformemente variado, com uma aceleração $a_y = -g$, temos:

$$Y = v_{0y} t - (1/2) g t^2 \quad \text{ou} \quad \boxed{Y = (v_0 \operatorname{sen} \theta)\, t - (1/2)\, g t^2}$$

Esclarecemos, mais uma vez, que como estamos trabalhando com eixos orientados, esse valor de Y *não* representa, necessariamente, a distância percorrida na vertical, mas sim a posição do projétil ao longo do eixo OY.

Exemplo 1

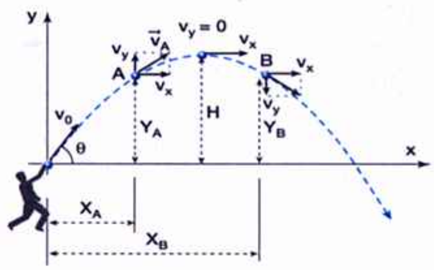


Fig. B-2: *Para o exemplo 1.*

Uma pessoa arremessa obliquamente uma bola com uma velocidade inicial $v_0 = 10$ m/s e um ângulo de lançamento $\theta = 60°$ (fig. B-2). Suponha que $g = 10$ m/s^2, despreze a resistência do ar e considere o instante do lançamento como a origem da contagem do tempo ($t = 0$).

a) No instante $t = 0{,}50$ s, qual é o valor da velocidade da bola?

Como sabemos, a bola descreverá uma parábola (movimento de um projétil) e sua velocidade poderá ser obtida se conhecermos suas componentes $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$, analisadas nesta secção. Temos então:

$$v_x = v_0 \cos \theta = 10 \times \cos 60° \quad \textit{donde} \quad v_x = 5{,}0 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \theta - gt = 10 \times \operatorname{sen} 60° - 10 \times 0{,}50 \quad \textit{donde} \quad v_y = 3{,}6 \text{ m/s}$$

Observe que, sendo $v_y > 0$, podemos concluir que a bola, nesse instante, está se movendo para cima, como representado pelo ponto A da fig. B-2. O módulo da velocidade $\vec{v}_A$ da bola, nesse instante, será:

$$v_A = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{5{,}0^2 + 3{,}6^2} \quad \textit{donde} \quad v_A = 6{,}1 \text{ m/s}$$

b) Qual é a posição da bola no instante $t = 0,50$ s?

A posição da bola, como vimos, é fornecida pelas coordenadas X_A e Y_A do ponto A, onde a bola se encontra naquele instante (veja a fig. B-2). Temos:

$$X_A = (v_0 \cos\theta)\, t = 10 \times \cos 60^\circ \times 0{,}50 \qquad \textit{donde} \qquad X_A = 2{,}5 \text{ m}$$

$$Y_A = (v_0 \operatorname{sen}\theta)\, t - 1/2\, gt^2 = 10 \times \operatorname{sen} 60^\circ \times 0{,}50 - 1/2 \times 10 \times 0{,}50^2$$

$$\textit{donde} \qquad Y_A = 3{,}1 \text{ m}$$

c) Determine os valores das componentes v_x e v_y da velocidade da bola no instante $t = 1{,}22$ s.

Usando as equações conhecidas, temos:

$$v_x = v_0 \cos\theta = 10 \times \cos 60^\circ \qquad \textit{donde} \qquad v_x = 5{,}0 \text{ m/s}$$

Observe que esse valor, como já deveríamos esperar, é o mesmo obtido para v_x no instante $t = 0,50$ s (o valor da componente horizontal v_x é constante no movimento do projétil).
Para v_y, temos:

$$v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta - gt = 10 \times \operatorname{sen} 60^\circ - 10 \times 1{,}22 \qquad \textit{donde} \qquad v_y = -3{,}6 \text{ m/s}$$

O valor negativo obtido para v_y mostra que, no instante $t = 1,22$ s, a bola está se movendo para baixo. Como o módulo de v_y é o mesmo nos instantes $t = 0,50$ s e $t = 1,22$ s, concluímos que, nesse último instante, a bola está passando pelo ponto B, situado à mesma altura que o ponto A (fig. B-2), como será confirmado na questão seguinte.

d) Determine a posição da bola no instante $t = 1,22$ s.

Essa posição é definida pelas coordenadas X_B e Y_B, mostradas na fig. B-2. Temos:

$$X_B = (v_0 \cos\theta)\, t = 10 \times \cos 60^\circ \times 1{,}22 \qquad \textit{donde} \qquad X_B = 6{,}1 \text{ m}$$

$$Y_B = (v_0 \operatorname{sen}\theta)\, t - 1/2\, gt^2 = 10 \times \operatorname{sen} 60^\circ \times 1{,}22 - 1/2 \times 10 \times (1{,}22)^2$$

$$\textit{donde} \qquad Y_B = 3{,}1 \text{ m}$$

Então, conforme dissemos, o ponto B está à mesma altura que o ponto A.

Exemplo 2

Considerando a bola do exemplo 1:

a) Calcule o instante em que ela chega ao ponto mais alto de sua trajetória.

Quando a bola atinge o ponto mais alto da trajetória, a componente v_y de sua velocidade se anula, isto é, a velocidade da bola é constituída apenas pela componente v_x, como está indicado na fig. B-2. Então, fazendo $v_y = 0$ na equação $v_y = v_0 \operatorname{sen}\theta - gt$, obteremos o tempo solicitado. Assim:

$$0 = v_0 \operatorname{sen}\theta - gt \qquad \textit{donde} \qquad t = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Logo:

$$t = \frac{10 \times \operatorname{sen} 60^\circ}{10} \qquad \textit{ou} \qquad t = 0{,}86 \text{ s}$$

b) Qual o valor da altura máxima H alcançada pela bola?

O valor de H (veja a fig. B-2) corresponde ao valor de Y no instante calculado na questão anterior. Da equação

$$Y = (v_0 \operatorname{sen}\theta)\, t - 1/2\, gt^2 \qquad \textit{vem}$$

$$H = 10 \times \operatorname{sen} 60^\circ \times 0{,}86 - 1/2 \times 10 \times 0{,}86^2 \qquad \textit{donde} \qquad H = 3{,}7 \text{ m}$$

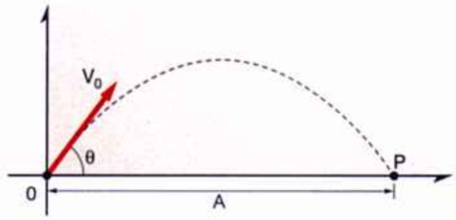


Fig.B-3: *A distância A assinalada é o alcance do projétil.*

Exemplo 3

Suponha que um projétil tenha sido lançado com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ e com um ângulo de elevação θ. Considere um ponto *P* situado no mesmo nível horizontal do ponto *O* de lançamento. A distância *OP* (veja a fig. B-3) é denominada alcance do projétil.

a) Quanto tempo decorre, desde o instante do lançamento até que o projétil chegue ao ponto *P*?

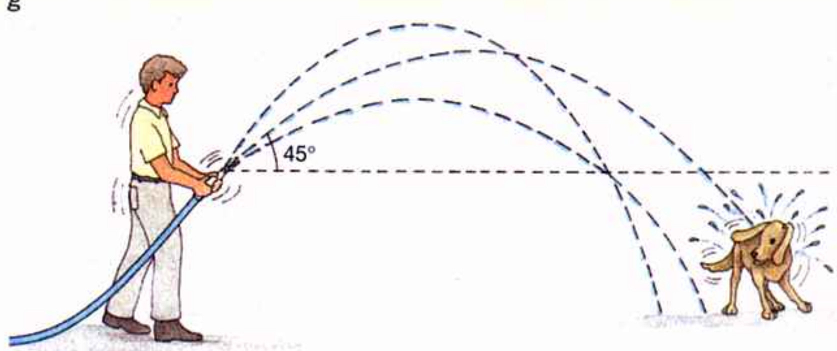
O ponto P corresponde a uma posição do projétil na qual temos $Y = 0$. Portanto, obteremos o tempo solicitado fazendo $Y = 0$ na expressão $Y = (v_0 \text{ sen } \theta)\, t - (1/2)\, gt^2$:

$$0 = (v_0 \text{ sen } \theta)\, t - \frac{1}{2} gt^2$$

Resolvendo essa equação (faça isto), obtemos duas soluções:

1º) $t = 0$, que corresponde ao instante do lançamento, no qual também temos $Y = 0$.

2º) $t = \dfrac{2v_0 \text{ sen } \theta}{g}$, que corresponde ao instante em que o projétil chega no ponto P.



Verificação experimental da variação do alcance A com o ângulo de elevação θ.

b) Obtenha uma expressão que permita calcular o valor do alcance do projétil.

O alcance A corresponde ao valor de X no instante calculado na questão anterior. Logo, lembrando que $X = (v_0 \cos \theta)\, t$:

$$A = v_0 \cos \theta \; \frac{2v_0 \text{ sen } \theta}{g} = \frac{v_0^2 (2 \text{ sen } \theta \cos \theta)}{g}$$

Como $2 \text{ sen}\theta \cos\theta = \text{sen } 2\theta$, vem

$$A = \frac{v_0^2 \text{ sen } 2\theta}{g}$$

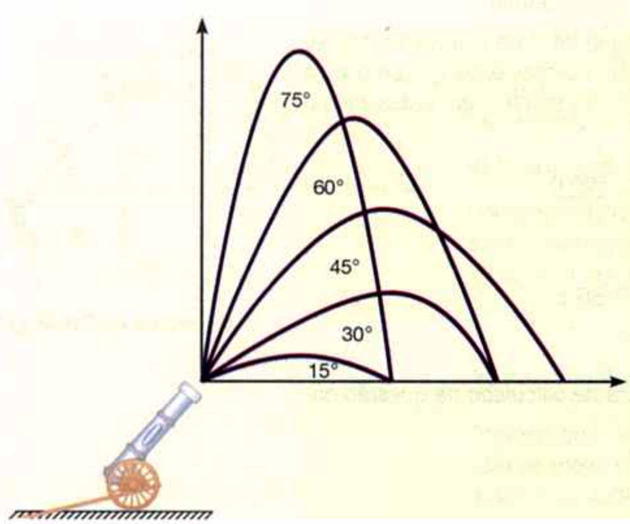


Fig.B-4: *O alcance de um projétil é máximo quando o ângulo de lançamento é de 45°.*

c) Pela expressão obtida na questão anterior, vemos que, para um mesmo valor da velocidade inicial v_0, é possível obter diferentes valores do alcance, variando apenas o ângulo de elevação θ (veja a fig. B-4).

Para que valor do ângulo de elevação o alcance será máximo?

Pela expressão $A = v_0^2 \text{ sen } 2\theta/g$ vemos que o maior valor de A ocorrerá quando $\text{sen } 2\theta = 1$, pois o maior valor do seno de um ângulo é igual a 1. Como este valor ocorre quando o ângulo é igual a 90°, vem:

$$2\theta = 90° \qquad \text{donde} \qquad \theta = 45°$$

Portanto, quando um projétil é lançado com um ângulo de elevação de 45°, seu alcance é máximo (veja a fig. B-4).

Influência da aceleração da gravidade em competições esportivas

Quando um atleta arremessa um dardo, um peso, um disco ou mesmo seu próprio corpo (saltos em altura ou em distância, como na figura I), esses objetos descrevem praticamente trajetórias parabólicas, características do movimento de um projétil. O alcance que o atleta obtém em qualquer um desses lançamentos, além de depender dos valores de v_0 e de θ, é também inversamente proporcional ao valor da aceleração da gravidade. Portanto, como era de esperar, em um local onde o valor de g é mais elevado, o alcance é menor e reciprocamente.

Por esta razão, um atleta que arremessar um dardo, por exemplo, em uma cidade onde o valor de g é relativamente pequeno (como na Cidade do México), será beneficiado. Cálculos cuidadosos mostram que as variações de g de um local para outro podem acarretar diferenças de até 3 cm no alcance de um arremesso de peso. Uma vez que as medições em competições esportivas internacionais são, atualmente, realizadas com grande precisão, uma diferença como a citada pode levar um atleta a receber, injustamente, um título de recordista mundial. Embora as correções necessárias para evitar esse problema possam ser feitas com facilidade, ao que tudo indica elas não costumam ser levadas em conta pelas autoridades competentes. Não deixe de analisar a secção 3.6, que apresenta um Tópico Especial abordando outros aspectos da Física nas competições esportivas.

Stock Photos

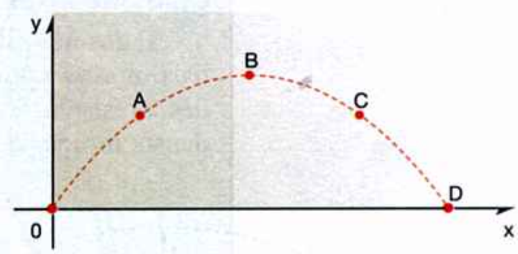
Fig. I: *O valor da aceleração da gravidade influi no resultado de um salto em distância.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. Um projétil é lançado com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ e um ângulo de lançamento θ. Usando as equações e informações estudadas nesta secção, reproduza a tabela deste exercício em seu caderno e complete-a, conforme as indicações nela contidas.

	Ao longo de OX ***(horizontal)***	***Ao longo de OY*** ***(vertical)***
tipo de movimento		
aceleração	$a_x =$	$a_y =$
velocidade inicial	$v_{0x} =$	$v_{0y} =$
velocidade no instante t	$v_x =$	$v_y =$
posição no instante t	$X =$	$Y =$



Exercício 2.

2. A figura deste exercício mostra a trajetória de um projétil que foi lançado do ponto O com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$. Desenhe, em uma cópia da figura, vetores que representem a velocidade e a aceleração do projétil em cada um dos pontos indicados (pontos O, A, B, C e D). Os tamanhos dos vetores devem dar uma idéia dos pontos onde os módulos das grandezas representadas são maiores, iguais ou menores.

3. Uma pedra é arremessada com uma velocidade inicial $v_0 = 8,0$ m/s formando um ângulo $\theta = 30°$ com a horizontal. Considerando $g = 10$ m/s^2, no instante $t = 0,60$ s:
   a) Qual é a posição da pedra, isto é, quais são os valores das coordenadas X e Y da pedra?
   b) Conhecendo apenas a resposta da questão anterior, você poderia dizer se a pedra, naquele instante, está subindo ou descendo?
   c) Calcule as componentes horizontal e vertical da velocidade da pedra.
   d) Diga, então, se a pedra está subindo ou descendo no instante considerado.
4. a) Consultando os exemplos 2 e 3, resolvidos nesta secção, procure as expressões que fornecem o tempo, t_s, de subida do projétil (tempo para atingir a altura máxima) e o tempo, t_A, de alcance (tempo para o projétil retornar ao nível de lançamento). Qual é a relação entre esses dois tempos?
   b) Tendo em vista o que foi analisado no estudo da queda livre, você esperava o resultado obtido na questão (a)?
5. Suponha que a pessoa que arremessou a pedra do exercício 3, imediatamente após o lançamento, partiu correndo com uma velocidade tal que, a todo momento, observava a pedra situada diretamente, na vertical, sobre sua cabeça.
   a) Sabendo-se que a pessoa se deslocava em uma superfície horizontal, determine o valor de sua velocidade.
   b) Você acha que a velocidade calculada em (a) é possível de ser desenvolvida por uma pessoa normal?
6. No exercício 3, considere a pedra no instante $t = 1,0$ s após ter sido arremessada.
   a) Determine a posição da pedra nesse instante.
   b) Diga, com suas palavras, o que significa o valor encontrado para Y.
   c) Baseando-se apenas na resposta da questão (a), diga se o tempo que a pedra gasta para atingir a posição correspondente ao alcance é maior, menor ou igual a 1,0 s.

Resistência do ar no movimento de um projétil

O texto abaixo foi traduzido da edição francesa da obra *Física recreativa*, do autor russo Yakov Perelman, reconhecida internacionalmente como um livro de grande valor para a divulgação de conceitos e aplicações interessantes e curiosas da Física. Temos certeza de que a leitura desse livro será útil e agradável para os alunos que se sintam atraídos pelo estudo da Física. A obra pode ser encontrada em português sob o título *Aprenda Física brincando*, Hemus, São Paulo.

Uma bala no ar

Todos nós sabemos que o ar oferece resistência ao movimento de uma bala, mas são poucos aqueles que têm uma noção exata do valor da força dessa resistência. Quase todos imaginam que o ar é um meio muito pouco denso, incapaz de frear sensivelmente o rápido movimento de uma bala de espingarda, pois, normalmente, esse efeito não é, de fato, percebido.

Mas basta observar a fig. I para compreender que o ar, na realidade, constitui um obstáculo muito sério. A grande curva da fig. I representa a trajetória que uma bala descreveria se a atmosfera não existisse. Ao ser lançada pela espingarda, sob um ângulo de elevação de 45° e com uma velocidade inicial de 620 m/s, o alcance da bala seria de 40 km e ela descreveria um enorme arco de 10 km de altura. Na realidade, no ar a bala tem um alcance apenas de 4 km, descrevendo um arco tão pequeno que é mal percebido no desenho.

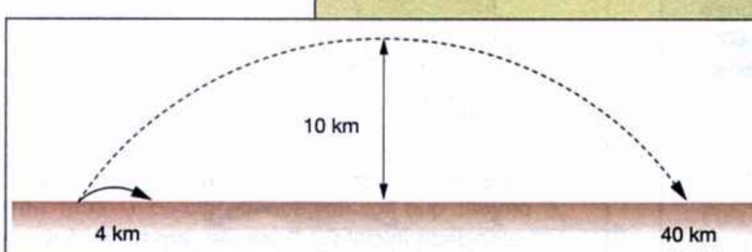


Fig. I: ***No movimento de um projétil, a resistência do ar pode ter efeitos significativos.***

Um tiro de longo alcance

A artilharia alemã foi a primeira a tentar atingir um inimigo situado a uma distância superior a 100 km. Isto ocorreu no fim da Primeira Guerra Mundial (1918), quando a aviação francesa e a inglesa conseguiram dar fim aos ataques aéreos dos alemães. O Estado-maior alemão encontrou, então, outra maneira de atingir a capital francesa, distanciada de mais de 110 km da linha de frente do exército germânico.

O processo, totalmente novo, foi descoberto por acaso. Os artilheiros alemães constataram, com surpresa, que ao aumentar o ângulo de elevação de um canhão de grosso calibre, o alcance da bala passava de 20 km para cerca de 40 km. O projétil, lançado com uma grande velocidade inicial, em uma trajetória muito inclinada, atingia camadas rarefeitas da atmosfera, onde a resistência do ar era quase desprezível. Percorria, assim, nesse meio, uma parte considerável de seu caminho e descia ao longo de uma trajetória também bastante inclinada. A fig. II mostra diferentes trajetórias percorridas em virtude de alterações no ângulo de elevação.

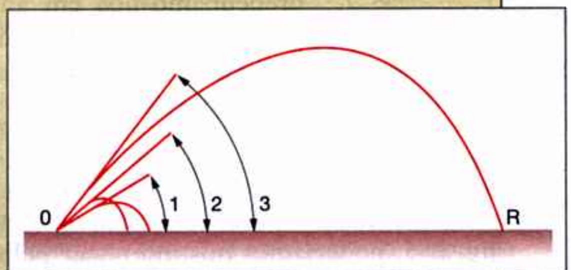


Fig.II: *Com o ângulo de lançamento nº 3, o projétil atingiu camadas de ar muito rarefeitas e o seu alcance tornou-se consideravelmente maior.*

Este fenômeno foi usado pelos idealizadores do canhão de longo alcance, para bombardear a cidade de Paris a uma distância de 115 km. No verão de 1918, esse canhão lançou mais de 300 projéteis sobre a capital francesa.

O canhão "Big Bertha"

Vejamos, a seguir, algumas características do canhão construído pelos alemães. Consistia em um enorme tubo de aço, com 34 m de comprimento e mais de 1 m de diâmetro (fig. III). A espessura das paredes da culatra era de 40 cm. O conjunto pesava 750 toneladas e suas balas, de 120 kg, tinham 1 m de comprimento e 21 cm de diâmetro. A carga de pólvora era de 150 kg e, ao explodir, exercia uma pressão de 5000 atmosferas, lançando o projétil com uma velocidade inicial de 2000 m/s. O tiro era disparado segundo um ângulo de elevação de 52° e o ponto superior do arco descrito pela bala situava-se a 40 km de altitude, isto é, a bala penetrava consideravelmente na estratosfera. O projétil gastava 3,5 minutos para alcançar Paris, dos quais 2 minutos eram passados na estratosfera.

Estas eram as características do primeiro canhão de longo alcance, antecessor da artilharia moderna.

Fig.III: *O grande canhão, conhecido como Big Bertha, construído pelos alemães na Primeira Guerra Mundial (1914-1918), para bombardear Paris de uma distância de 115 km.*

B.2. A aplicação das leis de Newton a sistemas de corpos

Fig.B-5: *A força F está acelerando os dois corpos A e B.*

Neste capítulo, ao aplicarmos a 2ª lei de Newton a situações concretas, focalizamos nossa atenção apenas nas forças que atuavam em uma única partícula. Em outras palavras, preocupamo-nos em analisar o movimento de apenas uma partícula, apesar de outros corpos estarem envolvidos no problema, interagindo com a partícula considerada (exercendo forças sobre ela).

Entretanto, em algumas situações, pode haver interesse em estudar o movimento não apenas de uma partícula, mas de dois ou mais corpos*, isto é, de um sistema de corpos que se movimentam em conjunto. Por exemplo, na fig. B-5, poderíamos nos interessar pelo movimento do conjunto constituído pelos corpos A e B, ligados por um fio. Estes corpos se movimentam sob a ação da força externa $\vec{F}$ (exercida por outro corpo não pertencente ao sistema) e de forças internas (provenientes de interações entre os corpos do sistema). Não é difícil perceber que as forças internas, como conseqüência da 3ª lei de Newton, aparecem sempre aos pares, com módulos iguais e de sentidos contrários (ação e reação, cada uma atuando em partes distintas do sistema que interagem). Por esta razão, as forças internas não têm influência na aceleração do sistema como um todo, a qual é determinada exclusivamente pela resultante das forças externas.

Nos exemplos seguintes serão analisados os movimentos de sistemas de corpos nos quais calcularemos algumas grandezas (forças e acelerações) relacionadas com esses movimentos.

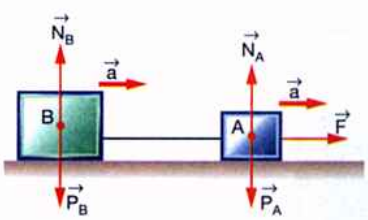


Fig.B-6: *Para o exemplo 1.*

Exemplo 1

Considere o sistema, constituído pelos blocos A e B, mostrado na fig. B-6 e sejam $m_A = 2{,}0$ kg e $m_B = 3{,}0$ kg. Este conjunto é submetido à ação de uma força externa $\vec{F}$, de módulo $F = 10$ N, e se desloca sobre uma superfície horizontal sem atrito. O fio (ou corda) que une os blocos tem massa desprezível.

a) Determine a aceleração do sistema de corpos.

Como os dois corpos se deslocam em conjunto (o fio permanece esticado e não se distende), eles vão adquirir a mesma aceleração $\vec{a}$ representada na fig. B-6. A maneira mais direta de determinar essa aceleração consiste em procurar a resultante, $\vec{R}$, das forças externas que atuam no sistema, isto é, a força responsável por essa aceleração. Como a massa total do sistema, $m = m_A + m_B$, é conhecida, a aceleração do conjunto poderá ser calculada por meio da 2ª lei de Newton: $\vec{a} = \vec{R}/m$. Além da força $\vec{F}$, as forças externas que atuam no sistema estão mostradas na fig. B-6:

– em A: o peso $\vec{P}_A$ e a reação normal $\vec{N}_A$, que, como sabemos, se equilibram.

– em B: o peso $\vec{P}_B$ e a reação normal $\vec{N}_B$, que também se equilibram.

Assim, a resultante das forças externas está representada pela força $\vec{F}$, isto é, a força $\vec{F}$ está acelerando os dois corpos, A e B, em conjunto. Logo, o módulo da aceleração do sistema será:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{10}{2{,}0 + 3{,}0} \qquad \text{donde} \qquad a = 2{,}0 \text{ m/s}^2$$

* Conforme já dissemos no início do estudo da Mecânica, os corpos com os quais estamos tratando serão sempre considerados como partículas.

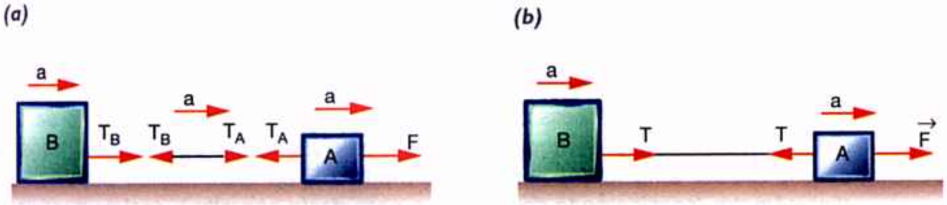


Fig.B-7: *Para o exemplo 1 (questão b).*

b) Calcule a tensão no fio que une os corpos A e B.

Para resolver esta questão, teremos que analisar as forças internas de interação entre os corpos que constituem o sistema. Quando a força $\vec{F}$ atua em A, tendendo a deslocar o sistema, o corpo A solicita a extremidade do fio com uma força T_A, que representa a tensão nessa extremidade do fio (esta força está mostrada na fig. B-7-a, na qual, para maior clareza, a corda está desenhada como se estivesse separada dos corpos A e B). Pela 3ª lei de Newton, o fio reage e atua sobre A com uma força igual e contrária, como está mostrado na fig. B-7-a. O fio esticado puxa o corpo B com uma força T_B e este, reagindo, produz na extremidade do fio uma tensão de módulo igual a T_B (3ª lei de Newton). A corda está, portanto, sob a ação das forças de módulos T_A e T_B de sentidos contrários, atuando em suas extremidades. Evidentemente, ela está se deslocando com a mesma aceleração $\vec{a}$ do conjunto. Aplicando a 2ª lei de Newton apenas à corda, temos:

$$T_A - T_B = m_c a$$

Mas estamos considerando que a massa da corda, m_c, é desprezível, ou seja, $m_c = 0$. Então,

$$T_A - T_B = 0 \qquad \text{donde} \qquad T_B = T_A$$

Portanto, o conjunto pode ser representado da maneira simplificada mostrada na fig. B-7-b, no qual as forças T_A e T_B que a corda exerce em A e B são designadas por T, isto é,

$$T = T_A = T_B .$$

Podemos, agora, calcular o valor dessa tensão T aplicando a 2ª lei de Newton isoladamente, ao corpo A ou ao corpo B:

- isolando o corpo B: a força resultante sobre B é a tensão T (veja a fig. B-7-b). Logo:

$$T = m_B a = 3{,}0 \times 2{,}0 \qquad \text{donde} \qquad T = 6{,}0 \text{ N}$$

- isolando o corpo A: o módulo da força resultante que atua em A é $R = F - T$. Logo:

$$F - T = m_A a \qquad \text{ou} \qquad 10 - T = 2{,}0 \times 2{,}0 \qquad \text{donde} \qquad T = 6{,}0 \text{ N}$$

Observe que, como era esperado, em ambos os casos obtivemos o mesmo valor para a tensão T.

Exemplo 2

Suponha que um dinamômetro, de massa desprezível, tenha sido introduzido entre os corpos A e B do exemplo anterior, da maneira mostrada na fig. B-8-a. Determine a leitura desse dinamômetro.

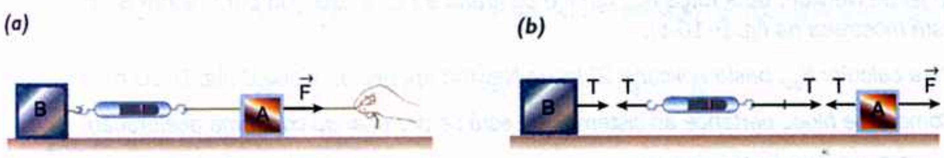


Fig.B-8: *Para o exemplo 2.*

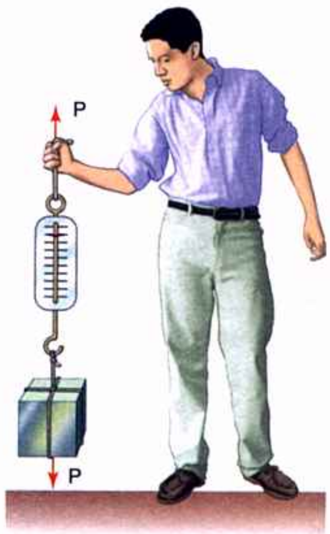


Fig.B-9: *A escala deste dinamômetro está indicando um valor igual a P.*

Considerando a análise das forças internas que atuavam no fio, feita no exemplo anterior, concluímos que o dinamômetro é solicitado, em suas extremidades, por duas forças de sentidos contrários, ambas de módulo T, uma delas exercida pelo corpo A e a outra, pelo corpo B (veja a fig. B-8-b). Observemos, agora, a fig. B-9, na qual mostramos uma pessoa medindo o peso P de um corpo, por meio de um dinamômetro. É evidente que, para manter o sistema em equilíbrio, a pessoa deverá exercer uma força, também de módulo P, na extremidade superior do dinamômetro (considerando desprezível o peso deste aparelho). Assim, quando a escala de um dinamômetro apresenta uma leitura P, este dinamômetro está sujeito a duas forças opostas, em suas extremidades, ambas de módulo P.

Retornando à fig. B-8-b, concluímos que o dinamômetro, estando sujeito às forças de módulo T em suas extremidades, estará indicando esse valor em sua escala, isto é:

$$\text{leitura do dinamômetro} = T = 6{,}0 \text{ N}$$

Exemplo 3

Os blocos A, B e C, mostrados na fig. B-10-a, de massas $m_A = 1{,}0$ kg, $m_B = 2{,}0$ kg e $m_C = 3{,}0$ kg, estão apoiados sobre uma superfície horizontal sem atrito. Uma força horizontal, de módulo $F = 15$ N, atua sobre o bloco A, empurrando o conjunto.

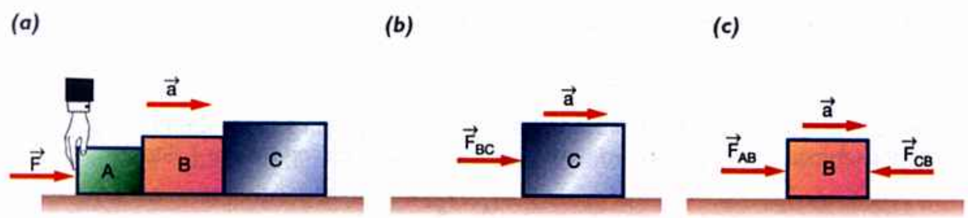


Fig.B-10: *Para o exemplo 3.*

a) Determine a aceleração do sistema de blocos.

Já sabemos que as forças internas não influenciam na aceleração do sistema. Com uma análise semelhante àquela feita no exemplo 1, é fácil concluir que a resultante das forças externas que atuam no conjunto é representada pela força $\vec{F}$. Então, da 2ª lei de Newton, $R = ma$, vem:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} = \frac{15}{1{,}0 + 2{,}0 + 3{,}0} \quad \text{donde} \quad a = 2{,}5 \text{ m/s}^2$$

Evidentemente, a direção e o sentido de $\vec{a}$ são os mesmos de $\vec{F}$, como está mostrado na fig. B-10-a.

b) Calcule o módulo da força que o bloco B exerce sobre o bloco C.

Sob a ação da força $\vec{F}$ que atua diretamente em A, este bloco empurra o bloco B que, por sua vez, empurra o bloco C. Na fig. B-10-b mostramos o corpo C, suposto isolado dos demais, e a força $\vec{F}_{BC}$, que B exerce sobre C. É claro que $\vec{F}_{BC}$ é uma força interna e que, pela 3ª lei de Newton, uma força $\vec{F}_{CB}$, igual e contrária a $\vec{F}_{BC}$, é exercida por C sobre B (a força $\vec{F}_{CB}$ está mostrada na fig. B-10-c).

Para calcular F_{BC}, basta aplicar a 2ª lei de Newton apenas ao bloco C (fig. B-10-b).

Como esse bloco pertence ao sistema, ele está se deslocando com uma aceleração $a = 2{,}5$ m/s² e, assim, temos:

$$F_{BC} = m_C a = 3{,}0 \times 2{,}5 \quad \text{donde} \quad F_{BC} = 7{,}5 \text{ N}$$

c) Calcule o módulo da força que o bloco A exerce sobre o bloco B.

O bloco B está sob a ação da força $\vec{F}_{AB}$ exercida pelo bloco A, e da força $\vec{F}_{CB}$, exercida pelo bloco C (veja a fig. B-10-c) e desloca-se, também, com uma aceleração $a = 2{,}5$ m/s^2. Lembrando que $F_{CB} = F_{BC} = 7{,}5$ N, temos:

$$F_{AB} - F_{CB} = m_B a \quad ou \quad F_{AB} - 7{,}5 = 2{,}0 \times 2{,}5 \quad donde \quad F_{AB} = 12{,}5 \text{ N}$$

Exemplo 4

Um corpo A, de massa $m_A = 2{,}0$ kg, é colocado sobre um plano inclinado de um ângulo $\theta = 30°$. Um outro corpo B, de massa $m_B = 2{,}0$ kg, é preso ao corpo A por meio de um fio de massa desprezível, que passa por uma roldana sem atrito e de massa também desprezível (veja a fig. B-11-a). Considere que os coeficientes de atrito entre o corpo A e o plano inclinado sejam $\mu_e = 0{,}20$ (estático) e $\mu_c = 0{,}10$ (cinético) e que $g = 10$ m/s^2. Suponha que uma pessoa mantenha o corpo A em repouso sobre o plano, abandonando-o em seguida.

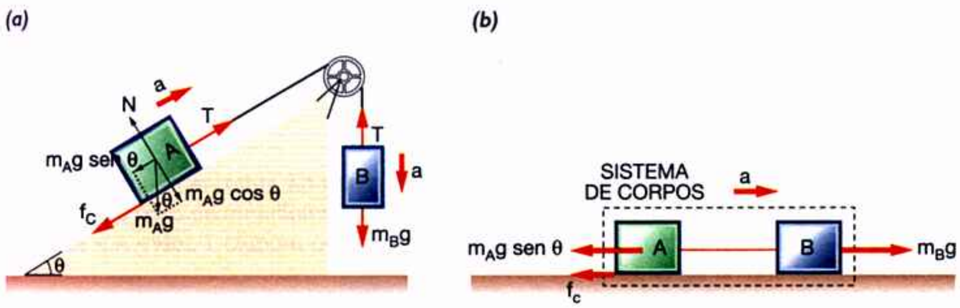


Fig. B-11: *Para o exemplo 4.*

a) Descreva o que ocorre com o sistema depois que A é abandonado.

Como sabemos, são apenas as forças externas que determinam o movimento do sistema. Neste caso, essas forças são as seguintes:

- peso do corpo B:

$$m_B g = 2{,}0 \times 10 \quad ou \quad m_B g = 20{,}0 \text{ N}$$

- peso do corpo A:

$$m_A g = 2{,}0 \times 10 \quad ou \quad m_A g = 20{,}0 \text{ N}$$

Como é usual, vamos decompor esse peso em suas componentes normal e paralela ao plano inclinado (fig. B-11-a):

$$m_A g \cos\theta = 2{,}0 \times 10 \times \cos 30° \quad ou \quad m_A g \cos\theta = 17{,}2 \text{ N}$$

$$m_A g \,\text{sen}\,\theta = 2{,}0 \times 10 \times \text{sen}\, 30° \quad ou \quad m_A g \,\text{sen}\,\theta = 10{,}0 \text{ N}$$

- reação normal, $\vec{N}$, do plano inclinado sobre A:

Como A não se desloca na direção perpendicular ao plano inclinado, as forças N e $m_A g \cos\theta$ estão se equilibrando. Logo:

$$N = m_A g \cos\theta \quad ou \quad N = 17{,}2 \text{ N}$$

- forças de atrito sobre A:

Enquanto A está parado, atuará a força de atrito estático, cujo valor máximo é:

$$f_{eM} = \mu_e N = 0{,}20 \times 17{,}2 \quad ou \quad f_{eM} = 3{,}4 \text{ N}$$

Se A estiver se movendo, atuará a força de atrito cinético, cujo valor é:

$$f_c = \mu_c N = 0{,}10 \times 17{,}2 \qquad ou \qquad f_c = 1{,}7\ \text{N}$$

Observando que $m_B g > m_A g$ sen θ, vemos que a tendência do sistema, ao ser abandonado, será de se mover de tal modo que o corpo B se desloque para baixo, evidentemente tendendo a arrastar o corpo A para cima, ao longo do plano. Portanto, a força de atrito estático atuará para baixo, tendendo a impedir o movimento de A. Observando, então, que

$$m_B g > m_A g\ \text{sen}\ \theta + f_{eM}$$

concluímos que o conjunto entra em movimento, com uma certa aceleração, no sentido da tendência inicial (B em queda e A subindo o plano).

b) Determine o valor da aceleração do conjunto dos corpos A e B.

Como a roldana é sem atrito e sua massa é desprezível, ela não terá nenhum efeito sobre o movimento do sistema, tudo se passando como se as forças que determinam este movimento ($m_B g$, $m_A g$ sen θ e f_c) atuassem na mesma direção, como mostramos na fig. B-11-b. Pela 2ª lei de Newton, $R = ma$ vem:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{m_B g - m_A g\ \text{sen}\ \theta - f_c}{m_A + m_B} = \frac{20{,}0 - 10{,}0 - 1{,}7}{2{,}0 + 2{,}0} \qquad ou \qquad a = 2{,}1\ \text{m/s}^2$$

Portanto, o corpo A sobe o plano com essa aceleração e o corpo B cai com essa mesma aceleração.

c) Calcule a tensão T no fio.

Como as massas do fio e da roldana são desprezíveis e não há atrito na roldana, a tensão terá o mesmo valor T nos dois extremos do fio, de maneira semelhante ao caso analisado no exemplo 1 (fig. B-7-b). Então, o fio exerce forças de mesmo módulo T sobre A e sobre B, como está mostrado na fig. B-11-a.

Aplicando a 2ª lei de Newton ao corpo B, suposto isolado do resto do sistema, temos:

$$m_B g - T = m_B a \qquad ou \qquad 20{,}0 - T = 20{,}0 \times 2{,}1 \qquad donde \qquad T = 15{,}8\ \text{N}$$

O valor de T poderia também ser calculado aplicando-se a 2ª lei de Newton ao corpo A, da seguinte maneira:

$$T - m_A g\ \text{sen}\ \theta - f_c = m_A a \qquad ou \qquad T - 10{,}0 - 1{,}7 = 2{,}0 \times 2{,}1 \qquad donde \qquad T = 15{,}9\ \text{N}$$

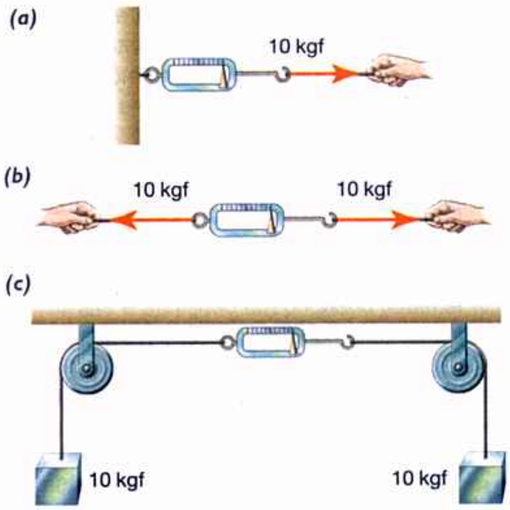
***Observação:** A diferença encontrada no último algarismo (algarismo duvidoso) para o valor de T é causada por aproximações feitas nos cálculos. Evidentemente, os valores encontrados são fisicamente equivalentes porque diferem apenas no algarismo duvidoso.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

7. No exemplo 1, resolvido nesta secção, suponha que a corda que une os corpos A e B tivesse uma massa $m_c = 0{,}20$ kg.
   a) A resultante das forças externas que atuam no sistema sofreria alguma alteração?
   b) Qual seria, então, a aceleração do sistema?
   c) A tensão na extremidade direita da corda (T_A) seria maior, menor ou igual à tensão na extremidade esquerda (T_B)?

8. Lembrando-se do que foi analisado no exemplo 2, resolvido nesta secção, diga qual será a leitura do dinamômetro em cada uma das situações mostradas na figura deste exercício. Em todos os casos, considere desprezíveis os pesos do dinamômetro e dos fios e que não há atrito nas roldanas.



Exercício 8.

9. Considerando o exemplo 3, resolvido nesta secção:
   a) Faça um desenho do corpo *A*, considerado isolado do sistema, e mostre todas as forças que atuam nele.
   b) Aplicando a 2ª lei de Newton ao corpo *A*, determine o módulo da força $\vec{F}_{BA}$ que *B* exerce sobre *A*.
   c) O módulo de $\vec{F}_{BA}$ deveria ser maior, menor ou igual ao módulo de $\vec{F}_{AB}$ (calculado no exemplo 3). Por quê?
   d) Verifique se o resultado encontrado na questão (b) confirma sua resposta à questão (c).

10. Na fig. B-11-a (exemplo 4), quais são as forças internas ao sistema ali analisado e quais são os seus valores?

11. No exemplo 4 desta secção, qual deve ser o mínimo valor do coeficiente de atrito estático entre o corpo *A* e o plano inclinado para que, ao ser abandonado, o sistema permaneça em repouso?

12. Considerando, ainda, o exemplo 4 desta secção, suponha que não exista atrito entre o corpo *A* e o plano inclinado. Nessas condições, calcule:
    a) O módulo da aceleração do sistema ao ser abandonado.
    b) O valor da tensão no fio.

problemas suplementares problemas suplemen

Observação: Nos problemas seguintes, suponha desprezível a resistência do ar e considere $g = 10$ m/s^2.

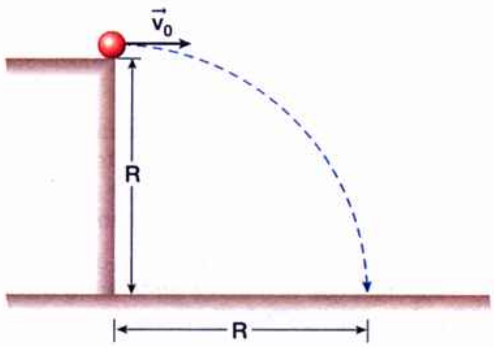
1. Um pequeno avião está voando horizontalmente com uma velocidade de 50 m/s e a uma altitude de 180 m sobre um campo também horizontal, no qual existe um alvo que deve ser atingido por uma bomba abandonada do avião. A que distância, medida na horizontal, antes do alvo, o piloto deve soltar a bomba?

2. Uma pedra foi arremessada com uma velocidade inicial $v_0 = 10$ m/s e ângulo de lançamento $\theta = 30°$. Verifica-se que, depois de um certo tempo, essa pedra atinge uma fruta de uma árvore próxima, situada 5,0 m abaixo do nível de lançamento.
   a) Quanto tempo a pedra gastou para atingir a fruta?
   b) Qual é a distância horizontal entre a fruta e o ponto de lançamento da pedra?

3. a) Procure obter uma expressão que permita calcular o valor da altura máxima *H*, atingida por um projétil. Sua resposta deve ser expressa em termos da velocidade inicial v_0, do ângulo de elevação θ e da aceleração da gravidade *g*.
   b) Usando a expressão obtida em (a), determine qual o ângulo de elevação que deve ser dado ao projétil, sem modificar o módulo de sua velocidade inicial, para que o valor de sua altura máxima seja o maior possível. O resultado que você obteve já era esperado?

4. Considere um projétil se deslocando ao longo de sua trajetória.
   a) O módulo de sua velocidade está variando? E a direção dessa velocidade?
   b) Tendo em vista a resposta da questão anterior, você pode concluir que, em um ponto qualquer da trajetória, o projétil possui aceleração tangencial ($\vec{a}_T$)? E aceleração centrípeta ($\vec{a}_C$)?
   c) Suponha que, em um ponto qualquer da trajetória do projétil, você determine a resultante de $\vec{a}_T$ e $\vec{a}_C$. Que resultado será obtido?

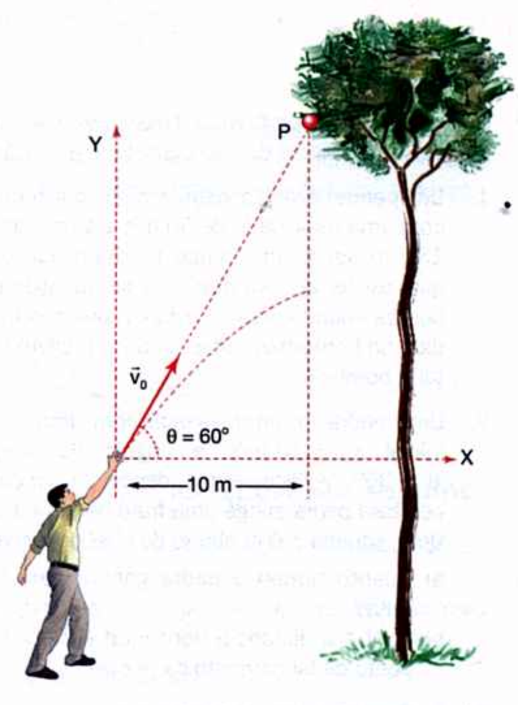
5. Uma bola é arremessada horizontalmente com uma velocidade $\vec{v}_0$, de um ponto situado a uma altura R acima do solo. Observa-se que o alcance da bola, ao atingir o chão, é também R (veja a figura deste problema).
   a) A trajetória descrita pela bola neste caso é uma circunferência, uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole?
   b) Determine o valor de $\vec{v}_0$ em termos de R e de g.



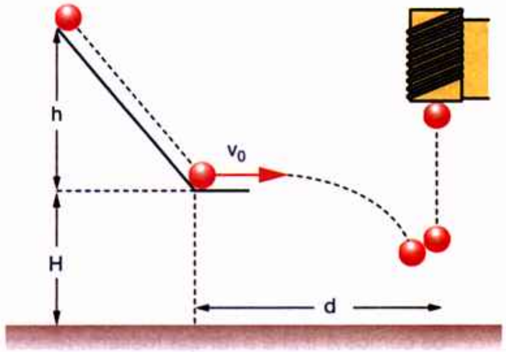
Problema suplementar 5.

6. Um projétil é lançado com uma velocidade $\vec{v}_0$ formando um ângulo θ acima da horizontal. Seja $\vec{V}$ a velocidade do projétil quando ele retorna ao nível de lançamento.
   a) Determine o módulo de $\vec{V}$ em termos do módulo de $\vec{v}_0$.
   b) Suponha que o ângulo de lançamento do projétil fosse alterado, sem que o valor de $\vec{v}_0$ modificasse. Esse fato acarretaria alteração no módulo de $\vec{V}$?
7. Considere dois projéteis, lançados com velocidades iniciais de mesmo módulo $\vec{v}_0$ e com ângulos de elevação $\theta_1 = 45° + \alpha$ e $\theta_2 = 45° - \alpha$.
   a) Mostre que esses dois projéteis têm o mesmo alcance (sugestão: lembre que sen $(90° + \beta)$ = sen $(90° - \beta)$.)
   b) Para verificar numericamente o que foi afirmado na questão (a), calcule os alcances de dois projéteis, A e B, para os quais v_0 = 20 m/s, $\theta_A = 60°$ e $\theta_B = 30°$.
8. a) Na questão (b) do problema anterior, sejam H_A e H_B as alturas máximas atingidas pelos projéteis A e B. Quantas vezes H_A é maior do que H_B ?
   b) Faça, em um mesmo desenho, os esboços das trajetórias dos projéteis A e B, desde $t = 0$ até voltarem ao nível de lançamento.
9. Em um salto comum, um gafanhoto consegue um alcance $A = 0,75$ m. Supondo que ele tenha saltado com um ângulo de elevação $\theta = 45°$ e que a única força que atua sobre ele seja o seu peso, determine:
   a) A velocidade inicial do gafanhoto.
   b) Quanto tempo o gafanhoto permanece no ar.
10. Seja A_M o alcance máximo de uma bola ao ser arremessada por uma pessoa com a velocidade inicial $\vec{v}_0$. Arremessando-a verticalmente para cima, com a velocidade inicial de mesmo módulo $\vec{v}_0$, a pessoa faz com que a bola atinja uma altura H. Qual a relação entre A_M e H?
11. Um menino, tentando derrubar uma fruta de uma árvore, arremessa uma pedra com uma velocidade $\vec{v}_0$ cujo módulo é v_0 = 20 m/s, direcionada exatamente para a fruta, situada em P, como mostra a figura deste problema. Entretanto, por um acaso, no momento em que o menino lança a pedra, a fruta cai da árvore.
    a) Quanto tempo a pedra gasta para atingir a vertical que passa pelo ponto P?
    b) No instante calculado em (a), qual é a posição (X e Y) da pedra em relação ao sistema de coordenadas mostrado na figura?
    c) Nesse mesmo instante, qual é a posição (X e Y) da fruta?
    d) Você acha que a fruta foi atingida pela pedra? Explique.

    Observação: Pode-se mostrar que, nas condições descritas neste problema, a pedra sempre atingiria a fruta, qualquer que fosse o valor de v_0.



Problema suplementar 11.



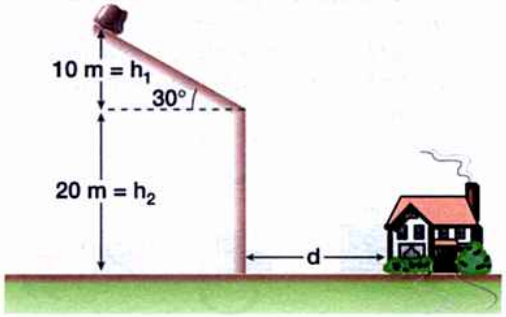
Problema suplementar 12.

12. Uma pequena esfera desliza ao longo de um plano inclinado, sem atrito, partindo do repouso do ponto mais alto e atingindo um pequeno patamar horizontal, sendo, então, lançada no ar, como mostra a figura deste problema. Quando atinge o patamar, ela aciona um dispositivo, o qual desliga um eletroímã que sustentava outra pequena esfera situada na mesma altura do patamar. Sendo h, H e d as distâncias mostradas na figura, determine para quais valores de d haverá encontro das duas esferas.

13. Determine qual é o ângulo de elevação θ, que deve ser dado a um dispositivo lançador de projéteis, de modo que, ao arremessar um objeto, este tenha alcance igual à altura máxima atingida.

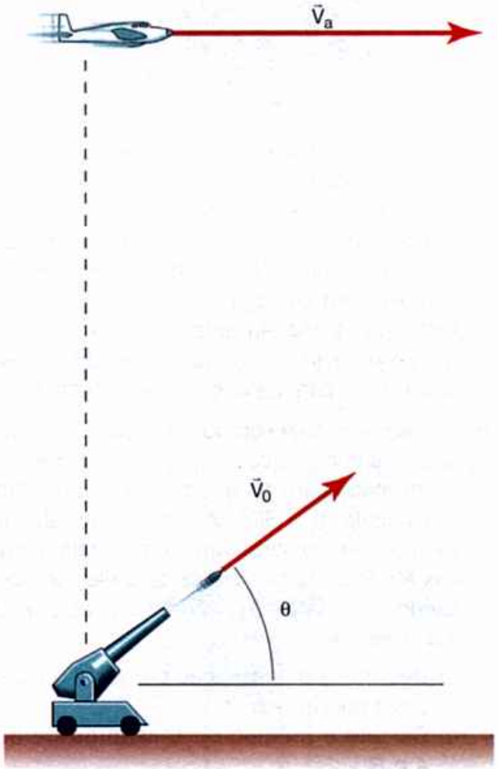
14. Um jogador de futebol cobra uma falta, marcada em uma posição situada a 55 m de distância diretamente em frente ao gol. Ele consegue chutar a bola com uma velocidade inicial de 25 m/s, em um ângulo de lançamento de 45°. Sabendo-se que a trave horizontal do gol está a 2,44 m do solo e que o goleiro se encontrava muito adiantado (fora da pequena área), verifique se a falta foi convertida em gol.

15. Uma casa foi construída próximo a um penhasco, a uma distância $d = 20$ m de sua base (veja a figura deste problema). Na parte superior do penhasco há um plano inclinado, no alto do qual encontra-se uma grande pedra, com possibilidade de se desprender. Considerando os dados mostrados na figura, verifique se os moradores da casa correm o risco de serem atingidos pela pedra, se ela se soltar.



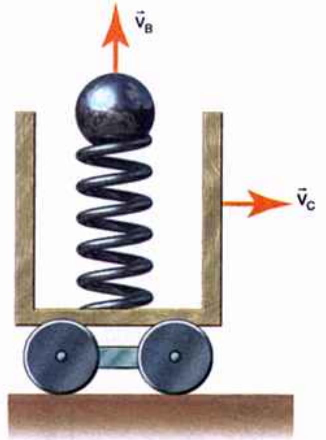
Problema suplementar 15.

16. Um avião supersônico, voando horizontalmente com uma velocidade constante $v_a = 500$ m/s, passa sobre um canhão antiaéreo, capaz de disparar projéteis com uma velocidade inicial $v_0 = 1\,000$ m/s. Suponha que o artilheiro dispare uma bala no momento em que o avião passa diretamente sobre o canhão, como mostra a figura deste problema.
    a) Qual deve ser o ângulo θ de elevação da arma para que o avião possa ser atingido?
    b) A que altura mínima o avião deve estar voando para não ser alcançado pelo projétil?



Problema suplementar 16.

17. Uma pequena esfera encontra-se encostada em uma mola comprimida, que está presa no fundo de um carrinho. Sabe-se que essa mola, ao se distender, comunica à esfera uma velocidade vertical, para cima, $v_B = 4{,}0$ m/s (veja a figura deste problema). Suponha que a mola tenha se distendido enquanto o carrinho se deslocava em linha reta sobre uma superfície horizontal, com uma velocidade constante $v_c = 3{,}0$ m/s.
    a) Que tipo de movimento a esfera irá adquirir? Qual a forma de sua trajetória?
    b) Qual é o módulo da velocidade inicial $\vec{v}_0$ com que a esfera é lançada?
    c) Qual é o ângulo de lançamento da esfera?
    d) Depois de quanto tempo a esfera voltará ao carrinho (atingirá a extremidade da mola)?

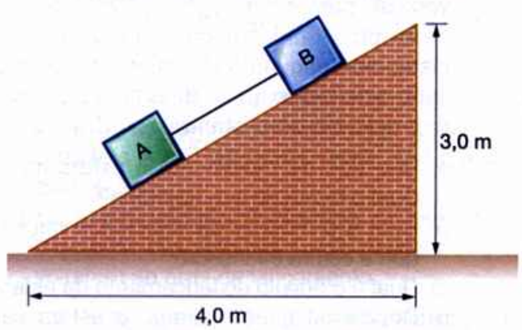


Problema suplementar 17.

18. Uma bola de futebol é chutada por um jogador, com uma velocidade inicial $v_0 = 20,0$ m/s e ângulo de elevação $\theta = 30°$, procurando dar um passe para um companheiro situado a 50,0 m de distância na direção do chute. No instante do lançamento, este companheiro começa a correr em direção à bola, tentando alcançá-la antes que ela toque o chão. Qual é o mínimo valor da velocidade que ele deve desenvolver para conseguir o seu intento?

19. No exemplo 1, resolvido na secção B.2 (fig. B-6), suponha que a força $\vec{F}$, aplicada ao corpo *A*, atuasse inclinada para cima, em uma direção, formando um ângulo $\theta = 30°$ com a horizontal. Suponha também que existisse atrito entre cada um dos blocos *A* e *B* e a superfície na qual eles se deslocam, sendo $\mu_c = 0,10$ o coeficiente de atrito entre eles e a superfície.
   a) Determine a aceleração do sistema constituído pelos dois blocos.
   b) Calcule o módulo da tensão no fio que une *A* e *B*.

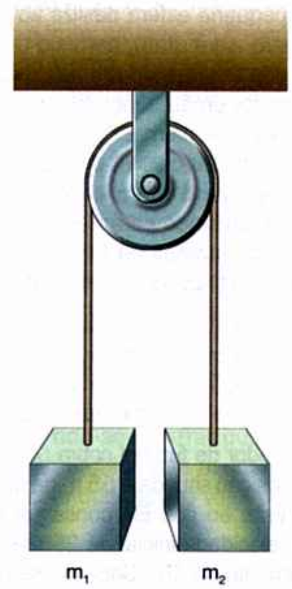
20. Suponha que, na fig. B-8-a (exemplo 2, resolvido na secção B.2), a leitura do dinamômetro mostrado fosse igual a 4,5 N. Nessas condições, quais seriam:
   a) O módulo da aceleração do sistema?
   b) O módulo da força $\vec{F}$ que está aplicada ao bloco *A*?



Problema suplementar 21.

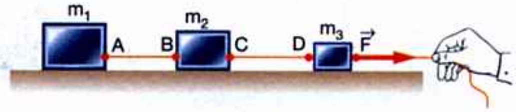
21. Dois corpos *A* e *B*, de massas $m_A = 2,0$ kg e $m_B = 3,0$ kg, ligados por um fio de massa desprezível, deslizam sem atrito ao longo de uma rampa, como mostra a figura deste problema.
   a) Qual é a aceleração do sistema constituído por *A* e *B*?
   b) Qual o valor da tensão no fio que une os dois corpos?

22. Responda às questões do problema anterior, supondo que os coeficientes de atrito cinético entre os corpos *A* e *B* e a rampa fossem, respectivamente, $\mu_A = 0,10$ e $\mu_B = 0,40$.



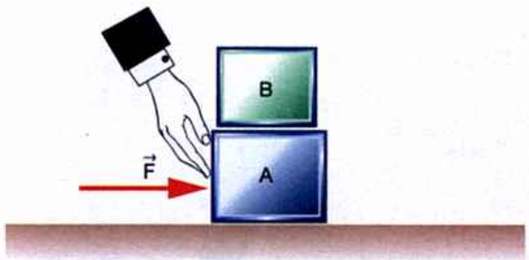
Problema suplementar 23.

23. Dois corpos, de massas $m_1 = 2,10$ kg e $m_2 = 2,00$ kg, estão ligados por um fio que passa por uma roldana, como mostra a figura deste problema. Os corpos, inicialmente em repouso, são abandonados de uma mesma altura. Considere desprezíveis os atritos e as massas do fio e da roldana.
   a) Determine o módulo, a direção e o sentido das acelerações $\vec{a}_1$ e $\vec{a}_2$, das massas m_1 e m_2.
   b) Depois de quanto tempo, após abandonadas, a distância entre as massas será igual a 1,50 m?
   c) Qual o módulo da tensão no fio que une as massas?



Problema suplementar 24.

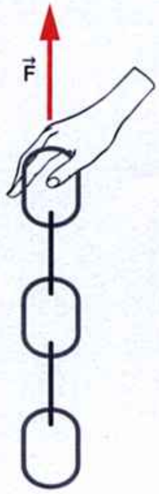
24. A figura deste problema mostra três corpos de massas $m_1 = 3{,}0$ kg, $m_2 = 2{,}0$ kg e $m_3 = 1{,}0$ kg, apoiados sobre uma superfície horizontal sem atrito. As tensões máximas que os fios AB e CD podem suportar, sem se romper, são, respectivamente, iguais a 10 N e 30 N. Os corpos encontram-se inicialmente em repouso e, em um dado instante, uma pessoa aplica ao conjunto uma força $F = 30$ N (veja a figura). Qual será o módulo da aceleração de cada corpo um pouco depois da aplicação da força?



Problema suplementar 25.

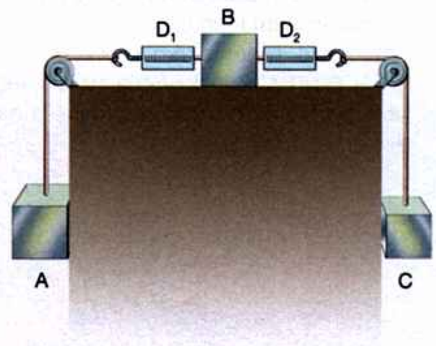
25. Sobre a superfície horizontal mostrada na figura deste problema, está apoiado um bloco A, de massa $m_A = 3{,}0$ kg e sobre ele encontra-se um bloco B, de massa $m_B = 2{,}0$ kg. Aplicando-se uma força horizontal $F = 10{,}0$ N no bloco A, observa-se que A e B movem-se juntos. Desprezando-se o atrito entre a superfície horizontal e o bloco A, responda:
   a) Qual o módulo da força de atrito que A exerce em B?
   b) Qual o módulo da força resultante que atua em A? Quais as forças horizontais que deram origem a esta resultante?

26. Suponha, no problema anterior, que o coeficiente de atrito estático entre os blocos A e B seja $\mu_e = 0{,}50$. Qual o máximo valor F_M que pode ter a força $\vec{F}$ sem que B deslize sobre A?



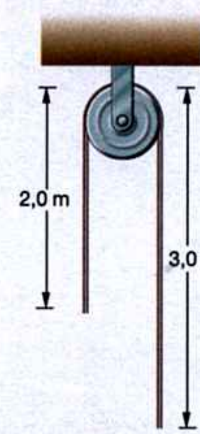
Problema suplementar 27.

27. Uma corrente, constituída de 5 elos, cada um de massa $m = 0{,}10$ kg, está sendo puxada verticalmente para cima por uma força $\vec{F}$ (veja a figura deste problema). Sabendo-se que a corrente adquire uma aceleração $a = 2{,}0$ m/s^2 para cima, calcule:
   a) O valor da força $\vec{F}$.
   b) O valor da força $\vec{F}_{23}$ que o 2º elo (contado de cima para baixo) exerce no 3º elo.



Problema suplementar 28.

28. No sistema mostrado na figura deste problema, suponha que $m_A = 4{,}0$ kg, $m_B = 4{,}0$ kg e $m_C = 2{,}0$ kg. Considere desprezíveis as forças de atrito e as massas dos fios, das roldanas e dos dinamômetros. No instante mostrado na figura, determine:
   a) O módulo, a direção e o sentido da aceleração de cada um dos blocos A, B e C.
   b) As leituras dos dinamômetros D_1 e D_2.



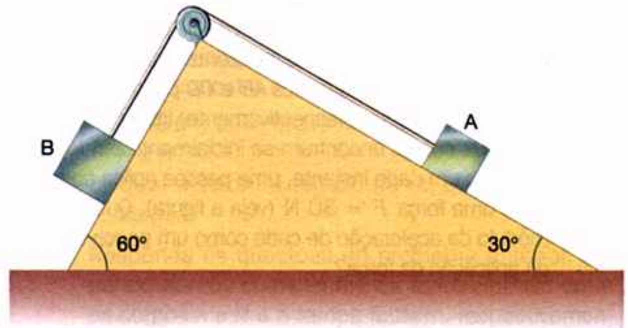
Problema suplementar 29.

29. Uma corda, com uma densidade linear (massa por unidade de comprimento) igual a 0,40 kg/m, e um comprimento total de 5,0 m, passa por uma pequena roldana, sem atrito, como mostra a figura deste problema.
   a) No instante mostrado na figura, determine o módulo da aceleração da corda.
   b) À medida que a corda cai, passando pela roldana, sua aceleração aumenta, diminui ou não se modifica?
   c) Em que situação a aceleração da corda será máxima e qual é este valor máximo?

30. Os dois blocos, A e B, mostrados na figura deste problema, estão ligados por um fio fino, que passa por uma pequena roldana sem atrito, estando apoiados em dois planos inclinados. As massas dos blocos são $m_A = 2{,}0$ kg e $m_B = 4{,}0$ kg e o coeficiente de atrito estático entre os blocos e os planos é $\mu_e = 0{,}40$.

a) Abandonando-se o sistema, a partir do repouso, na situação mostrada na figura, verifique se ele permanece em repouso.

b) Estando o sistema em movimento, e sendo $\mu_c = 0{,}20$ o coeficiente de atrito cinético entre os blocos e os planos, determine o módulo da aceleração dos dois corpos.



Problema suplementar 30.

capítulo 6

Gravitação Universal

O conhecimento da Lei de Gravitação Universal possibilitou o lançamento dos modernos satélites artificiais.

6.1. Introdução

A Astronomia é a mais antiga das ciências. A quantidade e a precisão dos dados astronômicos, conseguidos desde épocas remotas, são realmente surpreendentes. Isto se deve, provavelmente, à influência que os fenômenos celestes exerciam sobre a vida dos povos mais antigos. Assim, a necessidade de se estabelecer as épocas de plantio e colheita e sua relação com as posições do Sol, da Lua e das estrelas, levou os astrônomos da Antiguidade a coletar um grande número de dados sobre os movimentos desses astros.

O MODELO DOS GREGOS

As primeiras tentativas para explicar o movimento dos corpos celestes são devidas aos gregos, no século IV a.C. Tentando reproduzir os movimentos desses corpos, os gregos estabeleceram um modelo no qual a Terra era situada no centro do Universo (teoria geocêntrica) e os planetas, bem como o Sol, a Lua e as estrelas, estariam incrustados em esferas que giravam em torno da Terra. Com este modelo, conseguiu-se descrever, com aproximação razoável, os movimentos dos corpos no céu. Na tentativa de melhor ajustar o modelo aos fatos observados, os gregos tiveram que lançar mão de um grande número de esferas para explicar o movimento de um único planeta. Isto tornou o universo grego muito complicado e, durante muitos anos, várias tentativas foram feitas para se conseguir um modelo mais simples.

O SISTEMA DE PTOLOMEU

Das tentativas de simplificação do modelo grego, aquela que obteve maior êxito foi a teoria geocêntrica do grande astrônomo Ptolomeu, que viveu em Alexandria, no século II d.C.

Ele supunha que os planetas moviam-se em círculos, cujos centros giravam em torno da Terra (fig. 6-1). Com isto, além de apresentar um modelo mais simples do que o dos gregos, conseguiu um melhor ajustamento aos movimentos observados no céu.

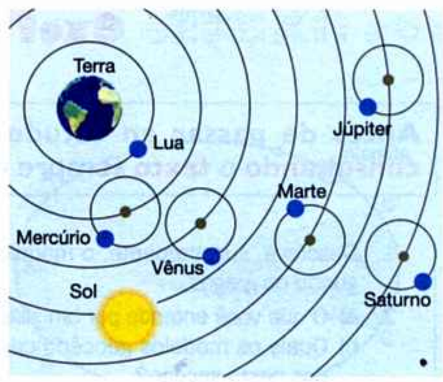


Fig. 6-1: ***Diagrama simplificado do sistema geocêntrico de Ptolomeu.***

Em virtude da razoável precisão das previsões feitas com o sistema de Ptolomeu e, além disso, como a sua teoria, supondo a Terra no centro do Universo, se adaptasse muito bem à filosofia religiosa da Idade Média, suas idéias perduraram durante praticamente 13 séculos. Entretanto, as sucessivas modificações introduzidas neste modelo, para torná-lo adaptado às observações que foram se acumulando durante este longo período, acabaram por tornar o sistema de Ptolomeu também muito complicado.

O SISTEMA HELIOCÊNTRICO DE COPÉRNICO

O astrônomo polonês, Nicolau Copérnico, no século XVI, apresentou um modelo mais simples para substituir o sistema de Ptolomeu. Sendo um homem de profunda fé religiosa, Copérnico acreditava que "o Universo deveria ser mais simples, pois Deus não faria um mundo tão complicado quanto o de Ptolomeu".

No modelo de Copérnico, o Sol estaria em repouso e os planetas, inclusive a Terra, girariam em torno dele em órbitas circulares (teoria heliocêntrica). Esta idéia já havia sido proposta por alguns filósofos da Grécia antiga. Com sua teoria heliocêntrica, Copérnico conseguia uma descrição dos movimentos dos corpos celestes tão satisfatória quanto aquela obtida através do sistema de Ptolomeu, com a vantagem de ser um modelo bem mais simples do que o geocêntrico.

Entretanto, um sistema em que o Sol era considérado imóvel e a Terra passava a ser um planeta em movimento, como qualquer um dos outros, era fundamentalmente contra a filosofia aristotélica e as convicções religiosas da época. Em virtude disto, Copérnico relutou muito em publicar suas idéias. O livro no qual Copérnico apresentava a sua teoria causou grandes polêmicas e terminou sendo colocado na lista dos livros proibidos pela Igreja.


EPG International/Keystone

Nicolau Copérnico (1473-1543)

Nascido na Polônia, além de grande astrônomo e matemático, destacou-se também como respeitado sacerdote, jurista, administrador, diplomata, médico e economista. Desenvolveu parte de seus estudos na Itália, onde aprendeu o grego podendo, assim, ler no original as obras dos grandes filósofos e astrônomos da Antiguidade. Em seu famoso livro *De Revolutionibus Orbium Coelestium* (*Sobre as Revoluções das Esferas Celestes*) ele apresentava a teoria heliocêntrica, que abria uma visão completamente nova do Universo. Esta obra só veio a ser publicada em 1543, chegando o primeiro exemplar às mãos de Copérnico quando ele já se encontrava em seu leito de morte.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. Descreva, sucintamente, o modelo do Universo segundo os gregos.
2. a) O que você entende por um sistema geocêntrico?
   b) Quais os modelos geocêntricos que foram citados nesta secção?
3. Cite duas causas que tornaram o sistema de Ptolomeu bem aceito por tanto tempo.
4. a) O que é um sistema heliocêntrico?
   b) Qual foi a razão alegada por Copérnico (citada nesta secção) para apresentar o seu modelo em substituição ao de Ptolomeu?
   c) Por que as idéias de Copérnico não foram bem aceitas na época?

6.2. As leis de Kepler

KEPLER E AS OBSERVAÇÕES DE TYCHO BRAHE

Alguns anos após a morte de Copérnico, o astrônomo dinamarquês Tycho Brahe começou a desenvolver um importante trabalho no sentido de obter medidas mais precisas das posições dos corpos celestes. Em seu observatório, muito bem equipado para a época, Tycho Brahe realizou, durante cerca de 20 anos, rigorosas observações dos movimentos planetários, verificando que o sistema de Copérnico não se adaptava satisfatoriamente a essas observações.

Os dados colhidos por Tycho Brahe, cuidadosamente tabelados, constituíram a base do trabalho que foi desenvolvido, após sua morte, por seu discípulo, o astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630). Entusiasmado pela simplicidade do sistema de Copérnico, Kepler acreditava que seria possível realizar alguma correção neste modelo, de modo a torná-lo mais ajustado aos movimentos dos corpos celestes realmente observados. Desenvolveu o seu trabalho analisando cuidadosamente, com grande habilidade matemática, durante cerca de 17 anos, a grande quantidade de dados coletados por Tycho Brahe. O trabalho de Kepler foi coroado de êxito, tendo conseguido descobrir as três leis sobre o movimento dos planetas que deram origem ao nascimento da Mecânica Celeste. Apresentaremos, a seguir, as três leis de Kepler.

A 1ª LEI DE KEPLER

A correção do sistema de Copérnico, procurada por Kepler, é expressa através de sua 1ª lei. Seus estudos o levaram a concluir que, realmente, os planetas se movem em torno do Sol, mas suas órbitas são *elípticas* e não circulares, como supunha Copérnico. Além disso, Kepler verificou que o Sol está situado em um dos focos de elipse (fig. 6-2). Temos, assim:

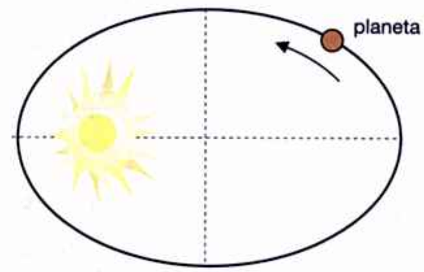


Fig. 6-2: *A órbita de um planeta em torno do Sol é uma elipse. O Sol está situado em um dos focos da elipse.*

> ***1ª lei de Kepler***
> ▸ qualquer planeta gira em torno do Sol, descrevendo uma órbita elíptica, da qual o Sol ocupa um dos focos.

Devemos salientar que a órbita de um planeta não é uma elipse tão alongada como sugere a fig. 6-2. Na realidade, as órbitas pouco diferem de uma circunferência e é realmente impressionante como as medidas de Tycho Brahe puderam ser tão precisas que possibilitaram ao gênio de Kepler descobrir que as órbitas são elipses.

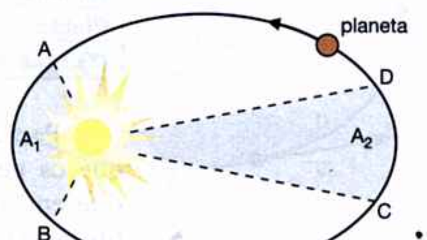


Fig. 6-3: *A velocidade de um planeta é maior quando ele se encontra mais próximo do Sol.*

A 2ª LEI DE KEPLER

Preocupando-se com a velocidade dos planetas, Kepler verificou que eles se movem mais rapidamente quando mais próximos do Sol e mais lentamente quando mais afastados dele. Na fig. 6-3, por exemplo, o planeta desenvolve maior velocidade entre *A* e *B* do que entre *C* e *D*.

Enquanto o planeta se desloca de *A* para *B*, a reta que une o planeta ao Sol "varre" a área A_1. Ao se deslocar de *C* para *D*, esta reta "varre" a área A_2 (fig. 6-3). Kepler verificou que, se o tempo que o planeta gasta para ir de *A* até *B* for igual ao tempo necessário para ir de *C* até *D*, então as áreas A_1 e A_2 serão iguais. Daí, formulou a sua 2ª lei:

> ***2ª lei de Kepler***
> ▸ a reta que une um planeta ao Sol "varre" áreas iguais em tempos iguais.

Johannes Kepler (1571-1630)

Grande astrônomo alemão, publicou sua primeira obra *Mysterium Cosmographicum* em 1596, em que se manifesta adepto das idéias heliocêntricas de Copérnico. Suas duas primeiras leis sobre o movimento dos planetas foram divulgadas através da publicação de seu livro *Astronomia Nova*, no ano de 1609, quando ele já se encontrava trabalhando em Praga. Somente 10 anos mais tarde é que ele publicou sua 3ª lei, no livro *De Harmonice Mundi*, editado em 1619.

A 3ª LEI DE KEPLER

Continuando o estudo das tabelas de Tycho Brahe, Kepler procurou estabelecer relações entre os períodos de revolução dos planetas e os raios de suas órbitas (para simplificar este estudo, as órbitas dos planetas serão supostas circulares). Após cerca de 10 anos de tentativas, Kepler descobriu uma relação que é sintetizada em sua 3ª lei.

Planeta	Período de Revolução (T) (em anos)	Raio da Órbita (r) (em u.a.)*	T^2/r^3 (ano)^2/(u.a.)^3
Mercúrio	0,241	0,387	1,002
Vênus	0,615	0,723	1,000
Terra	1,000	1,000	1,000
Marte	1,8881	1,524	0,999
Júpiter	11,86	5,204	0,997
Saturno	29,6	9,58	0,996
Urano	83,7	19,14	1,000
Netuno	165,4	30,2	0,993
Plutão	248	39,4	1,004

(*) 1 u.a. = 1 unidade astronômica = raio da órbita da Terra.

Tabela 6-1.

Para melhor entender esta lei, analisemos a tabela 6-1. Na 1ª coluna, vemos que os períodos de revolução dos planetas, em torno do Sol, são bastante diferentes uns dos outros. O mesmo acontece com os raios de suas órbitas (distâncias dos planetas ao Sol), apresentados na 2ª coluna da tabela 6-1. Entretanto, pela 3ª coluna, percebemos que, se elevarmos à 2ª potência o período de revolução de cada planeta (T^2) e dividirmos pelo cubo do raio de sua órbita (r^3), o quociente T^2/r^3 terá o mesmo valor para qualquer planeta (as pequenas diferenças observadas na 3ª coluna da tabela 6-1 são plenamente justificadas por erros experimentais). Este resultado, que é o conteúdo da 3ª lei de Kepler, pode ser expresso matematicamente por

$$\frac{T^2}{r^3} = K$$

onde K é uma constante para todos os planetas. Desta relação tiramos $T^2 = Kr^3$, isto é, $T^2 \propto r^3$. Podemos, então, enunciar a 3ª lei de Kepler da seguinte maneira:

3ª lei de Kepler

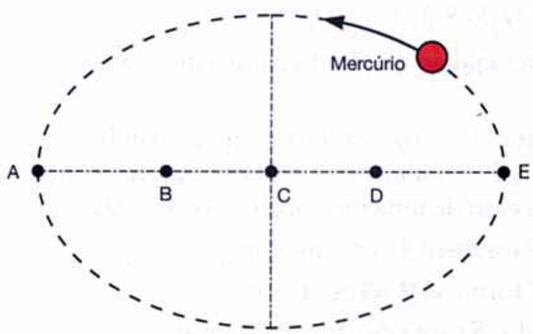
- os quadrados dos períodos de revolução dos planetas são proporcionais aos cubos dos raios de suas órbitas.

Com o trabalho de Kepler, as leis básicas do movimento dos planetas haviam sido descobertas e as bases da Mecânica Celeste estavam lançadas. Entretanto, o que Kepler fez foi descrever este movimento sem se preocupar com suas causas; em outras palavras, as leis de Kepler constituem a Cinemática do movimento planetário. Na secção seguinte veremos como, alguns anos mais tarde, Newton, baseado nos trabalhos de Kepler, desenvolveu a Dinâmica do movimento dos planetas e descobriu uma das leis fundamentais da natureza: a Lei de Gravitação Universal.

exercícios de fixação

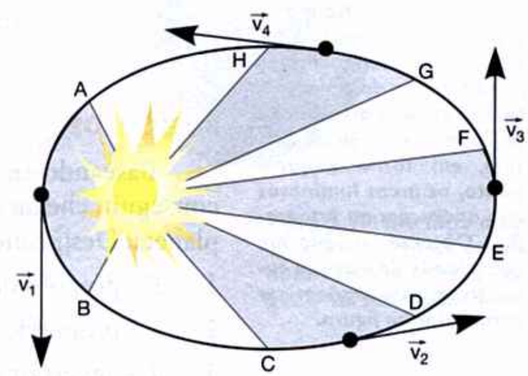
Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

5. Qual foi a principal fonte de informações que possibilitou a Kepler descobrir suas leis?
6. Lembrando-se da 1ª lei de Kepler:
   a) Faça um desenho mostrando a forma aproximada da trajetória de um planeta qualquer em torno do Sol. Como se denomina esta curva?
   b) O Sol está situado no centro da curva?
7. A figura deste exercício representa a trajetória do planeta Mercúrio em torno do Sol. Sabendo-se que a velocidade deste planeta é máxima quando ele passa por E, qual dos pontos B, C ou D melhor representa a posição ocupada pelo Sol?



Exercício 7.

8. Suponha que a elipse mostrada na figura deste exercício represente a trajetória de Júpiter em torno do Sol. As áreas sombreadas são todas iguais entre si.
   a) Se Júpiter gasta 1 ano para percorrer o arco AB, qual será o tempo gasto por ele para percorrer cada um dos arcos CD, EF e GH?
   b) Sejam $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$ as velocidades de Júpiter em cada uma das posições mostradas na figura. Coloque estas velocidades em ordem decrescente de seus valores.



Exercício 8.

9. Consultando a tabela 6-1, responda:
   a) O que é uma unidade astronômica (1 u.a.)?
   b) Quantas voltas a Terra efetua em torno do Sol enquanto Plutão completa apenas uma volta?
   c) Qual é o valor da constante K da 3ª lei de Kepler ($T^2/r^3 = K$) que figura na tabela?
10. a) Imagine que uma pessoa lhe dissesse que foi descoberto um pequeno planeta com período $T = 8,0$ anos e cuja distância ao Sol é $r = 4,0$ u.a. Se isto fosse verdade, estes dados confirmariam a 3ª lei de Kepler?
    b) Seria possível existir um planeta a uma distância $r = 10$ u.a. do Sol com período $T = 10$ anos? Por quê?

6.3. Gravitação Universal

INTRODUÇÃO

Estudando o movimento dos planetas, apoiando-se nas leis de Kepler, Newton observou que, como eles descrevem órbitas em torno do Sol, devem estar sujeitos a uma força centrípeta pois, do contrário, suas trajetórias não seriam curvas. Ao raciocinar desta maneira, Newton estava admitindo que as suas leis do movimento seriam válidas também para os corpos celestes. Este ponto de vista era contrário à filosofia de Aristóteles, que acreditava que o movimento dos corpos celestes era regido por leis especiais, diferentes daquelas verificadas para os movimentos na superfície da Terra.

Fotografia do céu do hemisfério norte com a objetiva mantida aberta durante algumas horas e dirigida para um ponto da esfera celeste situado diretamente acima do pólo norte. Em virtude da rotação da Terra, as estrelas descrevem, em torno daquele ponto, os arcos luminosos que aparecem na fotografia. Observe a enorme quantidade de estrelas cujas trajetórias podem ser percebidas na figura.

Na fig. 6-4, representamos um planeta em sua órbita (suposta circular) em torno do Sol. A força $\vec{F}$ representa a força centrípeta que deve atuar no planeta para mantê-lo em sua órbita. Newton atribuiu esta força à existência de uma atração do Sol sobre o planeta. Em resumo, Newton concluiu:

a força centrípeta, que mantém um planeta em sua órbita, é devida à atração do Sol sobre este planeta.

FORÇA DE ATRAÇÃO ENTRE O SOL E UM PLANETA

Baseando-se em suas leis do movimento e nos estudos de Kepler, Newton conseguiu chegar à expressão matemática da força de atração entre o Sol e um planeta. Designando por $\vec{F}$ esta força, ele chegou às seguintes conclusões:

1 – F é proporcional à massa m do planeta: $F \propto m$

2 – F é proporcional à massa M do Sol: $F \propto M$

3 – F é inversamente proporcional ao quadrado da distância, r, entre o Sol e o planeta: $F \propto 1/r^2$

O fato de se ter $F \propto 1/r^2$ significa que, quando o valor de r *aumenta*, o módulo de F *diminui*, e essa redução ocorre de maneira mais acentuada do que no caso de uma proporção inversa*. De fato,

– se r é duplicado, F torna-se 4 vezes menor;
– se r é triplicado, F torna-se 9 vezes menor;
– se r é quadruplicado, F torna-se 16 vezes menor;

e assim sucessivamente.

Estas três relações de proporcionalidade podem ser apresentadas de maneira unificada pela seguinte relação:

$$F \propto \frac{mM}{r^2}$$

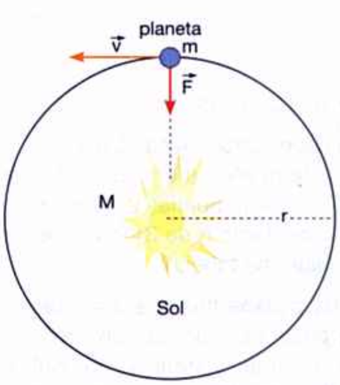


Fig. 6-4: *A força de atração do Sol proporciona a força centrípeta que mantém o planeta em sua órbita.*

* Lembre-se de que, no caso de uma proporção inversa ($F \propto 1/r$), se r é duplicado, F reduz-se à metade; se r é triplicado, F torna-se três vezes menor etc.

Essa expressão pode ser escrita sob a forma de uma igualdade pela introdução de uma constante de proporcionalidade, que é representada por G. Temos, então:

$$\boxed{F = G\frac{mM}{r^2}}$$

A constante G é denominada *constante de gravitação universal*.

A expressão $F = G\,mM/r^2$ nos diz que

> **a força de atração do Sol sobre um planeta é proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles.**

GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

Descreveremos, a seguir, o passo mais audacioso do trabalho de Newton, que demonstra sua extraordinária capacidade de extrapolação e sua grande intuição.

Analisando o movimento da Lua em torno da Terra (fig. 6-5), Newton percebeu que deveria existir uma força de atração da Terra sobre a Lua, do mesmo modo que o Sol atrai os planetas. Segundo consta, ao observar uma maçã se desprender da árvore, ele concebeu a idéia de que a queda da maçã seria também causada pela atração da Terra. Reunindo as idéias de que o Sol atrai os planetas e a Terra atrai a Lua e a maçã, Newton concluiu: *esta atração deve ser um fenômeno geral* (universal) *e deve se manifestar entre dois objetos materiais quaisquer*. Em outras palavras, entre você e este livro deve existir uma força de atração, do mesmo modo que entre você e seu colega ou entre o professor e o quadro-negro! Surgia, assim, a idéia de *Gravitação Universal*: dois corpos quaisquer se atraem com uma força $\vec{F}$, denominada força gravitacional, cujo valor é dado pela mesma expressão matemática da força entre o Sol e um planeta. Então, sendo m_1 e m_2 as massas de dois corpos, separados por uma distância r (fig. 6-6), haverá entre eles uma força $\vec{F}$, de atração, dada por

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Temos, portanto:

> ***Lei da gravitação universal***
>
> $$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$
>
> Dois corpos quaisquer se atraem com uma força proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles.

A força de atração gravitacional entre dois objetos comuns, existentes na Terra, é muito pequena e Newton não foi capaz de verificar experimentalmente esta atração. Somente quando grandes massas (como o Sol e os planetas) interagem, a força de atração gravitacional torna-se apreciável.

Fig. 6-5: *A Terra atrai a Lua com uma força de mesma natureza que a força com que o Sol atrai os planetas.*

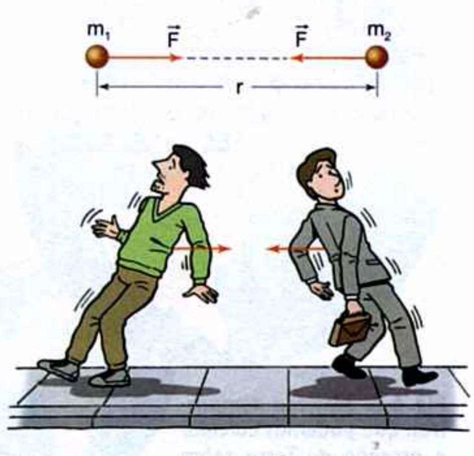


Fig. 6-6: *Entre dois objetos materiais quaisquer existe uma força de atração (Gravitação Universal).*

VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DA LEI DE GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

Somente cerca de 100 anos após Newton ter apresentado seus trabalhos, foi possível verificar experimentalmente que a gravitação é, realmente, um fenômeno universal. O físico inglês Henry Cavendish, usando uma *balança de torção* (fig. 6-7), realizou a seguinte experiência: equilibrou cuidadosamente duas pequenas esferas, de massas m_1 e m_2, em uma barra horizontal. Aproximando destas massas duas esferas maiores, M_1 e M_2, Cavendish verificou que a barra girava, provocando uma torção no fio que a sustentava. Este fato mostrou que existe, realmente, uma força de atração entre m_1 e M_1 e entre m_2 e M_2 (fig. 6-7), como Newton havia previsto.

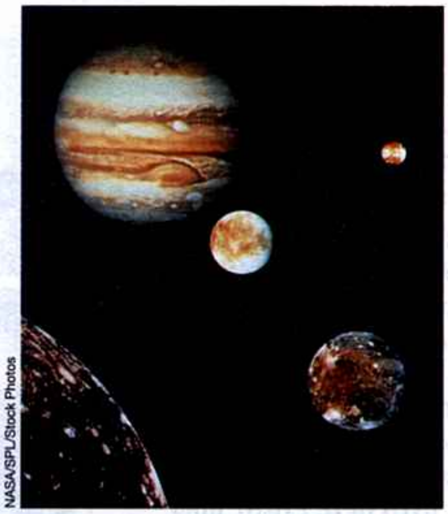


Foto obtida recentemente por uma nave espacial ao passar próximo a Júpiter. Vemos o grande planeta (no alto, à esquerda) e quatro de seus satélites. Todos estes corpos se movimentam nos céus em concordância com as leis enunciadas por Newton no século XVII.

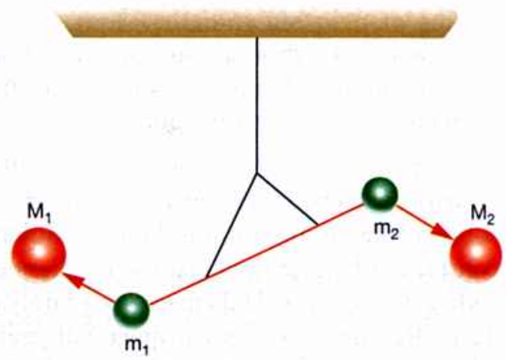


Fig. 6-7: *Experiência da balança de torção, realizada por Cavendish.*

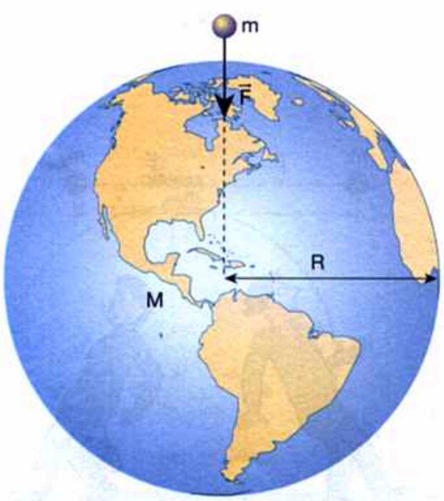


Fig. 6-8: **Newton demonstrou que podemos calcular a atração da Terra sobre uma partícula supondo a massa da Terra concentrada em seu centro.**

Através da balança de torção, Cavendish conseguiu medir a força de atração entre duas esferas e, daí, foi possível determinar o valor da constante de gravitação universal G. No Sistema Internacional de Unidades (S.I.), o valor de G é

$$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$$

Observe que o valor de G é muito pequeno e é por isso que a atração gravitacional entre dois objetos comuns, conforme dissemos, é praticamente desprezível, só podendo ser detectada com experiências muito delicadas como a de Cavendish.

Exemplo. *Medida da massa da Terra*

Tendo obtido, com sua balança de torção, o valor de G, Cavendish conseguiu determinar a massa da Terra, como descrevemos a seguir.

Consideremos uma partícula de massa m, próxima à superfície da Terra (massa M e raio R) como na fig. 6-8.

A partícula m será atraída pela Terra com uma força F, que é o peso da partícula. Newton havia demonstrado (usando o Cálculo Integral, inventado por ele) que, na atração gravitacional entre dois corpos esféricos, tudo se passa como se a massa dos corpos estivesse concentrada *em seus centros. Assim, podemos imaginar a massa M concentrada no centro da Terra e a força F estará apontando para este centro. Como a distância de m ao centro da Terra é R (raio da Terra), podemos escrever, pela Lei de Gravitação Universal*

$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

Mas, como F representa o peso da partícula de massa m, temos, pela 2ª lei de Newton

$$F = mg$$

Igualando estas duas expressões para a mesma força, vem

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg \qquad \text{donde} \qquad M = \frac{g \cdot R^2}{G}$$

Assim, conhecendo os valores de g, R e G, conseguiremos determinar M.
Na época de Newton, os valores de g e R eram conhecidos com precisão razoável, mas Newton não sabia, com exatidão, o valor de G. Como Cavendish conseguiu medir G, foi possível calcular a massa da Terra e, por isso, diz-se que Cavendish foi quem, pela primeira vez, "pesou" a Terra. Substituindo, na expressão anterior, os valores $g = 9{,}80$ m/s², $R = 6{,}37 \times 10^6$ m e $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²/kg², *obtemos, para a massa da Terra,* $M = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

11. a) Você sabe que os planetas descrevem órbitas em torno do Sol. Você poderia concluir, como fez Newton, que deve existir uma força atuando sobre eles? Explique.
    b) Newton percebeu que deveria existir um agente responsável por esta força. Qual é este agente?

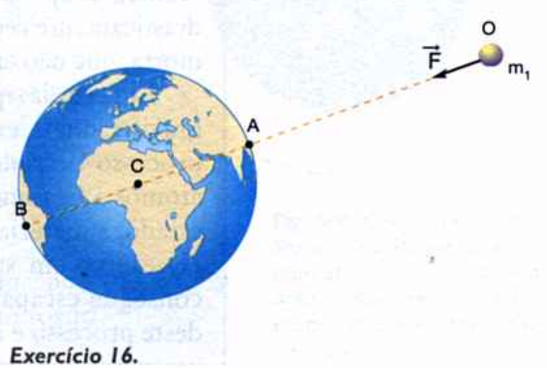
12. A força de atração do Sol sobre a Terra vale, aproximadamente, 4×10^{22} N. Dizer qual seria o valor desta força supondo que:
    a) A massa da Terra fosse três vezes maior.
    b) A massa do Sol fosse duas vezes menor.
    c) A distância entre a Terra e o Sol fosse duas vezes maior.

13. A Lei de Gravitação foi estabelecida inicialmente, por Newton, para expressar a força de atração entre o Sol e os planetas. Explique por que, posteriormente, ela passou a ser denominada Lei de Gravitação Universal.

14. a) Para que você perceba como é pequena a força de atração gravitacional entre dois objetos comuns, calcule a força com que se atraem duas pessoas: para simplificar os cálculos, suponha que as massas dessas pessoas sejam $m_1 = m_2 = 100$ kg, que a distância entre elas é $r = 1$ m e considere $G = 10^{-10}$ N·m²/kg².
    b) Como os corpos celestes têm massas enormes, a força gravitacional entre eles é muito grande (embora a distância que os separa seja, também, muito grande). Para você verificar isto, calcule o valor aproximado da força de atração entre a Terra e a Lua considerando $G = 10^{-10}$ N·m²/kg², massa da Terra $M_T = 10^{25}$ kg, massa da Lua $M_L = 10^{23}$ kg e distância da Terra à Lua $r = 10^8$ m.

15. A experiência da balança de torção permitiu a Cavendish chegar a duas conclusões de grande importância na época. Quais foram estas conclusões?

16. A figura deste exercício mostra um pequeno corpo de massa m_1, situado a uma certa distância da Terra (massa m_2). Para calcular a força $\vec{F}$ de atração gravitacional que a Terra exerce sobre o corpo ($F = G\,m_1 m_2/r^2$), o valor da distância r deverá ser tomado igual a *OA*, *OC* ou *OB*?



Exercício 16.

Buraco Negro

Em toda estrela como o Sol, por exemplo, ocorrem sempre dois processos importantes que vão determinar o seu tamanho. Um desses processos é a atração gravitacional entre as próprias partículas constituintes da estrela, que tende a juntá-las em seu centro, o que leva à redução das suas dimensões. O outro processo consiste nas reações que ocorrem entre os núcleos dos átomos ali presentes. Estas reações são semelhantes àquelas que ocorrem em várias bombas de hidrogênio, tendendo a explodir a estrela, o que leva ao aumento das suas dimensões. A fig. I é um modelo desses dois processos: as setas para dentro ilustram o processo gravitacional e as setas para fora representam os efeitos das explosões nucleares. O tamanho da estrela se estabiliza quando estes dois processos se equilibram.

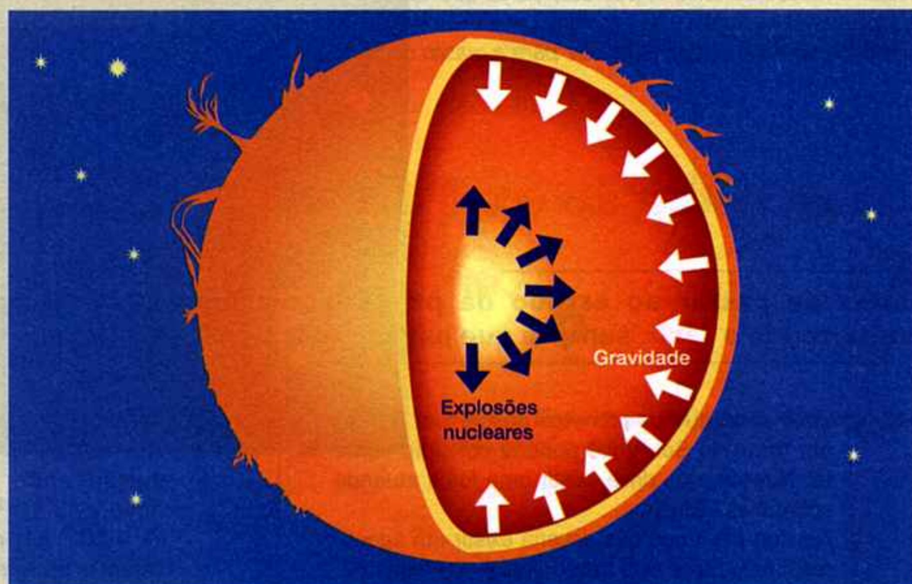


Fig. I: ***Representação esquemática das tendências de expansão e contração de uma estrela.***

Para o caso do Sol, os pesquisadores no campo da Astrofísica concluíram que, no futuro, haverá uma predominância das explosões atômicas, de modo que ele se expandirá, transformando-se em um tipo de estrela conhecido como *gigante vermelha*. O Sol ficará tão grande que suas dimensões se estenderão além da órbita da Terra e, assim, nosso planeta será "engolido" por ele. Felizmente, isso só ocorrerá dentro de aproximadamente 5 bilhões de anos!

Quando todo o combustível atômico do Sol tiver se esgotado, a gigante vermelha, apenas sob ação do processo gravitacional, terá suas dimensões drasticamente reduzidas. Ela se transformará, então, em uma pequena estrela morta, que não emitirá nem luz nem calor, denominada *anã negra*.

Em estrelas que possuam massa superior a quatro vezes a do Sol, as forças gravitacionais entre as partículas são muito grandes. Nestas estrelas, o processo de redução das dimensões é muito mais drástico, levando seus átomos a ficarem praticamente unidos, sem espaço vazio entre eles! Em tal estado, a matéria está tão densa (comprimida) que a força gravitacional que ela exerce em sua superfície torna-se enorme: nada, nem a própria luz, consegue escapar desta ação gravitacional. Uma estrela que sofreu a ação deste processo é denominada *buraco negro*.

Para o Sol tornar-se um buraco negro, seu diâmetro teria que ser reduzido a apenas 6 km (isto, como vimos, não ocorrerá com o Sol). A Terra só poderia se transformar em um buraco negro se toda a sua massa fosse concentrada em uma esferinha de 2 cm de diâmetro!

Uma pessoa que se aproximasse de um buraco negro (e isto só poderá acontecer com o desenvolvimento da Astronáutica) seria "engolida" por ele.

6.4. Movimento de satélites

Embora só recentemente tenha sido possível colocar um satélite artificial em órbita em torno da Terra, já no século XVII Newton tinha uma idéia clara de como isto poderia ser feito. Entretanto, ele não dispunha da fantástica montagem tecnológica exigida para se colocar um satélite em órbita.

Como os princípios básicos relacionados com este problema são bastante simples, poderemos discuti-los mesmo em um primeiro curso de Física como o nosso.

Modelo em tamanho natural do Sputnik I, em exposição em Moscou. Este foi o primeiro satélite artificial colocado em órbita (1957).

COMO É POSSÍVEL COLOCAR UM SATÉLITE EM ÓRBITA

Para se colocar um satélite em órbita, ele é levado, por meio de poderosos foguetes, até a altura h desejada (fig. 6-9). O valor de h varia muito de um satélite para outro, dependendo de uma série de fatores. Entretanto, a altura não deve ser inferior a cerca de 150 km para que, na região onde o satélite se movimenta, a atmosfera terrestre já esteja altamente rarefeita e, assim, a força de resistência do ar não perturbe o movimento do satélite.

Sendo atingida a altura desejada, o satélite, ainda por meio de foguetes, é lançado horizontalmente com uma velocidade $\vec{v}$ (fig. 6-9). Como já sabemos, a Terra exerce sobre o satélite uma força $\vec{F}$, de atração, que alterará a direção da velocidade $\vec{v}$, fazendo com que ele descreva uma trajetória curvilínea. Muitas pessoas pensam, erroneamente, que naquela altura a força de atração da Terra sobre o satélite é nula ou desprezível. Se isto fosse verdade, o satélite, após ser lançado com a velocidade $\vec{v}$, continuaria a se mover, em linha reta, com esta velocidade, e não entraria em órbita em torno da Terra.

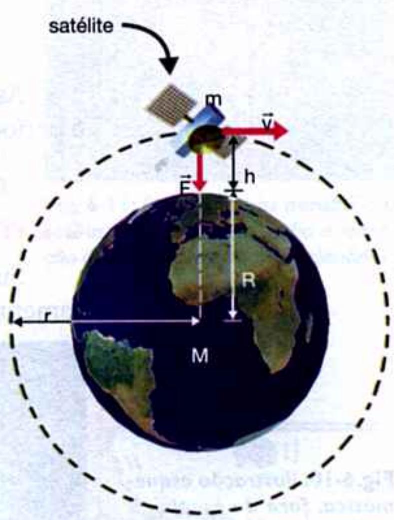
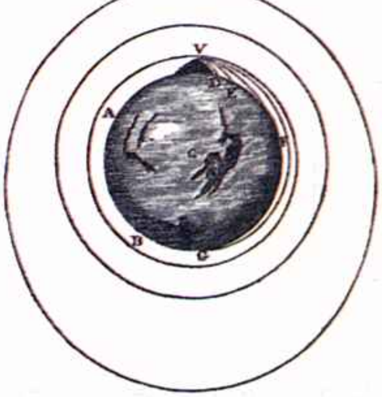


Fig. 6-9: *Quando um satélite é colocado em órbita a uma altura h, o raio de sua órbita é dado por r = R + h. Ilustração esquemática, fora de escala.*

Para que a trajetória do satélite seja uma órbita circular em torno do centro da Terra, a velocidade horizontal $\vec{v}$ deverá ter um valor determinado (que calcularemos dentro em pouco). Isto porque a força $\vec{F}$ de atração da Terra deve proporcionar a força centrípeta necessária para este movimento.

Uma vez colocado em órbita e não existindo nenhuma perturbação, o satélite continuará girando, indefinidamente, em torno da Terra.



O desenho acima é encontrado no *Principia*, a famosa obra de Newton. Através dele, Newton explica como seria possível colocar um satélite em órbita em torno da Terra. Entretanto, esta idéia de Newton só se concretizou cerca de 250 anos mais tarde, quando foi alcançado o desenvolvimento tecnológico necessário.

CÁLCULO DA VELOCIDADE DO SATÉLITE

Vamos calcular agora a velocidade que deve ser comunicada a um satélite para que ele entre em órbita circular em torno do centro da Terra. O raio, r, de sua órbita, como mostra a fig. 6-9, é dado por

$$r = R + h$$

onde R é o raio da Terra e h é a altura do satélite.

A força $\vec{F}$, de atração da Terra sobre o satélite, é dada por

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

onde m é a massa do satélite e M é a massa da Terra (lembre-se de que a massa M pode ser suposta concentrada no centro da Terra). Como esta força proporciona a força centrípeta que mantém o satélite em órbita, podemos concluir que seu valor é igual a mv^2/r, que é a expressão geral de uma força centrípeta. Portanto, teremos

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \qquad \text{donde} \qquad \boxed{v = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

Logo, se nos for fornecida a altura de um satélite em órbita, poderemos calcular sua velocidade, uma vez que os valores de G e M são conhecidos. Observe que esta velocidade não depende da massa do satélite e que, quanto maior for a sua altura, menor será a sua velocidade.

PERÍODO DO SATÉLITE

O tempo que o satélite gasta para dar uma volta em torno do centro da Terra é o seu período. Durante este tempo T, a distância percorrida pelo satélite será dada por $2\pi r$ (comprimento de sua órbita circular). Então, como se trata de um movimento uniforme, teremos

$$2\pi r = vT \qquad \text{donde} \qquad T = \frac{2\pi r}{v}$$

Assim, como já sabemos calcular v, esta expressão nos permitirá determinar o período do satélite.

O SATÉLITE ESTACIONÁRIO

Suponha que um satélite seja colocado em órbita a uma altura de, aproximadamente, 36 000 km sobre um ponto do Equador (fig. 6-10).

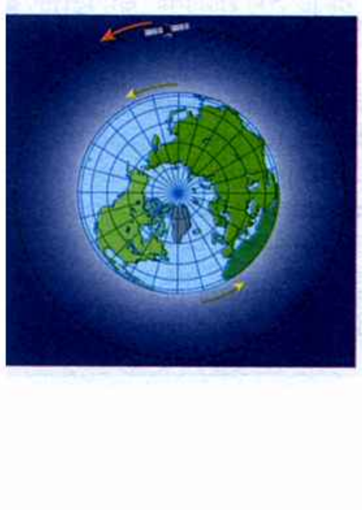
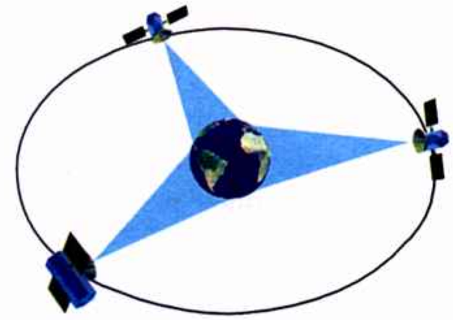


Fig. 6-10: *Ilustração esquemática, fora de escala. O satélite estacionário parece estar parado, para um observador na Terra, porque ele gira sobre um ponto do Equador com um período igual ao período de rotação da Terra.*

O raio de sua órbita será $r = R + h$ e como o raio da Terra é, aproximadamente, igual a 6 000 km, teremos, para o raio da órbita, cerca de 42 000 km. Levando este valor de r na expressão $v = \sqrt{GM/r}$, obtemos, para o satélite, uma velocidade $v = 10\,800$ km/h. Conhecendo esta velocidade, podemos calcular o período do satélite pela relação $T = 2\pi r/v$. Efetuando os cálculos, encontramos

$$T = 24 \text{ h}$$

Observe que este período é igual ao período de rotação da Terra e isto torna este satélite muito importante. Como ele está situado no plano do Equador terrestre (fig. 6-10) e gira junto com a Terra, gastando ambos o mesmo tempo para dar uma volta, *o satélite parecerá estar parado para um observador na Terra*. É isto o que ocorre com os famosos satélites estacionários, tipo Intelsat, tão usados modernamente em telecomunicações.



Esta gravura esquemática mostra três satélites estacionários, do tipo Intelsat-IV, situados em posições tais que permitem a comunicação entre dois pontos quaisquer da Terra.

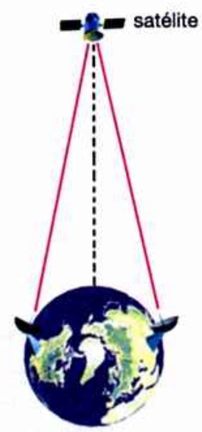


Ilustração esquemática, fora de escala. Em uma transmissão via satélite, o sinal emitido por uma antena na Terra é dirigido para o satélite, sendo ali transmitido de volta, direcionado para outro ponto da Terra, onde será captado por outra antena situada naquele local. O tempo gasto pelo sinal, neste percurso de ida e volta, é cerca de 0,25 s.

Assim, quando você assiste a um programa via satélite, o sinal de TV, antes de chegar ao seu aparelho, foi enviado até o satélite, a cerca de 36 000 km de altura, e retornou à Terra. Este sinal é recebido por antenas parabólicas (como aquelas da fig. 6-11) e distribuído para as diversas regiões do país. Como os sinais de TV se propagam com a velocidade da luz (300 000 km/s), o tempo que estes sinais gastam para ir até o satélite e voltar à Terra é muito pequeno. Por isto, é possível assistir a um lance de uma partida de futebol, realizada na Europa, por exemplo, praticamente no mesmo instante em que ele ocorreu no gramado.

Exemplo

Qual o valor da velocidade horizontal que deve ser comunicado a um objeto para que ele entre em órbita rasante à superfície da Terra?

Isto significa que a altura do satélite será nula ($h = 0$) e que o raio de sua órbita será o raio da Terra ($r = R$), como sugere a fig. 6-12. O valor de v será muito grande, pois sabemos que v é tanto maior quanto menor for h. Substituindo em $v = \sqrt{GM/R}$ os valores conhecidos de G, M e R, encontramos

$$v = 7{,}9 \times 10^3 \text{ m/s } (= 28\,800 \text{ km/h})$$

Com esta grande velocidade, o objeto encontraria uma grande resistência do ar e, provavelmente, dependendo do material, ele se queimaria antes de se deslocar apreciavelmente. Além disso, você poderá citar vários outros fatores que impediriam a realização desta experiência. Mas não tenha dúvidas de que, se todos estes fatores pudessem ser eliminados e se você comunicasse corretamente a um objeto a velocidade calculada acima, ele entraria em órbita, como na fig. 6-12, e você o teria de volta, sem cair na superfície da Terra, após ter completado uma volta em torno dela.

Fig. 6-11: *Estas antenas parabólicas são usadas para transmissão e recepção de sinais dos satélites estacionários.*

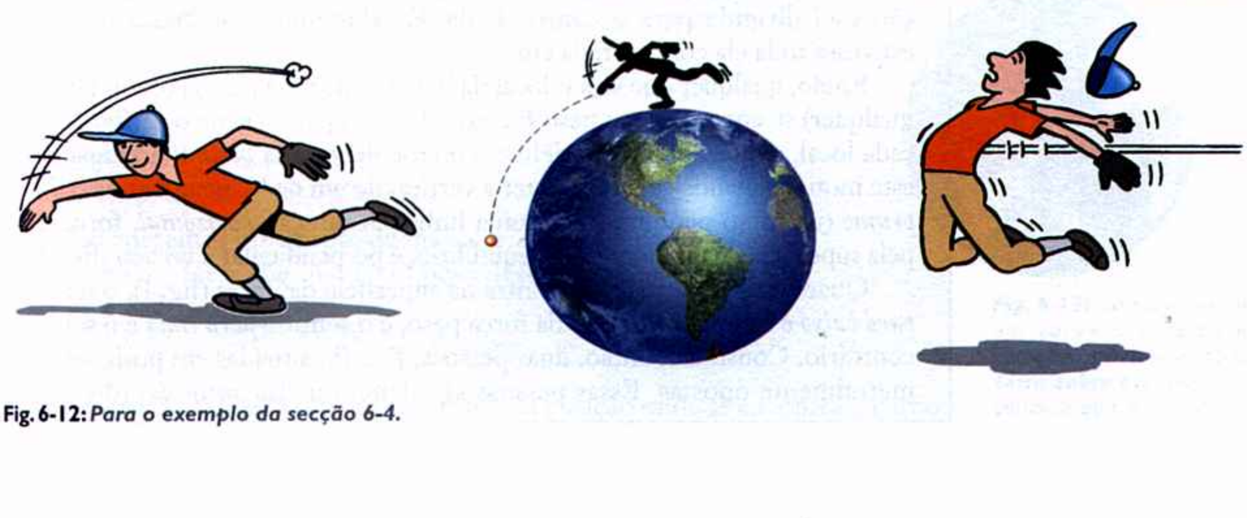


Fig. 6-12: *Para o exemplo da secção 6-4.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

17. As afirmativas seguintes costumam ser feitas por pessoas que não conhecem muito bem as leis da Física. Apresente argumentos que mostrem que estas afirmativas não são corretas.
    a) "A força de atração da Terra sobre um satélite artificial é nula, porque eles estão muito afastados de seu centro."
    b) "Um foguete não será mais atraído pela Terra quando ele chegar a regiões fora da atmosfera terrestre."

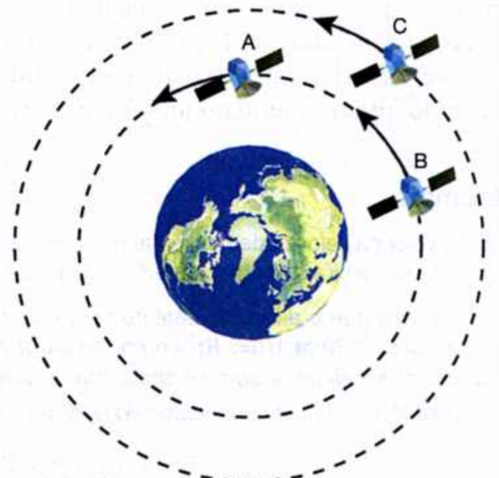
18. Explique por que um satélite artificial deve ser colocado em órbita em regiões fora da atmosfera terrestre.

19. A força de atração da Terra sobre um satélite em órbita circular proporciona a força centrípeta que deve atuar no satélite. Então, esta atração da Terra:
    a) Faz variar a direção da velocidade do satélite?
    b) Faz variar o módulo da velocidade do satélite?

20. Considere dois satélites, A e B, cujas massas são tais que $m_A > m_B$. Estes satélites estão em uma mesma órbita circular, em torno da Terra, como mostra a figura deste exercício.
    a) A velocidade de A é maior, menor ou igual à de B?
    b) O período de A é maior, menor ou igual ao de B?

21. Observe o satélite C, também mostrado na figura do exercício anterior.
    a) A velocidade de C é maior, menor ou igual à de B?
    b) O período de C é maior, menor ou igual ao de B?

22. A velocidade angular do movimento de rotação de Júpiter é $\omega = (\pi/5)$ rad/h.
    a) Quantas horas Júpiter gasta para dar uma volta completa em torno do seu eixo?
    b) Imagine que existisse em Júpiter um satélite estacionário usado para telecomunicação. Qual seria o período deste satélite?



Exercício 20.

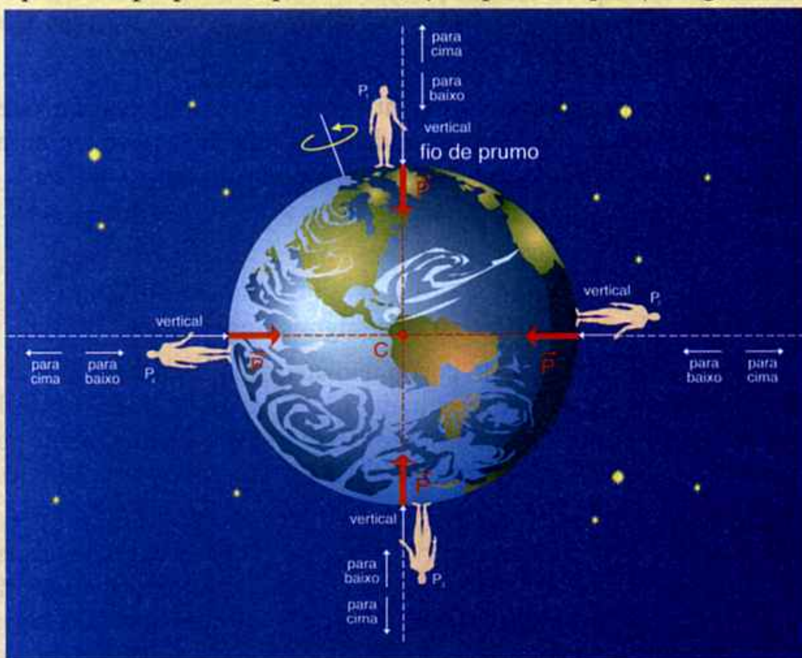
A atração da Terra está dirigida para seu centro

Qualquer corpo situado na superfície da Terra é atraído gravitacionalmente por ela (peso do corpo). Newton demonstrou que essa força de atração está dirigida para o centro C da Terra (como se a massa da Terra estivesse toda ela concentrada em C).

Então, qualquer que seja o local da Terra onde uma pessoa (ou um objeto qualquer) se encontre, seu peso P estará dirigido para o centro C (fig. I). Em cada local, a direção do peso define o que se denomina *vertical* do lugar. Por este motivo, quando se deseja obter a vertical de um dado lugar, usa-se o *fio de prumo* (um peso pendurado em uma linha). A direção *horizontal*, fornecida pela superfície de um líquido em equilíbrio, é perpendicular à *vertical* (fig. II).

Quando uma pessoa se encontra na superfície da Terra (fig. I), o sentido *para baixo* é sempre o sentido da força peso, e o sentido *para cima* é o sentido contrário. Considere, então, duas pessoas, P_1 e P_3, situadas em posições diametralmente opostas. Essas pessoas são denominadas *antípodas* (do grego *anti + podos*, "*de pés opostos*"). Observe que seus pesos têm sentidos contrários e suas idéias de *para baixo* e *para cima* estão mostradas na fig. I.

Para outras posições, é também a força de atração da Terra (peso) que mantém os objetos sobre a sua superfície. Assim, para cada posição na superfície terrestre temos uma vertical e um conceito de *para baixo* e *para cima* próprios daquele local (veja as pessoas P_2 e P_4 da fig. I).



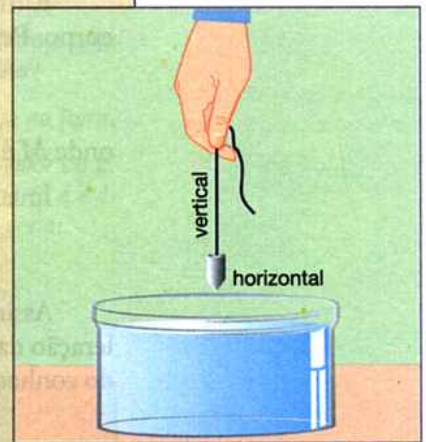


Fig. 11: *Uma reta vertical é sempre perpendicular a uma horizontal.*

Fig. I: *A força gravitacional da Terra sobre um corpo situado sobre um ponto qualquer de sua superfície é dirigida para o centro de nosso planeta. Ilustração esquemática, fora de escala.*

6.5. Variações da aceleração da gravidade

Conforme foi visto no capítulo 5, verifica-se experimentalmente que o valor da aceleração da gravidade, g, varia de um ponto da Terra para outro. Já foi dito também que, na superfície da Lua, o valor de g é bem menor do que na Terra e, em outros planetas, a aceleração da gravidade não é igual a 9,8 m/s^2. Estas variações no valor de g poderão ser entendidas, como veremos, através da Lei de Gravitação Universal.

EXPRESSÃO MATEMÁTICA DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE

Consideremos um corpo, de massa m, situado a uma distância r do centro da Terra (fig. 6-13). O peso deste corpo, pela 2ª lei de Newton, é dado por

$$P = mg$$

onde g é o valor da aceleração da gravidade na posição onde se encontra o corpo.

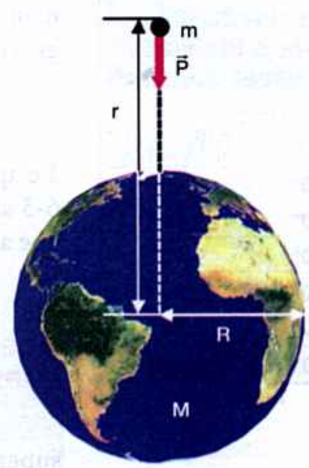


Fig. 6-13: *Como o peso de um corpo é a força de atração gravitacional da Terra sobre ele, podemos concluir que $g = GM/r^2$.*

Entretanto, este peso $\vec{P}$ é a força de atração que a Terra exerce sobre o corpo. Pela Lei de Gravitação Universal podemos, pois, escrever

$$P = G\frac{Mm}{r^2}$$

onde M é a massa da Terra (suposta concentrada no seu centro).

Igualando estas duas expressões de P, virá

$$mg = G\frac{Mm}{r^2} \qquad \text{donde} \qquad \boxed{g = G\frac{M}{r^2}}$$

Assim, chegamos a uma expressão matemática que nos permite calcular a aceleração da gravidade em um ponto nas proximidades da superfície terrestre, quando conhecemos G, a massa da Terra e a distância deste ponto ao centro da Terra.

COMENTÁRIOS

Analisando a equação $g = GM/r^2$, faremos alguns comentários.

1) Observe que o valor da massa m do corpo não aparece na equação, isto é, o valor de g *não* depende de m. Este resultado, que decorre imediatamente da Lei de Gravitação Universal, já havia sido observado experimentalmente por Galileu, alguns anos antes de Newton, ao constatar que todos os corpos, em queda livre, caem com a mesma aceleração.

2) Pela expressão $g = GM/r^2$, vemos que $g \propto 1/r^2$, isto é, quanto mais nos afastamos do centro da Terra, menor será o valor de g. Assim, o valor de g no alto de uma montanha é menor do que em sua base. Neste caso, a diferença entre os dois valores de g é muito pequena mas, se nos deslocarmos bastante acima da superfície da Terra, notaremos uma diminuição apreciável em g (ver a tabela 6-2).

3) Vamos analisar, agora, o valor de g sobre a superfície da Terra. Neste caso, sendo R o raio da Terra, teremos $r = R$ e, conseqüentemente,

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

Variação de g com a altitude (na latitude de 45°)

Altitude (km)	g (m/s²)
0	9,81
20	9,75
40	9,69
60	9,63
80	9,57
100	9,51
200	9,22

Tabela 6-2.

Como a Terra não é perfeitamente esférica e o valor de R no Equador é maior do que o valor de R nos pólos, podemos concluir que a aceleração da gravidade, no Equador, é menor do que nos pólos, isto é,

$$R \text{ (no Equador)} > R \text{ (nos pólos)} \qquad \text{logo} \qquad g \text{ (no Equador)} < g \text{ (nos pólos)}.$$

Esta conclusão coincide com os resultados experimentais citados no capítulo 5 e apresentados na tabela 6-3. Na realidade, as variações em g mostradas na tabela 6-3 são devidas, em parte, à rotação da Terra. Este fator também contribui para que a aceleração da gravidade no Equador seja menor do que nos pólos.

Variação de g com a latitude (ao nível do mar)

Latitude (km)	g (m/s²)
0°	9,780
20°	9,786
40°	9,802
60°	9,819
80°	9,831
90°	9,832

Tabela 6-3.

ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE NA SUPERFÍCIE DE OUTROS CORPOS CELESTES

A expressão $g = GM/R^2$, usada para calcular a aceleração da gravidade na superfície terrestre, pode ser empregada para se determinar o valor de g na superfície de qualquer outro corpo celeste. Neste caso, evidentemente, M representa a massa deste corpo celeste e R, o seu raio. Observe que a aceleração da gravidade na superfície de um planeta é proporcional à sua massa e inversamente proporcional ao quadrado de seu raio.

Exemplo

Imagine um planeta que tivesse uma massa 8 vezes maior do que a massa da Terra e cujo raio fosse 2 vezes maior do que o raio terrestre. Qual seria o valor de g neste planeta?

Como $g \propto M$, concluímos que se apenas M variasse, g seria 8 vezes maior do que na Terra.

De $g \propto 1/R^2$, vemos que a influência do raio será de tornar 4 vezes menor o valor de g. Como g é multiplicada por 8 por influência de M e dividida por 4 por influência de R, é evidente que g será multiplicada por 2. Assim, a aceleração da gravidade no planeta seria:

$$g = 2 \times 9{,}8\ \text{m/s}^2 \quad \text{ou} \quad g = 19{,}6\ \text{m/s}^2$$

Peso aparente de um corpo no Equador

Conforme analisamos no exemplo 3, resolvido na secção 5.4, uma balança de mola (dinamômetro) nem sempre indica o peso real de um corpo, isto é, a força gravitacional da Terra sobre ele. No caso do exemplo citado, o dinamômetro dentro do elevador acelerado para cima indicava um valor maior do que o peso do objeto, valor esse denominado *peso aparente*.

Suponhamos, agora, um corpo de massa m, situado no Equador terrestre, suspenso em um dinamômetro, como mostra a fig. 6-13-b.

Como sabemos, o módulo da força $\vec{P}$, exercida pela mola sobre o corpo, é fornecido pela leitura do dinamômetro e representa o peso aparente do corpo. A força $\vec{P}_0$ representa a atração gravitacional da Terra sobre ele, isto é, $\vec{P}_0$ é o seu peso real dado por

$$P_0 = G\frac{Mm}{R^2}$$

onde M e R representam a massa e o raio da Terra.

Se o corpo estivesse parado, evidentemente teríamos $P = P_0$, isto é, a leitura do dinamômetro forneceria o seu peso real. Entretanto, sabemos que o corpo está girando junto com a Terra, descrevendo uma trajetória circular de raio R, com uma velocidade v, em torno do centro da Terra (o valor de v é igual à velocidade linear de um ponto do Equador na Terra). Portanto, esse corpo possui uma aceleração centrípeta $a_c = v^2/R$ e a força centrípeta $\vec{F}_c$, que provoca essa aceleração, deve ser dada por:

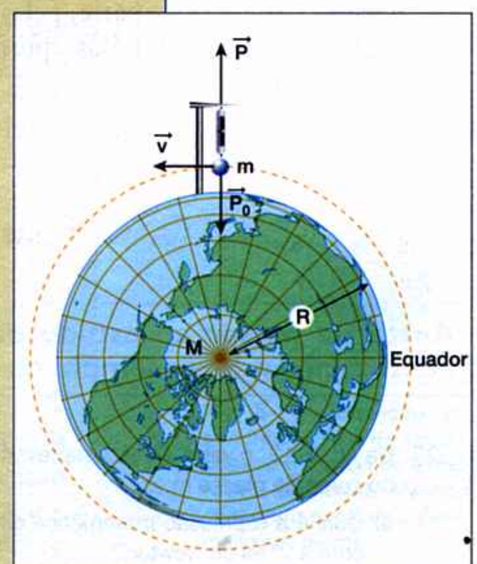


Fig.6-13-b: ***A leitura do dinamômetro (P) indica o peso aparente do corpo no Equador.***

$$F_c = P_0 - P = \frac{G\,Mm}{R^2} - P$$

Como $F_c = mv^2/R$, vem:

$$\frac{G\,Mm}{R^2} - P = m\frac{v^2}{R} \qquad \text{donde} \qquad P = \frac{G\,Mm}{R^2} - m\frac{v^2}{R}$$

Temos, assim, a expressão que nos fornece o peso aparente P do corpo no Equador. Vemos que esse peso aparente é *menor* do que o peso real P_0, sendo a diferença entre eles dada pela expressão mv^2/R.

Essa diferença entre o peso real e o peso aparente tem como conseqüência uma variação no valor da aceleração da gravidade, que iremos determinar a seguir. Designando por g_e a aceleração da gravidade no Equador, é claro que temos $P = mg_e$. Logo:

$$\cancel{m}g_e = \frac{GM\cancel{m}}{R^2} - \cancel{m}\frac{v^2}{R} \quad \text{donde} \quad g_e = \frac{GM}{R^2} - \frac{v^2}{R}$$

Como vimos, GM/R^2 nos fornece o valor da aceleração da gravidade g se a Terra não estivesse em rotação, isto é, $(GM/R^2) = g$. Então

$$g_e = g - \frac{v^2}{R}$$

Substituindo os valores $v = 463$ m/s (velocidade de um ponto no Equador) e $R = 6{,}37 \times 10^6$ m (raio da Terra), encontramos

$$\frac{v^2}{R} = 0{,}034 \text{ m/s}^2 = 3{,}4 \text{ cm/s}^2$$

Portanto, em virtude da rotação da Terra, a aceleração da gravidade no Equador sofre uma redução de 3,4 cm/s². Este fato é responsável, em grande parte, pelas diferenças entre os valores dessa aceleração no Equador e nos pólos, apresentados na tabela 6-3.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

23. Na fig. 6-13, o valor $\vec{P}$ está representando o peso do corpo de massa m.
    a) Qual é a expressão matemática de P de acordo com a 2ª lei de Newton?
    b) Qual é a expressão matemática de P de acordo com a Lei de Gravitação Universal?
    c) Usando suas respostas de (a) e (b), mostre que podemos obter a expressão $g = GM/r^2$, que nos permite calcular o valor de g.

24. Os astronautas que desceram na superfície da Lua verificaram experimentalmente que a aceleração da gravidade em nosso satélite vale cerca de 1,6 m/s². Usando a expressão $g = GM/R^2$, calcule o valor de g na Lua e verifique se sua resposta concorda com o resultado encontrado pelos astronautas. Considere os seguintes dados: $G = 6{,}7 \times 10^{-11}$ N · m² / kg²; massa da Lua $M = 7{,}4 \times 10^{22}$ kg e raio da Lua $R = 1{,}7 \times 10^6$ m.

25. A expressão $g = GM/r^2$ nos mostra que a aceleração da gravidade terrestre, em um ponto, é inversamente proporcional ao quadrado da distância deste ponto ao centro da Terra. Usando esta informação, copie a tabela deste exercício em seu caderno e complete-a, determinando os valores de g para cada uma das alturas h indicadas (R representa o raio da Terra).

h	$r = R + h$	g
0	R	10 m/s²
R		
$4R$		
$9R$		

Exercício 25.

26. Como vimos no capítulo 2, as experiências realizadas por Galileu mostraram que todos os corpos, em queda livre, caem com a mesma aceleração. Explique por que a expressão $g = GM/r^2$ concorda com esta observação de Galileu.

27. Vimos que o valor de g na superfície da Terra varia com a latitude e com a altitude. Observando a tabela 6-3 e sabendo que o valor de g no alto do monte Evereste (ponto mais alto da superfície terrestre) vale cerca de 9,78 m/s^2, responda:
    a) Você acha que as variações de g na superfície da Terra são grandes ou pequenas?
    b) Então, é razoável considerar $g = 9{,}8$ m/s^2 em qualquer lugar da superfície terrestre?

28. a) A massa de Júpiter é cerca de 300 vezes maior do que a massa da Terra. Se o raio de Júpiter fosse igual ao raio da Terra, quantas vezes maior do que na Terra seria a aceleração da gravidade em Júpiter?
    b) O raio de Júpiter é cerca de 10 vezes maior do que o raio da Terra. Se a massa de Júpiter fosse igual à massa da Terra, quantas vezes menor do que na Terra seria a aceleração da gravidade em Júpiter?
    c) Usando suas respostas de (a) e (b), diga quantas vezes maior do que na Terra é a aceleração da gravidade em Júpiter.
    d) Logo, qual é o valor aproximado de g em Júpiter?

um tópico especial para você aprender um pouco mais

6.6. O triunfo da Gravitação Universal

Tendo chegado à expressão da força gravitacional entre dois objetos, $F = Gm_1m_2 / r^2$, Newton usou-a para estudar e interpretar um grande número de fenômenos naturais. Embora vários desses fenômenos já fossem conhecidos há séculos, não tinha sido possível, ainda, encontrar uma explicação científica para eles. O sucesso obtido por Newton na interpretação destes fenômenos se constituiu, então, em um grande triunfo de sua teoria da Gravitação Universal.

A seguir, citaremos algumas das inúmeras situações que foram analisadas, com êxito, através da Lei de Gravitação.

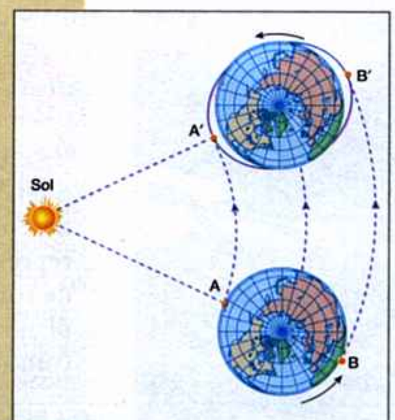
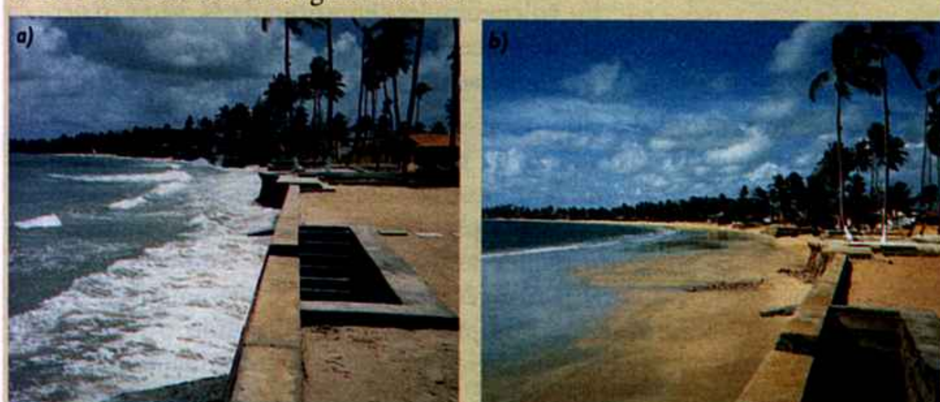


Fig. 6-14: *Ilustração esquemática, fora de escala. Usando a sua Lei de Gravitação Universal, Newton conseguiu explicar o fenômeno das marés.*

AS MARÉS SÃO CAUSADAS PELAS ATRAÇÕES GRAVITACIONAIS DO SOL E DA LUA

Um dos fenômenos naturais mais conhecidos é o das marés oceânicas. Como você sabe, o fenômeno das marés consiste na flutuação do nível da água do mar, produzindo o que se denomina *maré alta* e *maré baixa*. Em um dado local, a maré alta ocorre duas vezes ao dia (o mesmo ocorrendo com a maré baixa). A explicação desse fenômeno foi dada pelo próprio Newton, como sendo causado pela atração do Sol e da Lua e da Lua sobre as águas do mar.



Fotos: Irani B. Silva

a) Vista de uma praia com maré alta. b) A mesma praia vista com a maré baixa.

Para entender a explicação dada por Newton, vamos examinar a fig. 6-14. Nesta figura, representamos a Terra por uma esfera, envolvida pela camada de água dos oceanos, girando em torno do Sol. A camada de água situada em *A*, estando mais próxima do Sol, é atraída por ele com uma força maior do que a camada situada em *B*. Então, como a Terra está descrevendo uma trajetória curva e a força centrípeta em *A* é maior do que em *B*, a camada *A* tende a descrever uma trajetória mais fechada e a camada *B*, por inércia, tende a descrever uma trajetória mais aberta. Em virtude disto, o nível de água passa de *A* para *A'* e de *B* para *B'*, isto é, em um dado instante, serão observadas duas marés altas, uma em cada lado da Terra. Como a Terra possui também um movimento de rotação em torno de seu próprio eixo, após um intervalo de 12 h a camada *A* estará mais afastada e *B* mais próxima do Sol, observando-se, novamente, uma maré alta nestes locais. Portanto, em um dado local, observaremos duas marés altas por dia.

A influência da atração da Lua na produção das marés pode ser explicada de maneira semelhante. Este efeito se superpõe ao efeito produzido pelo Sol e quando o Sol, a Terra e a Lua estão alinhados, estes efeitos se adicionam, sendo observadas, então, marés mais altas do que a média.

O EIXO DA TERRA MUDA DE DIREÇÃO CONTÍNUA E LENTAMENTE

Um dos maiores sucessos da teoria de Newton foi ter conseguido explicar o fenômeno da *precessão* do eixo de rotação da Terra. Procuraremos, a seguir, descrever esse fenômeno. Para isto, consideremos a fig. 6-15, na qual está representada a órbita da Terra em torno do Sol. Como você deve saber, o eixo de rotação da Terra (representado por *E* na fig. 6-15) não é perpendicular ao plano desta órbita, apresentando uma certa inclinação em relação à normal *N*, como mostra a fig. 6-15.

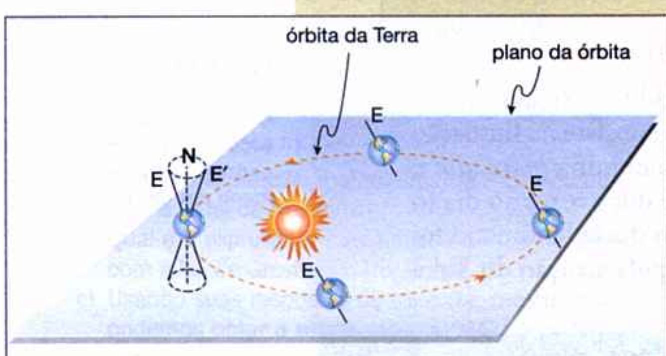


Fig. 6-15: ***Ilustração esquemática, fora de escala. O eixo de rotação da Terra não se mantém em uma direção fixa no espaço. Ele executa um movimento de precessão muito lento, gastando 26 000 anos para dar uma volta completa em torno da normal N mostrada na figura. Portanto, ao longo de um ano, sua direção permanece praticamente invariável.***

Na época de Newton, já era bastante conhecido o fato de que o eixo *E* não tem uma direção fixa no espaço, sabendo-se que ele gira muito lentamente em torno de *N*, deslocando-se de *E* para *E'* e retornando à posição *E* (de maneira semelhante ao que ocorre com o eixo de um pião que está girando). Este movimento descrito por *E* denomina-se *precessão do eixo da Terra*. O tempo que o eixo gasta para dar uma volta completa em torno de *N*, isto é, o período de precessão, também já era conhecido naquela época, sendo o seu valor cerca de 26 000 anos!

Entretanto, não tinha sido possível encontrar uma explicação científica para estes fenômenos. Usando a sua teoria gravitacional, Newton analisou detalhadamente a atração que o Sol exerce sobre as diversas partes da Terra, conseguindo explicar por que ocorre a precessão de seu eixo (não vamos descrever a análise feita por Newton, pois ela exige certos conhecimentos não apresentados em nosso curso). Através de sua análise matemática, Newton calculou teoricamente o período da precessão, encontrando o resultado de 26 000 anos, em excelente concordância com o valor determinado experimentalmente por observações astronômicas.

OS PLANETAS SOFREM PEQUENAS PERTURBAÇÕES EM SUAS ÓRBITAS ELÍPTICAS

Como vimos, Kepler descobriu que as órbitas dos planetas em torno do Sol são elipses. Na época de Newton, alguns astrônomos, realizando observações mais cuidadosas, perceberam que sistematicamente os planetas se afastavam ligeiramente da órbita prevista por Kepler, isto é, seus movimentos sofriam pequenas flutuações em torno da trajetória elíptica que deveriam seguir.

Newton, usando mais uma vez a sua Lei de Gravitação Universal, demonstrou que estas flutuações na órbita de um certo planeta eram devidas às atrações dos demais planetas sobre ele. Em outras palavras, Newton provou que a trajetória de um planeta seria uma elipse perfeita se sobre ele atuasse apenas a força de atração do Sol. Entretanto, a força que um planeta exerce sobre outro é muito menor do que a força de atração do Sol. Assim, a trajetória de um determinado planeta é apenas ligeiramente perturbada pela atração dos demais.

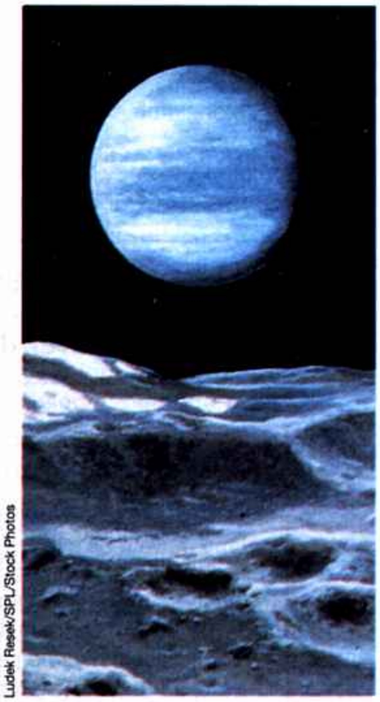
A DESCOBERTA DO PLANETA NETUNO

Descreveremos, a seguir, como esta análise feita por Newton foi usada, alguns anos mais tarde, no século XIX, em uma das descobertas mais sensacionais no campo da Astronomia.

Até meados do século XVII, os astrônomos conheciam apenas seis planetas: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno. Alguns anos após a morte de Newton, o planeta Urano foi descoberto, por acaso, quando eram feitas observações astronômicas com um telescópio. Usando a teoria da Gravitação Universal, os cientistas calcularam a órbita que Urano deveria descrever, levando em consideração a atração que o Sol e os demais planetas conhecidos exerciam sobre ele. Entretanto, observando durante alguns anos o movimento de Urano, os astrônomos verificaram que ele não seguia exatamente a órbita prevista pela teoria.

Acreditando que a teoria de Newton não poderia estar errada, dois cientistas, Adams e Leverrier, suspeitaram que os desvios observados deviam estar sendo causados por um outro planeta, ainda desconhecido, que estaria perturbando a órbita de Urano. Os dois cientistas calcularam, então, baseando-se na Lei de Gravitação Universal, onde deveria estar situado o suposto planeta para causar tal perturbação. Apontando seus telescópios para a posição indicada por Adams e Leverrier, os astrônomos verificaram, maravilhados, que realmente lá se encontrava um novo planeta! Assim foi descoberto, em 1846, o planeta Netuno, girando em torno do Sol em sua órbita, além de Urano.

De maneira semelhante, por perturbações observadas na órbita de Netuno, foi descoberto, em 1930, o planeta Plutão que, pelas observações realizadas até hoje, parece ser, realmente, o último planeta do sistema solar.



Ludek Pesek/SPL/Stock Photos

Nesta bela foto enviada à Terra pela nave espacial Voyager-2, vemos, ao fundo, o planeta Netuno e, em primeiro plano, a superfície irregular de Tritão, o maior e mais próximo de seus dois satélites.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

29. Considere a Terra, em seu movimento de translação, deslocando-se entre as duas posições mostradas na fig. 6-14.
    a) A força gravitacional do Sol sobre a camada de água que envolve a Terra é maior em *A* ou em *B*?
    b) Muitas pessoas acham que, se em um ponto da Terra observa-se uma maré alta, naquele momento será observada uma maré baixa no ponto diametralmente oposto. Você concorda com estas pessoas? (Veja a fig. 6-14.)

30. Suponha que uma pessoa se encontre na posição *A'* da fig. 6-14, observando uma maré alta. Depois de quanto tempo ela observará, permanecendo no local onde se encontra:
    a) Uma maré baixa? b) Uma próxima maré alta?
31. Na fig. 6-15, suponha que o eixo *E* esteja mostrando a direção atual do eixo terrestre e considere a Terra em sua posição mais próxima do Sol.
    a) Nessa época do ano, no hemisfério sul seria inverno ou verão?
    b) Daqui a quantos anos, ao passar a Terra pela mesma posição, seria inverno no hemisfério sul?
32. a) Suponha que sobre um planeta atuasse apenas a força de atração do Sol. Qual seria a trajetória desse planeta?
    b) Por que as trajetórias dos planetas, em torno do Sol, não são exatamente elípticas?
33. a) Quais eram os planetas conhecidos até a época de Galileu e Newton?
    b) Você seria capaz de dizer por que esses planetas já eram conhecidos em épocas muito anteriores àquela?
34. Explique por que a órbita de Urano, observada pelos astrônomos, não correspondia àquela calculada teoricamente pelos cientistas.
35. Procure explicar, em poucas palavras, por que esse Tópico Especial recebeu o título "O triunfo da Gravitação Universal".

revisão

As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

1. Faça um resumo das principais características dos seguintes sistemas astronômicos:
    a) Sistema dos gregos.
    b) Sistema de Ptolomeu.
    c) Sistema de Copérnico.
2. a) Expresse, com suas palavras, a 1ª lei de Kepler. Ilustre, com um desenho, o seu enunciado.
    b) Faça o mesmo para a 2ª lei de Kepler.
    c) Enuncie e expresse matematicamente a 3ª lei de Kepler.
3. Leia a introdução da secção 6.3 e responda:
    a) Qual a importante modificação, introduzida por Newton, nas idéias de Aristóteles sobre o movimento dos corpos celestes?
    b) Qual a conclusão de Newton que se encontra em destaque nesta introdução?
4. a) Escreva a expressão matemática da força de atração do Sol sobre um planeta, obtida por Newton. Explique o significado de cada um dos símbolos que aparecem nesta expressão.
    b) Enuncie a Lei de Gravitação Universal de Newton.
    c) Descreva, em poucas palavras, a experiência realizada por Cavendish que comprovou a Lei de Gravitação Universal.
5. Quando um satélite artificial encontra-se em órbita circular em torno da Terra:
    a) Existe alguma força atuando sobre ele?
    b) Qual é o agente responsável por esta força?
6. a) Quando um satélite está em órbita, qual é a expressão matemática da força que atua sobre ele, de acordo com a Lei de Gravitação Universal?
    b) Lembrando-se que a força que atua no satélite é uma força centrípeta, escreva uma outra expressão matemática para esta força.
    c) Usando suas respostas de (a) e (b) mostre que a velocidade do satélite é dada por $v = \sqrt{GM/r}$.
7. a) Descreva como foi obtida, no texto, a expressão $T = 2\pi r/v$.
    b) Explique por que um satélite estacionário deve ter um período de 24 h.
8. a) Escreva a expressão matemática para *g*, obtida através da Lei de Gravitação Universal e mostre que ela está de acordo com as seguintes afirmações:
    1ª - A aceleração de um corpo em queda livre *não* depende da massa deste corpo.
    2ª - A aceleração da gravidade em um ponto é tanto menor quanto maior for a altura deste ponto.
    3ª - A aceleração da gravidade nos pólos da Terra é maior do que no Equador.
    b) Quais as grandezas, características de um planeta, que influem no valor da aceleração da gravidade em sua superfície?

algumas experiências simples

Para você fazer

Primeira experiência

1º) Procure observar o céu em uma noite em que as estrelas estejam bem visíveis. Fixe sua atenção em um grupo de estrelas (como o Cruzeiro do Sul ou as Três Marias, ou outro qualquer) e procure localizar a posição dessas estrelas no céu, usando, como referência, um edifício, ou uma montanha, ou uma árvore etc.

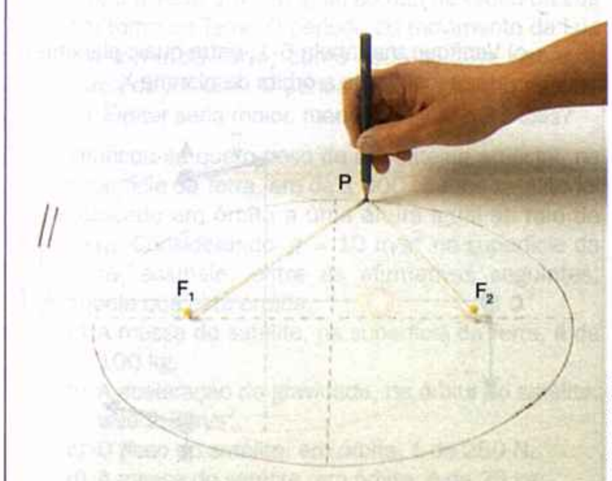
2º) Cerca de duas horas mais tarde, procure localizar novamente a posição do mesmo grupo de estrelas. Você percebe a acentuada mudança de posição experimentada pelas estrelas?

3º) Descreva como os gregos, em seu sistema geocêntrico, explicavam o movimento das estrelas observado por você.

4º) Segundo as idéias de Copérnico, qual é a causa deste movimento das estrelas?

Segunda experiência

1º) A elipse é uma curva tal que, dados os seus focos F_1 e F_2, a soma das distâncias de qualquer um de seus pontos a estes focos é sempre constante (na figura, temos $F_1P + F_2P$ = constante). Assim, podemos traçar uma elipse usando o seguinte processo: prendem-se as extremidades de um cordão a dois alfinetes que são fixados em dois pontos F_1 e F_2, como mostra a figura. Esticando o cordão com a ponta de um lápis, traça-se a curva fazendo o lápis deslizar, mantendo o cordão sempre esticado. Desta maneira, a soma das distâncias de um ponto qualquer da curva a F_1 e F_2 será sempre igual ao comprimento do cordão. Logo, os pontos F_1 e F_2, nos quais fixamos os alfinetes, serão os focos da elipse.



Agostinho de Paula

Segunda experiência.

2º) Usando o processo que acabamos de descrever, trace uma elipse com os seguintes dados: tome um cordão de 30 cm de comprimento e fixe suas extremidades de tal modo que a distância $F_1 F_2$ entre os focos seja de 24 cm.

3º) Quanto menor for a distância entre os focos (para um dado comprimento do cordão), mais próxima da forma circular se torna a elipse. Para verificar este fato, trace uma outra elipse usando o mesmo cordão de 30 cm, mas tal que a distância focal $F_1 F_2$ seja de 8 cm. A curva que você obteve agora corresponde, aproximadamente, à forma da órbita do planeta Plutão em torno do Sol. Como você pode observar, esta curva tem forma muito próxima de uma circunferência, embora, entre os planetas, Plutão seja aquele que descreve a órbita mais *achatada*.

4º) Usando ainda o cordão de 30 cm de comprimento, trace uma elipse com os focos distanciados de apenas 0,6 cm. Esta curva corresponde, aproximadamente, à forma da órbita da Terra em torno do Sol. Observe, como já dissemos, que ela é praticamente circular.

Terceira experiência

Os cometas são corpos celestes que se movem em torno do Sol de maneira semelhante aos planetas, mas cujas órbitas são elipses muito alongadas. Um dos cometas mais conhecidos, sobre o qual você já deve ter ouvido falar, é o *cometa de Halley*.

Photo Researches/Stock Photos

Cometa de Halley.

1º) Procure, em textos especializados ou enciclopédias, alguns dados sobre este cometa, que lhe permitam responder às seguintes indagações:

a) Qual é o seu período?

b) Qual o ano de sua última passagem pela Terra? Tente obter uma fotografia do cometa tirada nesta época.

c) Em que ano ele voltará a passar próximo à Terra?

d) Qual é a menor distância do cometa ao Sol? Quando ele se encontra nesta posição, entre as órbitas de quais planetas ele está situado?

e) Qual a máxima distância do cometa ao Sol? Quando ele se encontra nesta posição, entre as órbitas de quais planetas ele está situado?

2º) Consultando a tabela 6-1, faça um esquema mostrando, aproximadamente, em escala, as órbitas dos planetas em torno do Sol (considere-as circulares e use uma folha de cartolina ou de papel bem grande). Usando os dados colhidos sobre o cometa e lembrando-se do que você aprendeu na segunda atividade trace, no esquema do sistema solar desenhado por você, a elipse que representa a órbita do cometa de Halley em torno do Sol.

Quarta experiência

Como você deve saber, os planetas refletem a luz do Sol e, por isso, alguns deles podem ser vistos no céu, mesmo a olho nu, confundindo-se com as estrelas. Entretanto, ao realizar essa atividade, você aprenderá a distinguir um planeta de uma estrela sem usar aparelhos e poderá, até mesmo, identificar alguns desses planetas.

1º) Em uma noite de céu sem nuvens, olhando para as estrelas, observe que elas cintilam, isto é, a luz que elas emitem parece estar piscando continuamente. Os planetas cintilam muito menos do que as estrelas e, assim, são vistos praticamente como fontes de luz contínua, isto é, que não piscam. Usando esta informação, faça observações atentas do céu (em horários diferentes) e tente visualizar algum planeta.

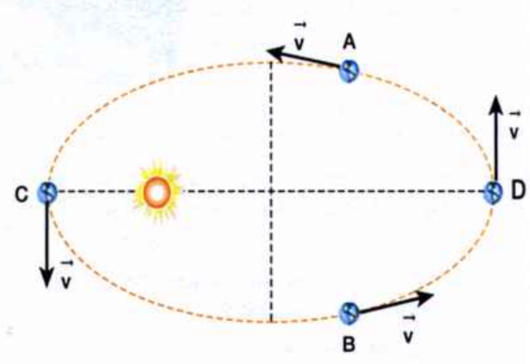
2º) Pelo menos o planeta Vênus pode ser observado com certa facilidade. Vênus aparece sempre nas proximidades do Sol, podendo ser visto como se fosse uma estrela muito brilhante, logo após o pôr-do-sol ou, em outras épocas do ano, pouco antes de o Sol nascer. Por isto, este planeta costuma ser popularmente denominado *estrela-d'alva* ou *estrela vespertina*. Usando estas informações, procure localizar Vênus no céu e perceber o seu movimento em relação às estrelas (pela repetição de suas observações durante algumas semanas).

3º) Marte e Júpiter também podem ser observados com certa facilidade, se a observação for feita quando eles se encontram mais próximos da Terra. Marte pode ser identificado por sua coloração avermelhada e Júpiter, por apresentar-se com brilho bastante intenso (quase igual ao de Vênus). Embora Júpiter esteja muito afastado da Terra, a facilidade com que pode ser observado é devida às suas enormes dimensões. Com o auxílio de informações fornecidas pelos meios de comunicação ou anuários publicados por institutos astronômicos, você poderá ficar sabendo a melhor época para realizar essas observações. Não deixe, então, de localizar Marte e Júpiter no céu e de verificar que eles se deslocam em relação às estrelas, com o passar dos dias.

problemas e testes

1. A figura deste exercício representa um planeta em sua órbita elíptica em torno do Sol. Lembre-se da 2ª lei de Kepler e responda:
   a) Em *A*, a aceleração tangencial do planeta tem o mesmo sentido ou sentido contrário à sua velocidade? Por quê?
   b) E em *B*?
   c) A aceleração centrípeta do planeta em *C* é maior, menor ou igual à sua aceleração centrípeta em *D*? Explique.

2. a) Suponha que tenha sido descoberto um pequeno planeta *X*, cuja distância ao Sol fosse $r = 9,0$ u.a. Usando a 3ª lei de Kepler, determine qual seria o período de revolução deste planeta.
   b) Seria possível, com os dados fornecidos em (a), determinar o período de rotação do planeta *X*?
   c) Verifique, na tabela 6-1, entre quais planetas estaria localizada a órbita do planeta *X*.

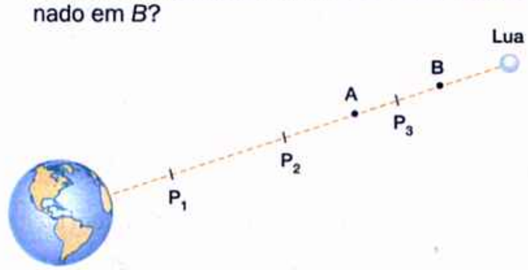


Problema I.

3. Imagine que a massa do Sol se tornasse subitamente 4 vezes maior. Para que a força de atração do Sol sobre a Terra não sofresse alteração, a distância entre a Terra e o Sol deveria se tornar:
a) 4 vezes maior.
b) 4 vezes menor.
c) 2 vezes maior.
d) 2 vezes menor.
e) 8 vezes maior.

4. Seja *F* a força de atração do Sol sobre um planeta. Se a massa do Sol se tornasse 3 vezes maior, a do planeta, 5 vezes maior, e a distância entre eles fosse reduzida à metade, a força de atração entre o Sol e o planeta passaria a ser:
a) $3F$
b) $15F$
c) $7{,}5F$
d) $\left(\frac{15}{4}\right)F$
e) $60F$

5. a) Um objeto, colocado entre a Terra e a Lua, fica sob a ação das forças de atração da Terra e da Lua. Existe uma certa posição em que estas forças estão em equilíbrio. Na figura deste exercício, qual dos pontos P_1, P_2 ou P_3 pode representar esta posição?
b) Descreva o movimento que o objeto iria adquirir se fosse abandonado em *A*. E se fosse abandonado em *B*?



Problema 5.

6. Suponha que Júpiter possuísse um satélite cuja órbita tivesse um raio igual ao raio da órbita da Lua em torno da Terra. O período do movimento da Lua em torno da Terra, como você já deve saber, é cerca de 27 dias. O período deste suposto satélite de Júpiter seria maior, menor ou igual a 27 dias?

7. Verificou-se que o peso de um satélite artificial, na superfície da Terra, era de 1 000 N. Este satélite foi colocado em órbita a uma altura igual ao raio da Terra. Considerando $g = 10$ m/s^2 na superfície da Terra, assinale, entre as afirmativas seguintes, aquela que está errada.
a) A massa do satélite, na superfície da Terra, é de 100 kg.
b) A aceleração da gravidade, na órbita do satélite, vale 2,5 m/s^2.
c) O peso do satélite, em órbita, é de 250 N.
d) A massa do satélite, em órbita, é de 25 kg.
e) A força centrípeta que atua no satélite vale 250 N.

8. a) A velocidade angular de um satélite estacionário é maior, menor ou igual à velocidade angular de rotação da Terra?
b) A velocidade linear de um satélite estacionário é maior, menor ou igual à velocidade linear de um ponto do Equador terrestre?

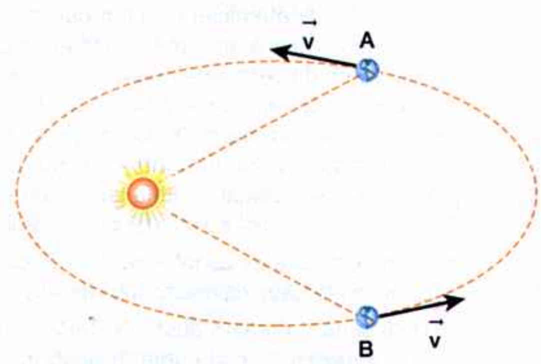
9. Suponha que um satélite se encontre em órbita, sobre o Equador da Terra, à mesma altura do satélite estacionário, mas girando em sentido contrário à rotação da Terra.
a) O tempo que este satélite gasta para dar uma volta completa em sua órbita seria também de 24 h?
b) Este satélite seria um satélite estacionário?
c) Se um observador na Terra visse este satélite passar sobre sua cabeça em um certo instante, depois de quanto tempo isto tornaria a acontecer?

10. Um satélite é colocado em órbita a 36 000 km de altura (a mesma altura do Intelsat) de tal modo que o plano de sua órbita passe pelos pólos da Terra. Um observador, situado no pólo sul, vê o satélite passar sobre sua cabeça às 8 h da manhã de um certo dia. A próxima passagem do satélite sobre este observador será:
a) Às 12 h do mesmo dia.
b) Às 20 h do mesmo dia.
c) Às 24 h do mesmo dia.
d) Às 8 h do dia seguinte.
e) Às 12 h do dia seguinte.

11. A massa do Sol é, aproximadamente, 300 000 vezes maior do que a massa da Terra e o seu raio vale cerca de 100 raios terrestres. Qual seria o valor aproximado da aceleração de queda de um corpo na superfície do Sol?

12. Imagine que um satélite artificial transporte uma bomba presa por uma garra à parte externa do satélite. Se, depois que o satélite está em órbita, a garra for aberta, abandonando a bomba, ela cairá sobre a Terra? Explique.

13. A figura deste problema mostra um planeta em sua órbita elíptica em torno do Sol. Tendo em vista a força de atração do Sol sobre o planeta, explique por que, em *A*, a velocidade do planeta está aumentando e, em *B*, ela está diminuindo.



Problema 13.

14. a) Obtenha uma expressão para a força centrípeta que atua em um corpo de massa m, girando em uma órbita circular de raio r com um período T, em função de m, r e T (lembre-se de que $v = 2\pi r/T$).
    b) Usando sua resposta à questão anterior e lembrando-se de que a força centrípeta que atua em um planeta é proporcionada pela atração gravitacional do Sol ($F = G\ mM/r^2$), mostre que, para um planeta qualquer, tem-se $T^2/r^3 = 4\pi^2/GM$.
    c) A relação obtida em (b) lhe permite concluir que T^2/r^3 tem o mesmo valor para todos os planetas, como está afirmado na 3ª lei de Kepler?
    d) A expressão $T^2/r^3 = 4\pi^2/GM$ é válida para o movimento da Lua em torno da Terra? e para um satélite artificial da Terra? Explique.

15. Muitas pessoas costumam fazer a seguinte indagação: "Se existe uma força de atração da Terra sobre um satélite em órbita, por que ele não cai na superfície terrestre"? Como você responderia a esta pergunta?

16. Em Problemas e Testes número 10, suponha que o observador estivesse sobre o Equador. Considerando inalteradas as demais informações do problema, qual seria, neste caso, a alternativa correta?

17. a) Usando a expressão obtida na questão (b) do problema 14, calcule a ordem de grandeza da massa do Sol, usando os valores de T e r para a Terra, fornecidos na tabela que se encontra no final deste volume (substitua, na expressão, apenas as ordens de grandeza dos valores tabelados).
    b) Sua resposta à questão anterior concorda razoavelmente com a ordem de grandeza do valor fornecido na mesma tabela para a massa do Sol?

18. Até pouco tempo, os astrônomos conheciam a massa de Júpiter com maior precisão do que a da Lua. Atualmente, a massa da Lua já é conhecida com bastante precisão. Procure uma explicação para esses fatos.

19. Observações anatômicas indicam que o Sol está descrevendo uma órbita, aproximadamente circular, em torno do centro de nossa galáxia. A ordem de grandeza do raio dessa órbita é de 10^{20} m e o período desse movimento é da ordem de 100 milhões de anos. Nesse movimento, o Sol é atraído pela ação gravitacional de uma grande quantidade de estrelas existentes no interior de sua órbita.
    a) Tendo em vista essas informações, calcule a ordem de grandeza da massa total dessas estrelas.
    b) Qual seria o número dessas estrelas, supondo que a massa de cada uma fosse da ordem da massa do Sol?

20. Na secção 6.3 afirmamos que Newton, raciocinando a partir de suas leis da Mecânica e das leis de Kepler, concluiu que havia uma força $\vec{F}$ de atração entre o Sol (massa M) e um planeta (massa m) tal que:

$$F \propto m \qquad F \propto 1/r^2 \qquad F \propto M$$

Respondendo às questões seguintes, você poderá perceber como Newton chegou a essas conclusões (estamos supondo órbitas circulares para os planetas).
    a) Usando a 3ª lei de Kepler e a resposta à questão (a) do problema 14, mostre que são obtidas as duas primeiras proporcionalidades mencionadas no enunciado deste problema.
    b) Mostre que, usando a 2ª e a 3ª leis de Newton, é possível concluir que $F \propto M$.

21. Um objeto de massa m encontra-se em um satélite em órbita circular de raio r, situada no plano do Equador, em torno do centro da Terra (massa M).
    a) Usando a Lei de Gravitação Universal, escreva a expressão que fornece o peso real P_0 do objeto.
    b) Usando as expressões para o peso aparente P (obtidas no quadro da secção 6.5) e a da velocidade de um corpo em órbita, calcule o valor do peso aparente P do objeto.

22. Em cada uma das situações seguintes, dizer se o peso aparente de um astronauta é maior, menor ou igual ao seu peso real. Imagine que ele se encontra no interior de um satélite que vai ser colocado em órbita por um foguete.
    a) Após a partida, durante a fase de aceleração proporcionada pelo foguete.
    b) Depois que o combustível se esgota e o foguete continua subindo.
    c) Quando o satélite se encontra em órbita.

23. a) Algumas vezes ouve-se dizer que um sistema geocêntrico é incorreto porque, na realidade, são os planetas que giram em torno do Sol. Lembrando-se do conceito de referencial no estudo dos movimentos, você acha que essa afirmação é correta?
    b) Tendo em vista sua resposta à questão anterior, diga qual seria a vantagem de se adotar o sistema heliocêntrico.

24. A distância mínima da Terra a Marte é de 6×10^7 km e a de Marte a Júpiter é de 5×10^8 km. Sabendo-se que
    – massa da Terra $= 6 \times 10^{24}$ kg
    – massa de Marte $= 7 \times 10^{23}$ kg
    – massa de Júpiter $= 2 \times 10^{27}$ kg
e tomando $G = 7 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$, responda: qual dos dois planetas, Terra ou Júpiter, provoca maior perturbação no movimento de Marte?

25. Usando a Lei de Gravitação Universal, determine qual deve ser, no S.I., a unidade da constante gravitacional G.

questões de vestibular

As questões de vestibular se encontram no final do livro.

problemas suplementares

1. Calcule o valor aproximado (em horas) do tempo decorrido entre a primeira e a última cena mostradas na fig. 6-12.

2. a) Calcule o valor aproximado do tempo que um sinal de TV gasta para ir ao Intelsat e retornar à Terra (considere o deslocamento do sinal, tanto na ida quanto na volta, igual à altura do satélite).
   b) Uma comunicação telefônica do Brasil com o Japão, exclusivamente via satélite, seria feita através de dois satélites estacionários, sendo o sinal enviado ao primeiro satélite, voltando a uma estação terrena que o retransmitiria ao segundo satélite, de onde seria dirigido ao Japão. Se você estivesse conversando com um amigo no Japão, qual seria, aproximadamente, o tempo decorrido entre o instante em que você acaba de concluir uma frase e o instante em que você começa a ouvir a resposta de seu amigo?

   Observação: A resposta deste problema mostra que, ao manter uma conversação por telefone, via satélite, é necessário que as pessoas se habituem, ao terminar de falar, a aguardar um pequeno intervalo de tempo para receber a resposta do interlocutor (em uma conversação por telefone comum, esta resposta é quase instantânea).

3. Após obter o valor das massas da Terra, como o seu raio já era conhecido, Cavendish pôde determinar a densidade média da Terra dividindo sua massa por seu volume.
   a) Calcule, em g/cm^3, o valor da densidade média da Terra.
   b) Verifica-se que a densidade média dos materiais que constituem a crosta terrestre é cerca de 2,5 g/cm^3, valor que difere daquele encontrado em (a). Que conclusão você pode tirar, em virtude dessa diferença, a respeito da constituição da Terra?

4. Um satélite encontra-se em uma órbita circular, de raio r, em torno do centro da Terra, cuja massa é M. Mostre que o período desse satélite é dado pela expressão $T = 2\pi\sqrt{r^3/GM}$.

5. Na relação T^2/r^3, da 3ª lei de Kepler, a distância r deve ser considerada como um raio médio da órbita, isto é, a semi-soma da menor e da maior distância ao Sol. Para os planetas, essas duas distâncias são praticamente iguais, mas para os cometas, cujas órbitas são elipses muito alongadas, elas diferem bastante. Para o cometa de Halley, a distância mínima ao Sol foi determinada pelos astrônomos, que encontraram um valor de 0,60 u.a., mas a distância máxima não pode ser medida diretamente porque o cometa não é visível ao passar por essa posição.
   a) Sabendo-se que o período desse cometa é de 76 anos, calcule (em u.a.) sua máxima distância do Sol.
   b) Consulte a tabela 6-1 e verifique entre as órbitas de quais planetas se localiza o periélio (menor distância ao Sol) e o afélio (maior distância ao Sol) do cometa de Halley.

6. Um astronauta, em um satélite, deve realizar certas manobras se ele desejar mudar de órbita. Suponha que sua velocidade seja v_0, na órbita em que ele se encontra.
   a) Para sair dessa órbita, afastando-se da Terra, ele deverá modificar sua velocidade para um valor v_1. O valor de v_1 deve ser maior ou menor do que v_0?
   b) Uma vez alcançada a altura desejada, para entrar em órbita ele deverá alterar novamente sua velocidade para um valor v_2. O valor de v_2 deverá ser maior, menor ou igual a v_0?

7. Na Terra, um fio de cobre é capaz de suportar, em uma de suas extremidades, massas suspensas de até 60 kg, sem se romper. Considere a aceleração da gravidade na Terra igual a 10 m/s^2 e, na Lua, igual a 1,5 m/s^2.
   a) Qual o peso máximo que esse fio poderia suportar, sem se romper, na Lua?
   b) Qual a maior massa que poderia ser suspensa, no mesmo fio, na Lua, sem que ele se rompa?

8. Tendo em vista as leis de Kepler sobre o movimento dos planetas, analise as afirmativas seguintes e assinale aquelas que estão corretas:
   a) A velocidade de um planeta, em sua órbita, diminui à medida que ele se afasta do Sol.
   b) O período de revolução de um planeta é tanto menor quanto maior for a sua massa.
   c) O período de rotação de um planeta, em torno do seu eixo, é tanto maior quanto maior for o seu período de revolução.
   d) O período de revolução de um planeta é tanto maior quanto maior for sua distância média do Sol.
   e) O Sol se encontra situado exatamente no centro da órbita elíptica descrita por um dado planeta.

9. Como dissemos na secção 6.3, Newton suspeitava que a força responsável pela queda dos corpos nas proximidades da Terra e a força que atua na Lua, mantendo-a em órbita, tinham ambas a mesma origem: a atração gravitacional da Terra (de mesma natureza que a atração do Sol sobre os planetas). Para verificar se sua suspeita tinha fundamento, Newton calculou a aceleração da Lua de duas maneiras diferentes, que você poderá reproduzir respondendo às questões seguintes:
   a) Sabendo-se que a distância do centro da Terra à Lua é de 380 000 km e que o período do movimento da Lua em torno da Terra é de 27,3 dias, calcule, em m/s^2, o valor da aceleração centrípeta da Lua nesse movimento.
   b) Considere a aceleração da gravidade na superfície da Terra igual a 10 m/s^2. Sabendo-se que a distância do centro da Terra à Lua é igual a 60 R (onde R é o raio da Terra), use a lei do inverso do quadrado para calcular a aceleração da Lua, supondo que ela seja causada pela atração gravitacional da Terra (como Newton suspeitava).
   c) As respostas das questões (a) e (b) confirmam satisfatoriamente a suspeita de Newton?

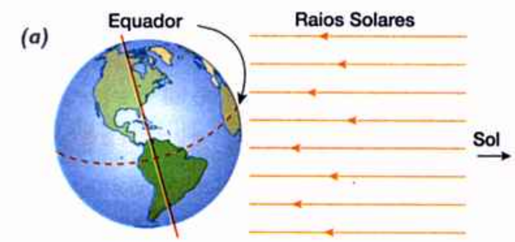
10. Ao tomar conhecimento da 1ª lei de Kepler, um estudante atribuiu a existência das estações do ano à variação da distância da Terra ao Sol, dizendo: "quando a Terra está mais próxima do Sol é verão e quando está mais distante é inverno".
   a) Apresente um argumento capaz de deixar claro que esta explicação do estudante *não* é correta.
   b) Você já teve oportunidade de estudar qual é a causa da existência das estações do ano?

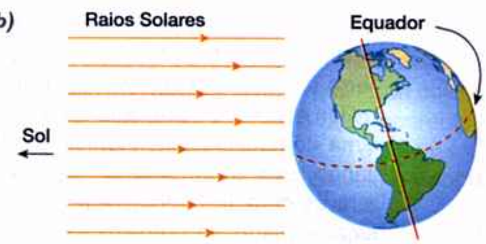
11. Dentro de um satélite em órbita em torno da Terra costuma-se dizer que um objeto flutua em virtude da chamada *ausência de peso*. Três estudantes apresentaram as seguintes justificativas para este fato. Assinale aquela que você considera correta:

   estudante 1 – "a órbita do satélite se encontra no vácuo e a gravidade não se propaga no vácuo".

   estudante 2 – "a força de atração terrestre, centrípeta, é menor do que a força centrífuga no objeto".

   estudante 3 – "o satélite e o objeto que flutua têm a mesma aceleração, produzida unicamente por forças gravitacionais".





Problema suplementar 10 – Figura (a): ***em virtude da inclinação do eixo da Terra, quando ela está na posição mostrada, os raios solares incidem com menor inclinação sobre o hemisfério sul do que sobre o hemisfério norte. Em virtude disto, cada 1 m² da superfície terrestre, no hemisfério sul, recebe maior quantidade de radiação solar do que a mesma área do hemisfério norte. Desta maneira, no hemisfério sul é verão, enquanto no hemisfério norte é inverno.***

Figura (b): ***seis meses após ter ocorrido a situação mostrada em (a), a Terra se deslocou para a posição diametralmente oposta de sua trajetória. Nesta situação, os raios solares incidem sobre o hemisfério norte em direção mais próxima da normal à superfície (menor inclinação). Assim, nesta época do ano, será verão no hemisfério norte e inverno no hemisfério sul. Evidentemente, a primavera e o outono ocorrem em posições da Terra intermediárias entre aquelas mostradas na figura.***

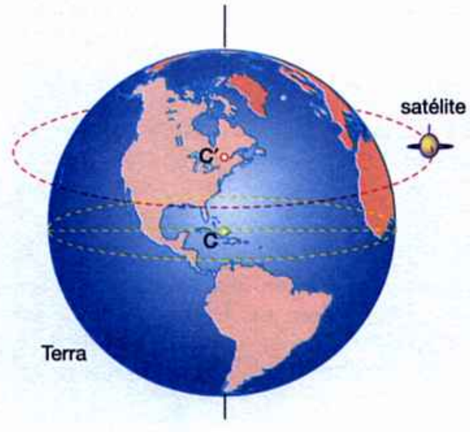
12. Seja ΔA a área "varrida" pelo segmento que une um planeta ao Sol, durante o intervalo de tempo Δt. Chama-se *velocidade areolar* ao quociente $\Delta A/\Delta t$, isto é, a taxa em relação ao tempo com a qual a área está sendo "varrida".
   a) A velocidade areolar aumenta, diminui ou não varia enquanto o planeta gira em torno do Sol?
   b) Sabendo-se que a elipse descrita pela Terra em torno do Sol tem uma área $A = 6,98 \times 10^{22}$ m², calcule a área "varrida" pelo segmento que une a Terra ao Sol, entre 0 h do dia 1º de abril até às 24 h do dia 30 de maio do mesmo ano.

13. a) Qual é a variação, em cm/s^2, da aceleração da gravidade quando nos deslocamos do Equador para os pólos? (Consulte a tabela 6-3.)
    b) Que porcentagem dessa variação é devida à rotação da Terra? (Consulte o quadro sobre peso aparente na secção 6.5.)
    c) Qual é a causa da porcentagem restante dessa variação?

14. Como você provavelmente já deve saber, o planeta Saturno é circundado por vários anéis situados no plano de seu Equador. Observando um desses anéis, os astrônomos mediram a velocidade da parte externa do anel, encontrando um valor v_e. Mediram, também, os raios interno e externo desse anel, encontrando valores r_i e r_e.
    a) A partir desses dados, qual seria a velocidade v_i, da parte interna do anel, se ele fosse sólido?
    b) Qual seria o valor da velocidade v_i se o anel fosse constituído por um grande número de partículas isoladas uma das outras? (Seja M a massa de Saturno.)

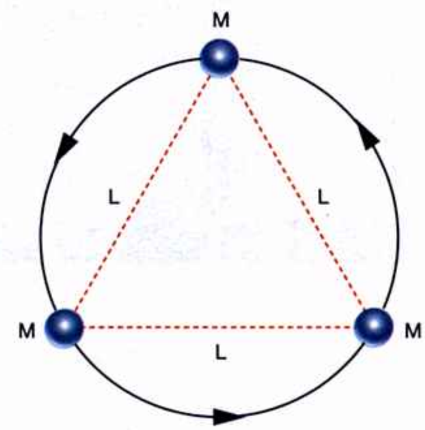
    Observação: Medidas feitas pelos astrônomos mostraram que v_i tem um valor coincidente com aquele da questão (b).

15. A figura deste problema mostra um satélite em uma órbita circular de centro C', não coincidente com o centro C da Terra. Para mostrar que essa situação é fisicamente impossível, responda às questões seguintes:
    a) Qual é a direção e o sentido da força gravitacional $\vec{F}$ que a Terra exerce sobre o satélite? Desenhe o vetor $\vec{F}$ em uma cópia da figura.
    b) Decomponha $\vec{F}$ em duas componentes perpendiculares, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, sendo $\vec{F}_1$ dirigida para C' (desenhe $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ na cópia da figura). Qual dessas forças representaria a força centrípeta no satélite?
    c) Explique por que o satélite não pode permanecer em uma órbita estável como aquela da figura.



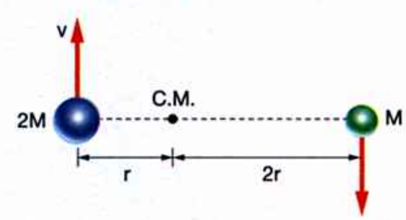
Problema suplementar 15.

16. Três corpos celestes idênticos, de massa M cada um, estão situados nos vértices de um triângulo eqüilátero de lado L (veja figura deste problema). O conjunto está girando em movimento circular uniforme e sobre cada corpo atuam apenas as forças gravitacionais exercidas pelos outros dois corpos.
    a) Expresse, em função de L, o valor do raio r da trajetória de cada corpo (cos 30º = $\sqrt{3/2}$).
    b) Determine o módulo da força resultante $\vec{F}$ que atua em cada corpo.
    c) Calcule o módulo da velocidade $\vec{v}$ de cada corpo.



Problema suplementar 16.

17. Uma estrela dupla é constituída por um par de estrelas que se atraem gravitacionalmente e giram em torno de um ponto denominado *centro de massa* (C.M.) do sistema (como se estivessem ligadas por uma barra rígida). Para uma estrela dupla, como aquela representada na figura deste problema, na qual a massa de uma estrela é o dobro da outra, o C.M. está localizado na posição indicada na figura. Determine o período T de rotação dessa estrela dupla.



Problema suplementar 17.

18. A figura deste problema é uma cópia da fotografia de longa exposição do céu do hemisfério norte. A objetiva foi mantida aberta durante algumas horas e dirigida para o ponto onde o eixo de rotação da Terra "fura a esfera celeste". Os inúmeros arcos luminosos mostram as trajetórias de um grande número de estrelas em relação à Terra. Selecione

um arco descrito por uma estrela que esteja bem visível e bem determinado na fotografia (sugestão: o grande arco claro e brilhante, situado abaixo do centro de rotação, cuja concavidade está voltada para cima). Meça com cuidado o ângulo de rotação correspondente a este arco e determine quanto tempo a objetiva permaneceu aberta.


David Numik/SPL/Stock Photos

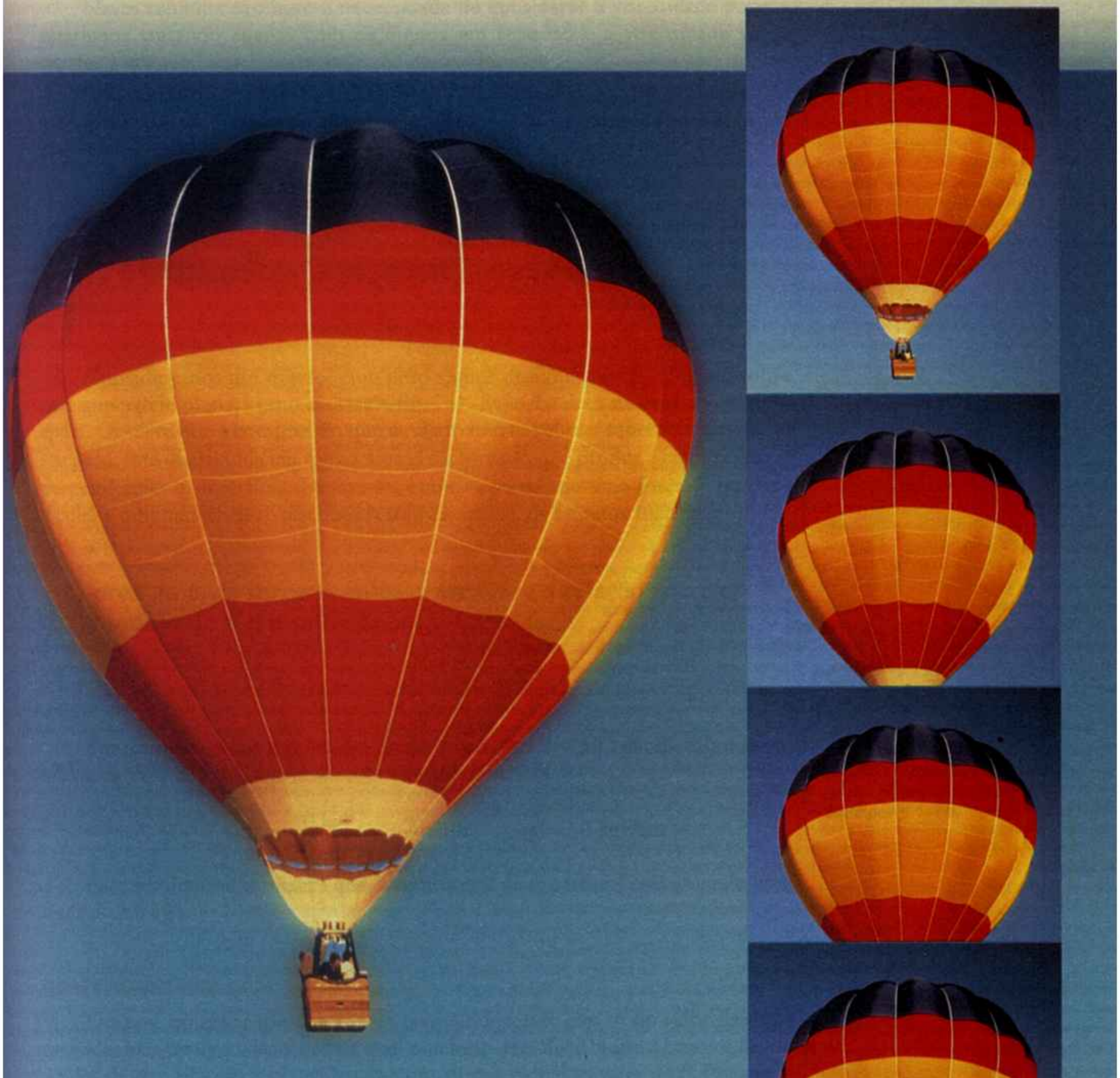
Problema suplementar 18.

19. a) Lembrando-se da análise feita no texto relacionada com a situação mostrada na fig. 6-13-b, determine qual deveria ser a velocidade angular ω de rotação da Terra para que fosse nulo o peso aparente de um corpo situado sobre o equador terrestre. Expresse sua resposta em termos da massa M da Terra, de seu raio R e da constante gravitacional G.
 b) Substituindo os valores de G, M e R na equação determinada na questão (a), calcule qual seria o valor do período T de rotação da Terra e verifique se o resultado concorda satisfatoriamente com o valor obtido no problema 38 do capítulo anterior.

20. Imagine que o Sol se transformasse subitamente em um buraco negro, cujo raio fosse 10^3 vezes menor do que o atual (sem alteração em sua massa). Se ocorresse este fato, determine por qual fator ficaria multiplicado:
 a) o módulo da força gravitacional que o Sol exerce na Terra.
 b) o valor da aceleração da gravidade na superfície do Sol.

capítulo 7

Hidrostática



Stock Photos

Um balão sobe na atmosfera em virtude do empuxo que ele recebe do ar, de acordo com o princípio de Arquimedes que será estudado neste capítulo.

O termo *Hidrostática* se refere ao estudo dos fluidos em repouso. Um fluido é uma substância que pode escoar facilmente e que muda de forma sob a ação de pequenas forças. Portanto, o termo *fluido* inclui os líquidos e os gases.

Os fluidos que existem na natureza sempre apresentam uma espécie de atrito interno, ou *viscosidade*, que torna um tanto complexo o estudo de seu escoamento. Substâncias como a água e o ar apresentam pequena viscosidade (escoam com facilidade), enquanto o mel e a glicerina apresentam viscosidade elevada.

Neste capítulo, não haverá necessidade de considerar a viscosidade porque estaremos tratando apenas com os fluidos em repouso e a viscosidade só se manifesta quando estas substâncias estão escoando.

Para desenvolver o estudo de Hidrostática é indispensável o conhecimento de duas grandezas: a *pressão* e a *massa específica*. Assim, iniciaremos este capítulo analisando estes dois conceitos.

7.1. Pressão e massa específica

CONCEITO DE PRESSÃO

Consideremos um objeto, cujo peso vamos designar por $\vec{F}$, apoiado sobre uma superfície plana, como mostra a fig. 7-1. Seja A a área na qual o objeto se apóia. Observe que a compressão que o objeto exerce sobre a superfície, devida ao seu peso, está distribuída em toda a área A e a força $\vec{F}$, que produz a compressão, é perpendicular à superfície. Define-se, então, a *pressão* de uma força $\vec{F}$ perpendicular a uma superfície, e distribuída sobre a área A, da seguinte maneira:

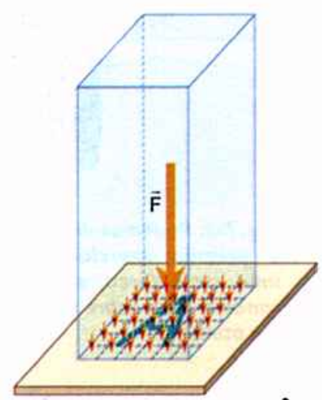


Fig. 7-1: *A pressão de uma força* $\vec{F}$ *sobre uma área* A *é dada por* $p = F/A$.

> **pressão p, da força $\vec{F}$, sobre a área A, é a relação entre o módulo de $\vec{F}$ e o valor da área A, isto é,**
> $$p = \frac{F}{A}$$

Por exemplo, se na fig. 7-1 o peso do objeto for $F = 50$ kgf, distribuído em uma área $A = 25\ \text{cm}^2$, a pressão sobre a superfície será

$$p = \frac{F}{A} = \frac{50\ \text{kgf}}{25\ \text{cm}^2} \qquad \text{donde} \qquad p = 2{,}0\ \text{kgf/cm}^2$$

Este resultado nos mostra que, em cada cm^2 da superfície, está atuando uma força de 2,0 kgf.

COMENTÁRIOS

Deve-se observar que o valor da pressão depende não só do valor da força exercida, mas também da área A na qual esta força está distribuída. Uma vez fixado o valor de A, a pressão será, evidentemente, proporcional ao valor de F. Por outro lado, uma mesma força poderá produzir pressões diferentes, dependendo da área sobre a qual ela atuar. Assim, se a área A for muito pequena, poderemos obter grandes pressões, mesmo com pequenas forças. Por este motivo, os objetos de corte (faca, tesoura, enxada etc.) devem ser bem afiados e os objetos de perfuração (prego, broca, fuso etc.) devem ser pontiagudos. Desta maneira, a área na qual atua a força exercida por estes objetos será muito pequena, acarretando uma grande pressão, o que torna mais fácil obter o efeito desejado (fig.7-2).

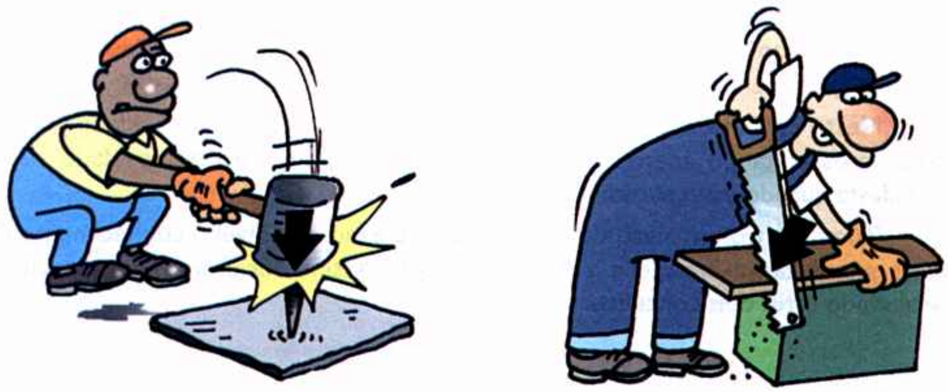


Fig. 7-2: *Quanto menor for a área sobre a qual atua uma força, maior será a pressão que ela produz.*

Em outros casos, quando desejamos obter pequenas pressões, devemos fazer com que a força se distribua sobre grandes áreas. Para caminhar na neve, uma pessoa usa sapatos especiais, de grande área de apoio, para diminuir a pressão; tal medida a impede de afundar. Também para diminuir a pressão sobre o solo, um engenheiro apóia as paredes de uma casa sobre alicerces que têm área maior do que a parede (fig. 7-3).

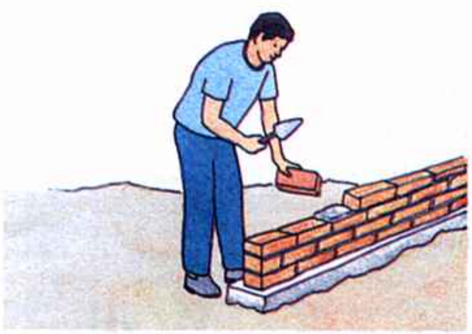


Fig. 7-3: *Podemos diminuir a pressão exercida por uma certa força, aumentando a área sobre a qual ela atua.*

UNIDADES DE PRESSÃO

1) No S.I. (Sistema Internacional) vemos, pela definição de pressão ($p = F/A$), que a sua unidade deve ser dada pela relação entre uma unidade de força e uma unidade de área. Neste sistema, a unidade de força é 1 N e a unidade de área é 1 m^2. Então, no S.I., a unidade de pressão será 1 N/m^2.

2) Na prática, os engenheiros e técnicos costumam usar a unidade 1 kgf/cm^2. Nas máquinas e aparelhos de origem norte-americana (ou inglesa) é usada, como unidade de pressão, 1 libra/polegada^2. Nos postos de gasolina, por exemplo, os manômetros (aparelhos para medir a pressão do ar nos pneus) são calibrados nesta unidade. A pressão de 1 libra/polegada^2 equivale aproximadamente a uma força de 0,5 kgf (1 libra $\cong$ 0,5 kgf) atuando em uma área de 6,3 cm^2 (1 polegada $\cong$ 2,5 cm).

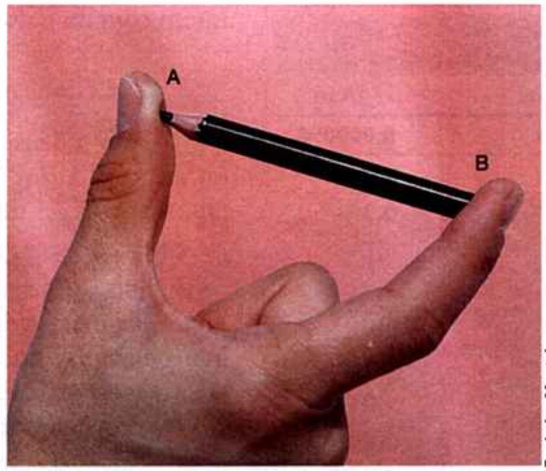
3) Quando estamos tratando com fluidos, é comum usar como unidade de pressão *1 milímetro de mercúrio (1 mmHg). Chamamos 1 mmHg à pressão exercida, sobre sua base, por uma coluna de mercúrio de 1 mm de altura*. A pressão de 1 mmHg é muito pequena e esta unidade é usada, nos laboratórios, para a medida da pressão de gases rarefeitos.

4) Quando desejamos medir pressões elevadas (gases comprimidos, vapores em uma caldeira etc.), usamos uma unidade denominada *1 atmosfera = 1 atm*. O valor de 1 atm é igual à pressão que é exercida, sobre sua base, por uma coluna de Hg de 76 cm de altura. Portanto

$$1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg}$$

Frederico Monteiro

Figura I: ***Procure explicar por que os trilhos de uma estrada de ferro são apoiados sobre dormentes, como vemos nesta fotografia.***



Frederico Monteiro

Figura II: ***Uma pessoa comprime um lápis entre os seus dedos, da maneira mostrada na figura. A força que o dedo A exerce sobre o lápis é maior, menor ou igual àquela exercida pelo dedo B? Qual dos dedos está submetido à maior pressão?***

Na secção seguinte veremos por que esta unidade se denomina 1 atmosfera.

A tabela 7-1 (que não precisa ser memorizada) mostra algumas relações entre as unidades de pressão que acabamos de definir.

Relações entre algumas unidades de pressão
1 mmHg = 133 N/m^2
1 atm = 1,01 × 10^5 N/m^2
1 atm ≅ 1 kgf/cm^2
1 kgf/cm^2 = 14,2 libras/pol^2

Tabela 7-1.

MASSA ESPECÍFICA

Consideremos um corpo de massa m, cujo volume é V. A *massa específica* ou *densidade absoluta* do corpo será representada pela letra grega ρ (rô) e definida da seguinte maneira:

massa específica ou densidade absoluta de um corpo é a relação entre a sua massa e o seu volume, isto é,

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Consideremos, por exemplo, um bloco de alumínio cujo volume seja $V = 10\ \text{cm}^3$. Medindo a sua massa, encontraremos $m = 27\ \text{g}$. Então, a densidade do alumínio será

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{27\ \text{g}}{10\ \text{cm}^3} \qquad \text{donde} \qquad \rho = 2{,}7\ \text{g/cm}^3$$

Este resultado significa que, em cada 1 cm^3 de alumínio, temos uma massa de 2,7 g. De maneira geral, a densidade de um corpo indica a massa contida na unidade de volume do corpo.

UNIDADES DE DENSIDADE

Pela definição de densidade, $\rho = m/V$, observamos que a unidade de medida de densidade deve ser a relação entre uma unidade de massa e uma unidade de volume. Portanto, no S.I., a unidade de ρ será 1 kg/m^3. Na prática é

Massas específicas (a 0°C e à pressão de 1 atm)	
Substância	**ρ (g/cm³)**
Hidrogênio	**0,000090**
Ar	**0,0013**
Cortiça	**0,24**
Gasolina	**0,70**
Gelo	**0,92**
Água	**1,00**
Água do mar	**1,03**
Glicerina	**1,25**
Alumínio	**2,7**
Ferro	**7,6**
Cobre	**8,9**
Prata	**10,5**
Chumbo	**11,3**
Mercúrio	**13,6**
Ouro	**19,3**
Platina	**21,4**

Tabela 7-2.

muito comum o uso de outra unidade: 1 g/cm³. É fácil mostrar que

$$1\,\frac{g}{cm^3} = 10^3\,\frac{kg}{m^3}$$

Assim, a densidade do alumínio, como vimos, é igual a 2,7 g /cm³ ou $2{,}7\times10^3$ kg/m³ (um bloco de alumínio, de 1 m³ de volume, tem uma massa de 2,7 toneladas).

Na tabela 7-2, apresentamos as massas específicas de várias substâncias. Observe, nesta tabela, que os gases têm densidade muito pequena; a densidade da água do mar (1,03 g/cm³) é maior do que a da água "doce" (1,00 g/cm³) por causa dos sais nela dissolvidos; o mercúrio, entre os líquidos, é o que tem maior densidade (13,6 g/cm³); o ouro e a platina são as substâncias que apresentam densidades mais elevadas.

Exemplo

Um tambor, cheio de gasolina, tem a área da base $A = 0{,}75$ m² e a altura $h = 2{,}0$ m.

a) Qual é a massa de gasolina contida no tambor?

Já sabemos que a densidade é dada por $\rho = m/V$. Desta relação, obtemos $m = \rho V$.

O volume do tambor será

$$V = A\cdot h = 0{,}75\times2{,}0 \quad \text{donde} \quad V = 1{,}5\ \text{m}^3$$

Consultando a tabela 7-2, obtemos, para a densidade da gasolina, o valor

$$\rho = 0{,}70\ \text{g/cm}^3 = 0{,}70\times10^3\ \text{kg/m}^3$$

Teremos, então, para a massa da gasolina

$$m = \rho V = 0{,}70\times10^3\times1{,}5 \quad \text{ou} \quad m = 1{,}05\times10^3\ \text{kg}$$

(Observe as unidades: $\frac{kg}{m^3}\times m^3 = kg$.)

Fig.1: ***Experiência para determinar o valor da densidade de um corpo (representada por d).***

b) Qual é a pressão exercida, pela gasolina, no fundo do tambor?

A pressão é dada por $p = F/A$. Neste caso, F representa o peso da gasolina e A é a área da base do tambor. O peso da gasolina (considerando $g = 10$ m/s²) será:

$$F = mg = 1{,}05\times10^3\times10 \quad \text{ou} \quad F = 1{,}05\times10^4\ \text{N}$$

Portanto:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{1{,}05\times10^4}{0{,}75} \quad \text{donde} \quad p = 1{,}4\times10^4\ \text{N/m}^2$$

O problema de Arquimedes

O grande cientista e inventor Arquimedes viveu no século III antes de Cristo, na cidade de Siracusa, uma colônia grega situada na Sicília, no sul da Itália.

As engenhosas invenções de Arquimedes tornaram-se muito populares na época e algumas delas serão analisadas no Tópico Especial deste capítulo (não deixe de analisá-lo cuidadosamente). Um de seus trabalhos mais famosos foi a solução encontrada por ele para o *Problema da coroa do rei de Siracusa*.

Conta-se que o rei havia encomendado a um ourives uma coroa de ouro, entregando a ele certo peso deste material para confeccioná-la. Ao receber a coroa, com o peso igual ao do ouro fornecido, foi levantada a acusação de que o ourives teria substituído certa porção de ouro por prata. O rei encarregou, então, Arquimedes de verificar a veracidade da acusação.

A fotografia mostra as ruínas de um antigo anfiteatro na cidade de Siracusa, que aparece ao fundo com suas modernas edificações junto ao mar Mediterrâneo (sul da Itália).

A versão mais divulgada é a de que Arquimedes percebeu como poderia resolver o problema quando tomava banho (em um banheiro público). Entusiasmado, saiu correndo para casa, atravessando as ruas completamente despido e gritando a palavra grega que ficou famosa:

Eureka! Eureka! (isto é, achei! achei!).

Arquimedes resolveu o problema da coroa da seguinte maneira:

1. Mergulhou em um recipiente completamente cheio de água uma massa de ouro puro, igual à massa da coroa, e recolheu a água que transbordou. (Veja figura I-a.)
2. Retomando o recipiente também cheio de água, mergulhou nele uma massa de prata pura, também igual à massa da coroa, recolhendo a água que transbordou. Como a densidade da prata é menor que a do ouro, o volume de água recolhido nesta segunda operação era maior que na primeira. (Veja figura I-b.)
3. Finalmente, mergulhando no recipiente cheio de água a coroa em questão, constatou que o volume de água recolhido tinha um valor intermediário entre aqueles recolhidos na 1ª e 2ª operações. (Veja figura I-c.) Ficou assim evidenciado que a coroa não era de ouro puro.

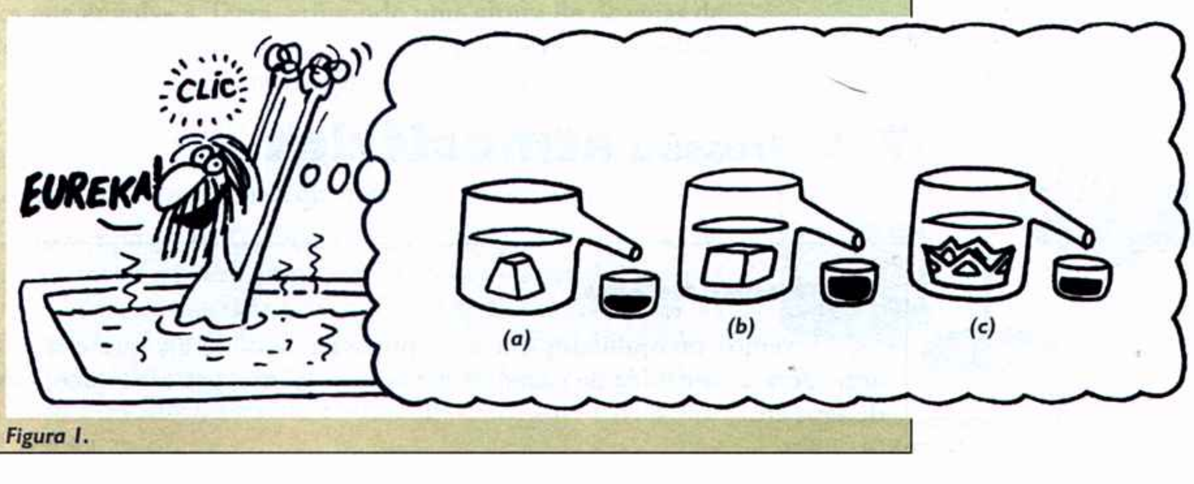


Figura I.

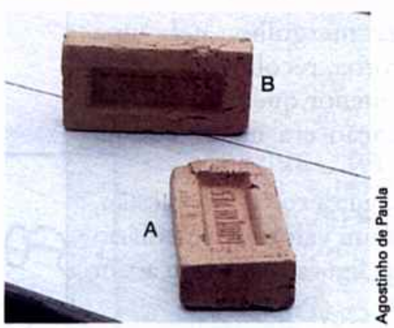
exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. Considere uma moça de peso igual a 60 kgf em pé sobre o assoalho de uma sala.
   a) Estando descalça, a área total de apoio de seus pés sobre o chão é de 150 cm^2. Qual a pressão que a moça está exercendo no assoalho?
   b) Se ela estivesse usando sapatos para neve, sua área total de apoio seria de 600 cm^2. Neste caso, qual seria a pressão sobre o assoalho?

2. Suponha que a moça do exercício anterior estivesse usando sapatos de saltos muito finos. Considere que a área da base de cada salto é igual a 1 cm^2 e que a metade do peso da moça se distribui sobre os saltos.
   a) Qual a pressão exercida, no assoalho, pelos saltos?
   b) Compare a resposta de (a) com os resultados do exercício anterior e explique por que os saltos finos costumam causar estragos em assoalhos de madeira.

3. A área total de apoio dos alicerces de um edifício é de 200 m^2. Um engenheiro lhe informa que o solo, sob os alicerces, está suportando uma pressão de 40 kgf/cm^2.
   a) Expresse, em cm^2, a área de apoio dos alicerces.
   b) Calcule o peso do edifício.



Exercício 4.

4. Um tijolo foi colocado sobre uma mesa, apoiando-se inicialmente da maneira mostrada em *A* e, posteriormente, na posição *B* (veja a figura deste exercício).
   a) A força com que o tijolo comprime a mesa na posição *A* é igual, menor ou maior do que em *B*?
   b) A pressão que o tijolo exerce sobre a mesa em *A* é igual, menor ou maior do que em *B*?

5. Consultando a tabela 7-1, responda às questões seguintes:
   a) Sabe-se que uma caldeira pode resistir a uma pressão de até 30 atm. Qual o valor desta pressão no S.I.?
   b) Um pneu foi calibrado com uma pressão de 20 libra/polegada^2. Qual o valor desta pressão em atmosferas?

6. Um bloco de madeira, cujo volume é de 500 cm^3, tem massa igual a 300 g.
   a) Qual é a densidade dessa madeira em g/cm^3 e em kg/m^3?
   b) Explique, com suas palavras, o significado dos resultados encontrados em (a).
   c) Uma tora desta madeira tem 2,5 m^3 de volume. Qual é a sua massa?

7. Um bloco de Pb, cujo volume é 0,30 m^3, está apoiado no solo sobre uma área de 0,60 m^2.
   a) Consulte a tabela 7-2 e expresse a densidade do Pb em kg/m^3.
   b) Calcule, em kg, a massa do bloco de Pb.
   c) Considere g = 10 m/s^2 e calcule, em N/m^2, a pressão que o bloco de Pb está exercendo no solo.

7.2. Pressão atmosférica

A atmosfera terrestre

Vivemos mergulhados em uma imensa massa de ar, que é a nossa atmosfera, constituída de gases: oxigênio, nitrogênio, gás carbônico, vapor de água etc.

A figura I mostra que a distribuição da massa de ar na atmosfera não é uniforme. À medida que nos elevamos nessa massa de ar, ela vai se tornando cada vez mais rarefeita.

Na camada mais baixa da atmosfera terrestre, denominada *troposfera*, que se estende até cerca de 10 km de altura, acham-se distribuídos aproximadamente 75% da massa total de ar que envolve a Terra.

A camada seguinte, que se estende até mais de 50 km de altura, é denominada *estratosfera* e torna-se cada vez mais rarefeita. Na estratosfera encontra-se uma camada de ozônio, gás cuja molécula é constituída por três átomos do oxigênio e que é muito importante porque absorve as radiações ultravioleta provenientes do Sol. Estas radiações são prejudiciais ao seres vivos, podendo causar danos irreparáveis a eles e até mesmo a extinção de algumas espécies. Os meios de comunicação, nos últimos tempos, têm divulgado com destaque a formação de buracos nesta camada, provocados por certo tipo de poluição do ar. Em virtude disso, maior quantidade de raios ultravioleta alcança a superfície terrestre constituindo-se em uma possível causa de maior incidência de câncer de pele nos seres humanos.

Observe, ainda, na figura I, as posições das nuvens (cúmulos e cirros) e, em relação à temperatura, seu abaixamento na troposfera, sua estabilidade na estratosfera e posterior elevação próximo à camada de ozônio.

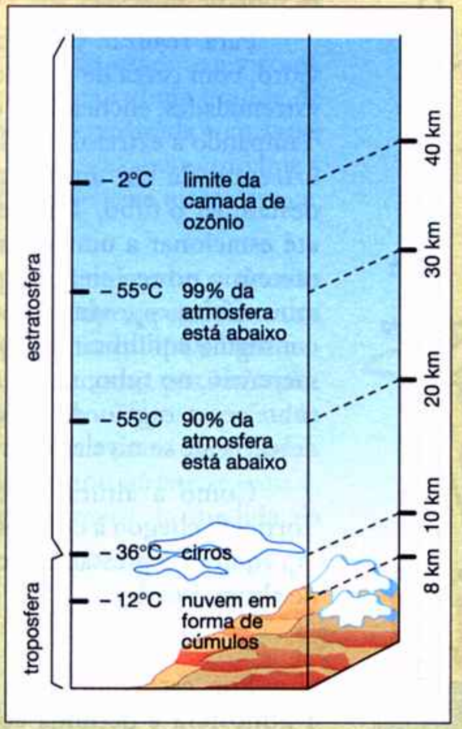


Fig. I: *Alguns dados interessantes sobre a troposfera e a estratosfera terrestre*

O QUE É A PRESSÃO ATMOSFÉRICA

O ar, como qualquer substância próxima à Terra, é atraído por ela, isto é, o ar tem peso. Em virtude disto, a camada atmosférica que envolve a Terra, atingindo uma altura de dezenas de quilômetros, exerce uma pressão sobre os corpos nela mergulhados. Esta pressão é denominada *pressão atmosférica*.

Em todos os planetas que possuem atmosfera, existirá uma pressão atmosférica com um certo valor. Na Lua, não havendo atmosfera, não haverá, conseqüentemente, pressão atmosférica.

Até a época de Galileu (século XVII), a existência da pressão atmosférica era desconhecida pela maioria das pessoas e, até mesmo, contestada por muitos estudiosos da Física. O físico italiano, Torricelli, contemporâneo e amigo de Galileu, realizou uma famosa experiência que, além de demonstrar que a pressão atmosférica existe realmente, permitiu a determinação de seu valor.

O ar contido em uma grande sala pesa mais que um automóvel.

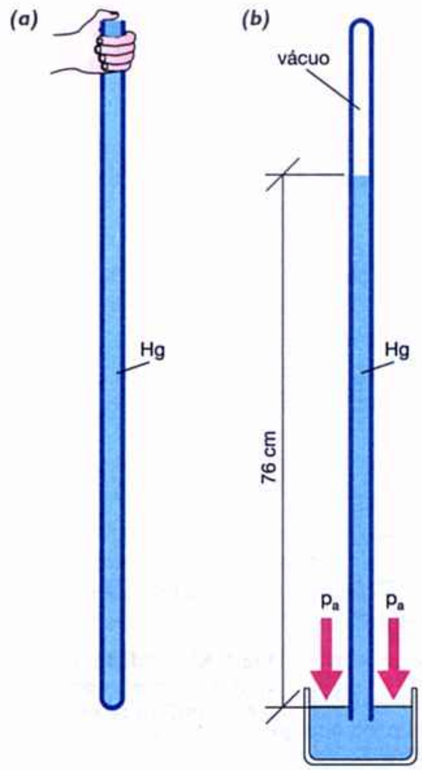


Fig.7-4: *O valor da pressão atmosférica, ao nível do mar, é de 76 cmHg.*

Variação da pressão atmosférica com a altitude	
altitude (m)	p_a **(cmHg)**
0	76
500	72
1 000	67
2 000	60
3 000	53
4 000	47
5 000	41
6 000	36
7 000	31
8 000	27
9 000	24
10 000	21

Tabela 7-3.

A EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI

Para realizar sua experiência, Torricelli tomou um tubo de vidro, com cerca de 1 m de comprimento, fechado em uma de suas extremidades, enchendo-o completamente com mercúrio (fig. 7-4-a). Tampando a extremidade livre e invertendo o tubo, mergulhou esta extremidade em um recipiente contendo também mercúrio. Ao destampar o tubo, Torricelli verificou que a coluna líquida descia, até estacionar a uma altura de cerca de 76 cm acima do nível do mercúrio no recipiente (fig. 7-4-b). Concluiu, então, que a pressão atmosférica, p_a, atuando na superfície do líquido no recipiente, conseguia equilibrar a coluna de mercúrio. Observe que, acima do mercúrio, no tubo, temos vácuo, pois, se fosse feito um orifício no tubo nesta região de modo a permitir a entrada de ar, a coluna desceria até se nivelar com o mercúrio do recipiente.

Como a altura da coluna líquida no tubo era de 76 cm, Torricelli chegou à conclusão de que o valor da pressão atmosférica, p_a, equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura, isto é,

$$p_a = 76 \text{ cmHg}$$

Por este motivo, a pressão de 76 cmHg é denominada 1 atmosfera e definida como uma unidade de pressão, conforme vimos na secção anterior.

COMENTÁRIOS

1) O valor $p_a = 76$ cmHg é obtido quando a experiência é realizada ao nível do mar. Depois de Torricelli, o cientista e filósofo francês, Pascal, repetiu a experiência no alto de uma montanha e verificou que o valor de p_a era *menor* do que ao nível do mar. Este era um resultado razoável, pois quanto maior for a altitude do local, mais rarefeito será o ar e menor será a espessura da atmosfera que está atuando na superfície do Hg. Se a experiência fosse realizada, por exemplo, no alto do monte Evereste, a coluna de Hg, no tubo, desceria até cerca de 26 cm de altura, isto é, naquele local temos $p_a = 26$ cmHg.

A pressão atmosférica é tanto menor quanto maior for a altitude do local.

2) A experiência de Torricelli poderia ser realizada usando-se outros líquidos, em lugar do Hg (Pascal chegou a realizar a experiência com vinho!). Entretanto, o Hg é mais usado em virtude de sua grande densidade, o que acarreta uma coluna líquida de altura não muito grande. Se a experiência for realizada com água, por exemplo, como a sua densidade é 13,6 vezes menor do que a do Hg, a altura da coluna de água será 13,6 vezes maior, isto é, será igual a 10,3 m (fig. 7-5).

3) O barômetro é o aparelho que nos permite medir a pressão atmosférica. Existem barômetros de vários tipos, sendo um dos mais usados o barômetro empregado por Torricelli. Os barômetros são utilizados para diversas finalidades, como, por exemplo, prever tempestades (o valor da pressão atmosférica é afetado pelas alterações, na atmosfera, que antecedem uma tempestade). O barômetro pode ser usado, também, como *altímetro*, isto é, para determinar a altura de um lugar através da medida da pressão atmosférica.

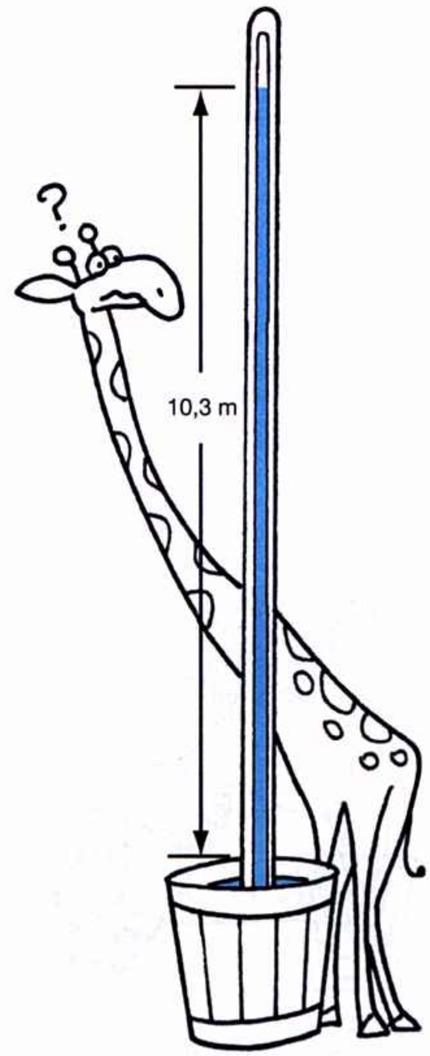


Fig.7-5: *Se a experiência de Torricelli for realizada com água (ao nível do mar), a altura da coluna líquida será de 10,3 m.*

EXPERIÊNCIAS RELACIONADAS COM A PRESSÃO ATMOSFÉRICA

Como já vimos, o valor da pressão atmosférica ao nível do mar é $p_a = 76$ cmHg. Como nos mostra a tabela 7-1, este valor corresponde a uma pressão de, aproximadamente, 1 kgf/cm^2, isto é, corresponde a uma força de 1 kgf atuando sobre cada 1 cm^2 da superfície. Para você perceber mais claramente os efeitos que esta pressão pode produzir, vamos analisar as seguintes experiências:

1) Com uma bomba de vácuo, podemos extrair grande parte do ar do interior de uma lata vazia. Se fizermos isto, a lata será esmagada pela pressão atmosférica. Antes de retirarmos o ar, isto não acontecia porque a pressão atmosférica estava atuando tanto no interior quanto no exterior da lata (fig. 7-6-a). Ao ser ligada a bomba de vácuo, a pressão interna torna-se bem menor do que a externa e a lata é esmagada (fig. 7-6-b).

Fig.7-6: *A pressão atmosférica é capaz de esmagar uma lata no interior da qual foi feito o vácuo.*

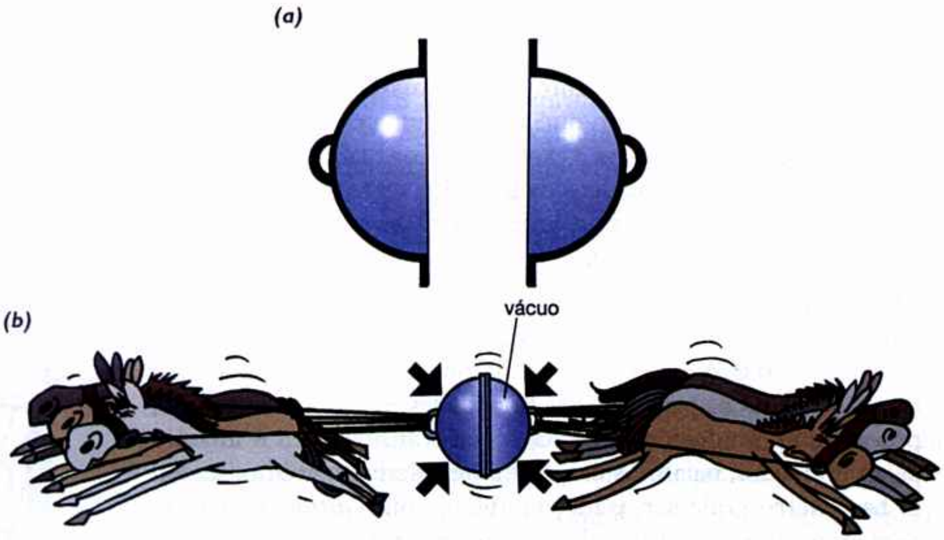


Fig.7-7: *A famosa experiência dos hemisférios de Magdeburgo.*

É graças à pressão atmosférica que respiramos: abaixando o diafragma, ampliamos o volume de nossa caixa torácica; a pressão do ar nos pulmões é, então, reduzida, e a pressão atmosférica empurra o ar externo para o interior deles.

Fig.7-8: *A pressão atmosférica atua na superfície do líquido, fazendo-o subir no canudinho.*

2) A primeira bomba de vácuo foi construída por von Guericke, em Magdeburgo, na Alemanha, permitindo que ele realizasse a famosa experiência dos hemisférios de Magdeburgo. Tomando dois hemisférios, bem adaptados um ao outro, formando, assim, uma esfera oca de cerca de 50 cm de diâmetro (fig. 7-7-a), von Guericke extraiu o ar do interior dessa esfera. Como a pressão interna foi muito reduzida, a pressão externa (pressão atmosférica) forçou um hemisfério tão fortemente contra o outro que foram necessários 16 fortes cavalos para separá-los (fig. 7-7-b).

3) É, também, graças à força exercida pela pressão atmosférica que você consegue tomar refresco com um canudinho. Quando você chupa na extremidade do canudo, você não está, na realidade, chupando o refresco, mas provocando uma redução na pressão do ar no interior do canudo. A pressão atmosférica, atuando na superfície do líquido, faz com que ele suba no canudinho (fig. 7-8). Algumas bombas, para elevação de água, têm seu funcionamento baseado neste mesmo princípio.

Com apenas um furo na lata, a pressão atmosférica impede a saída do líquido. Com dois orifícios, o ar pode entrar na lata por um deles. Assim, a pressão do ar é a mesma no interior da lata e o líquido escoa facilmente.

Exemplo

O aparelho que serve para medir a pressão de um gás é denominado *manômetro*. Um tipo de manômetro muito usado consiste em um tubo em forma de U, contendo Hg, como mostra a fig. 7-9. Desejando-se medir a pressão de um gás em um reservatório, adapta-se a extremidade do ramo menor do tubo ao reservatório e observa-se o desnível do Hg nos dois ramos do manômetro.

Na fig. 7-9, qual é a pressão, p_G, do gás no reservatório, sabendo-se que a pressão atmosférica local vale $p_a = 68$ cmHg?

A pressão do gás, p_G, atuando no ramo esquerdo do tubo, consegue equilibrar o desnível da coluna de Hg nos dois ramos e a pressão atmosférica que atua na extremidade aberta do ramo direito. Portanto, temos

$$p_G = p_a + \text{desnível de Hg}$$

Logo

$$p_G = 68 \text{ cmHg} + (210 - 30) \text{ cmHg}$$

donde $$p_G = 248 \text{ cmHg}$$

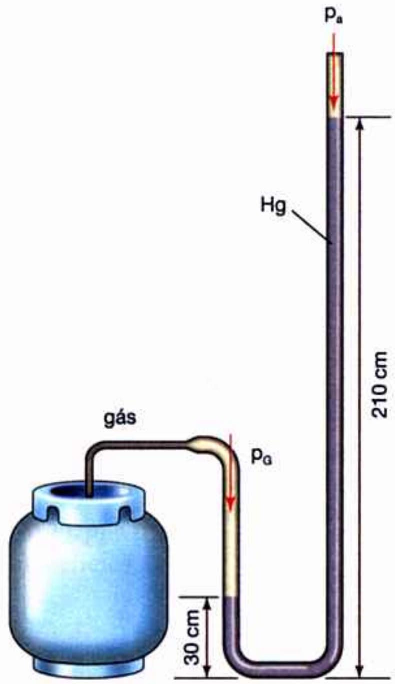


Fig.7-9: *O dispositivo mostrado na figura (manômetro) nos permite medir a pressão do gás no reservatório.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

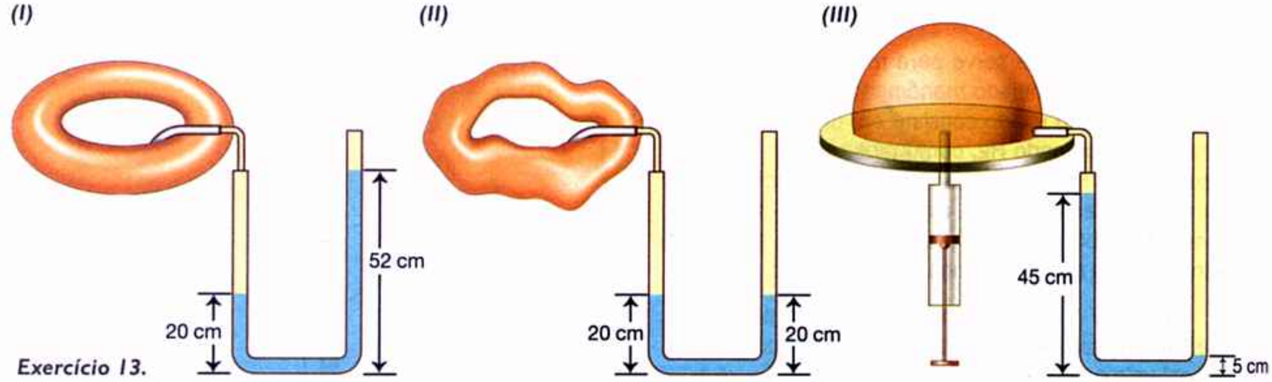
8. a) Sabe-se que a pressão atmosférica em Marte é cerca de 10 vezes menor do que o valor da pressão atmosférica na Terra. Qual seria a altura da coluna de Hg na experiência de Torricelli, se ela fosse realizada naquele planeta?
   b) E qual seria a altura da coluna de Hg se a experiência fosse realizada na Lua? Explique.

9. Verifica-se, experimentalmente, que quando se sobe 100 m na atmosfera terrestre há uma diminuição de cerca de 1 cmHg no valor da pressão atmosférica. Tendo em vista esta informação, responda às questões seguintes:
   a) Qual deve ser o valor da pressão atmosférica no alto do Pão de Açúcar? (altitude de 400 m)
   b) Um estudante mediu o valor da pressão atmosférica em sua cidade e encontrou $p_a = 64$ cmHg. Qual é a altitude aproximada da cidade?

10. a) A densidade do Hg é quantas vezes maior do que a da gasolina? (Consulte a tabela 7-2.)
    b) Então, qual seria a altura da coluna líquida, na experiência de Torricelli, se ela fosse realizada com gasolina, ao nível do mar?

11. Uma pessoa, realizando a experiência de Torricelli, em sua cidade, usando água em vez de Hg, verificou que a altura da coluna líquida era de 8,0 m. Considerando que a pressão de uma coluna d'água de 10 m de altura corresponde, praticamente, a 1 atm, expresse o valor da pressão atmosférica nesta cidade:
    a) Em atm.
    b) em cmHg.

12. a) Um habitante da Lua conseguiria tomar um refrigerante, usando um canudinho, como se faz aqui na Terra? Explique.
    b) Por que uma lata de conserva fechada amassa-se com facilidade? (Lembre-se de que, para conservar um alimento, seu contato com o ar deve ser evitado.)



Exercício 13.

13. Um manômetro, semelhante àquele estudado no exemplo desta secção, foi usado para medir a pressão do ar no interior dos dispositivos mostrados na figura deste exercício. Sabendo-se que a pressão atmosférica no local onde foram feitas as medidas era de 70 cmHg, qual é o valor da pressão do ar:
   a) No pneu da figura I?
   b) No pneu (furado) da figura II?
   c) Na câmara de rarefação da figura III?

14. O ponto mais fundo de uma piscina cheia d'água está situado a 10 m de profundidade. Sabendo-se que esta piscina está localizada no nível do mar, diga qual é, em atm, o valor da pressão:
   a) Na superfície da água da piscina.
   b) No ponto mais fundo da piscina (lembre-se de que uma coluna d'água de 10 m de altura exerce uma pressão de, praticamente, 1 atm).

7.3. Variação da pressão com a profundidade

Fig.7-10: *A dor de ouvido que uma pessoa sente quando mergulha é devida ao fato de a pressão aumentar com a profundidade.*

A PRESSÃO AUMENTA COM A PROFUNDIDADE

Já sabemos que a pressão atmosférica diminui à medida que nos elevamos na atmosfera. Naturalmente, isto deveria acontecer, pois o peso da camada de ar, que exerce a pressão atmosférica em um dado local, é tanto menor quanto maior for a altitude do local.

Quando mergulhamos em uma piscina, observamos uma situação semelhante. À medida que nos aprofundamos na água, a pressão aumenta, pois o peso da camada líquida, que exerce a pressão em um ponto, é tanto maior quanto maior for a profundidade deste ponto (fig. 7-10). Este fato ocorre em todos os fluidos, de um modo geral. A seguir, vamos estabelecer uma relação matemática que nos permitirá calcular a pressão no interior de um fluido, em uma dada profundidade.

CÁLCULO DA PRESSÃO NO INTERIOR DE UM FLUIDO

Na fig. 7-11 estão mostrados os pontos 1 e 2, no interior de um fluido de densidade ρ. A diferença de nível entre estes pontos é h. Consideremos uma porção do líquido, de forma cilíndrica, imaginada como se estivesse isolada do restante do líquido (fig. 7-11). Esta porção está em equilíbrio sob a ação de seu próprio peso $\vec{P}$ e das forças que o restante do líquido exerce sobre ela. Na direção vertical, estas forças são: a força $\vec{F}_1$, atuando para baixo, na superfície superior do cilindro, devida ao peso da camada de líquido acima desta superfície, e a força $\vec{F}_2$, atuando na superfície inferior do cilindro. Observe que, como o cilindro está em equilíbrio $\vec{P}$ e $\vec{F}_1$ estão dirigidas para baixo, $\vec{F}_2$ deverá estar dirigida para cima (fig. 7-11). Podemos, então, escrever que

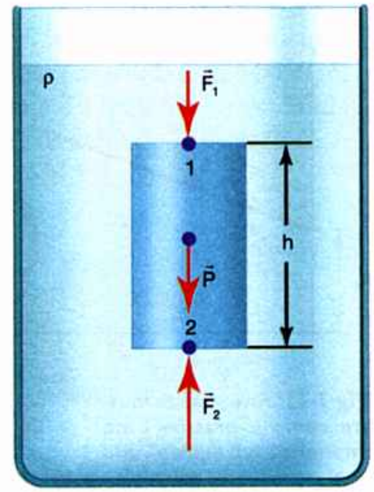


Fig.7-11: *A porção cilíndrica mostrada está em equilíbrio sob a ação de seu próprio peso e das forças que o restante do líquido exerce sobre ele.*

$$F_2 = F_1 + P \qquad \text{(condição de equilíbrio)}$$

Sendo p_1 a pressão na superfície superior (ponto 1), p_2 a pressão na superfície inferior (ponto 2) e A a área dessas superfícies, temos (lembre-se da definição de pressão):

$$F_1 = p_1 A \qquad \text{e} \qquad F_2 = p_2 A$$

Se m é a massa da porção cilíndrica e V o seu volume, podemos expressar o peso P desta porção da seguinte maneira:

$$P = mg \qquad \text{mas} \qquad m = \rho V = \rho A h \qquad \text{donde} \qquad P = \rho A h g$$

Levando estas relações em $F_2 = F_1 + P$, vem

$$p_2 A = p_1 A + \rho A h g \qquad \text{ou} \qquad p_2 = p_1 + \rho h g$$

Esta equação nos mostra que a pressão no ponto 2 é maior que no ponto 1 e que o aumento da pressão, ao passarmos de 1 para 2, é dado por ρgh. A relação $p_2 = p_1 + \rho g h$ é tão importante no estudo da estática dos fluidos que ela costuma ser denominada *equação fundamental da Hidrostática.*

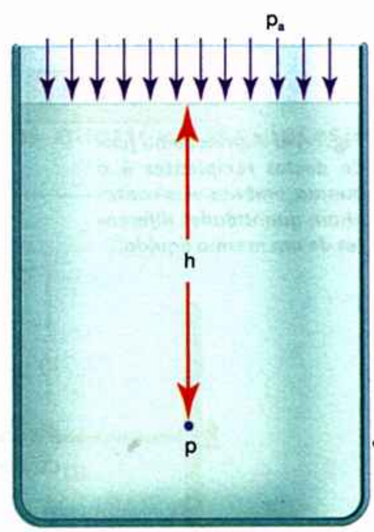


Fig.7-12: *A pressão a uma profundidade* h *é dada por* $p = p_a + \rho g h$.

Supondo que um dos pontos se encontre na superfície do líquido e que o outro ponto esteja a uma profundidade h (fig. 7-12), vemos que a pressão no primeiro ponto será a pressão atmosférica p_a e, então, a pressão p, no segundo ponto, pode ser obtida pela relação

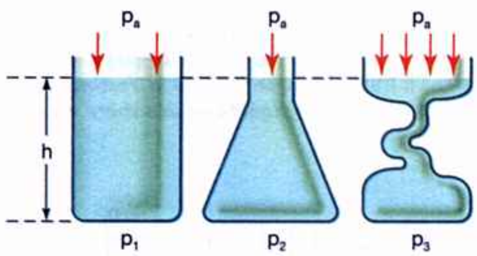
$$p = p_a + \rho g h$$

Chegamos, pois, à seguinte conclusão:

se a superfície de um líquido, cuja densidade é ρ, está submetida a uma pressão p_a, a pressão p, no interior deste líquido, a uma profundidade h, é dada por

$$\boldsymbol{p = p_a + \rho g h}$$

Fig.7-13: *Este gráfico mostra como a pressão p no interior de um líquido varia com a profundidade h.*



$p_1 = p_2 = p_3$

Fig.7-14: *A pressão no fundo destes recipientes é a mesma, embora eles contenham quantidades diferentes de um mesmo líquido.*

COMENTÁRIOS

1) Pela equação $p = p_a + \rho g h$, vemos que, se $h = 0$, temos $p = p_a$ (estamos na superfície do líquido) e, à medida que h aumenta (estamos mergulhando no líquido), a pressão aumenta linearmente com h. Então, o gráfico $p \times h$, para um dado líquido, terá o aspecto mostrado na fig. 7-13.

2) Pela mesma equação, observamos que a pressão, em um dado ponto no interior do líquido, é constituída de duas parcelas: a primeira, p_a, representa a pressão exercida na superfície livre do líquido e a segunda, $\rho g h$, representa a pressão produzida pelo peso do próprio líquido.

3) A pressão exercida propriamente pelo líquido é dada por $\rho g h$. Assim, para um dado líquido, em um mesmo local, ela só depende de h. Portanto, na fig. 7-14, as pressões nos fundos dos três recipientes que contêm o mesmo líquido serão iguais, embora os vasos tenham formas diferentes e contenham quantidades diferentes de líquido.

Exemplo

Uma piscina, de 10 m de profundidade, está totalmente cheia d'água.

a) Qual é a pressão, no fundo da piscina, devida apenas ao peso da água?

Esta pressão é dada por $\rho g h$. O valor de ρ, obtido na tabela 7-2, é $\rho = 1{,}0$ g/cm³. Como vamos efetuar os cálculos no sistema S.I., devemos expressar ρ em kg/m³, isto é,

$$\rho = 1{,}0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Teremos, então, tomando $g = 9{,}8$ m/s² e $h = 10$ m:

$$\rho g h = 1{,}0 \times 10^3 \times 9{,}8 \times 10 \quad \textit{ou} \quad \rho g h = 0{,}98 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

b) Sabendo-se que a pressão atmosférica local vale $p_a = 76$ cmHg, qual é a pressão total no fundo da piscina?

A pressão total é dada por $p = p_a + \rho g h$. O valor $p_a = 76$ cmHg, no sistema S.I., é fornecido pela tabela 7-1:

$$p_a = 1{,}01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

Então

$$p = p_a + \rho g h = 1{,}01 \times 10^5 + 0{,}98 \times 10^5 \quad \textit{donde} \quad p = 1{,}99 \times 10^5 \text{ N/m}^2.$$

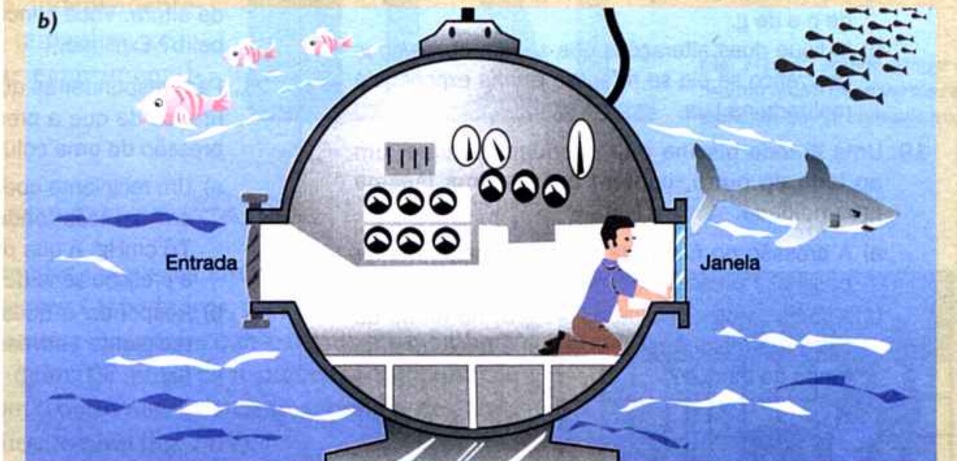
Observe que, neste exemplo, a pressão atmosférica colabora para a pressão no fundo da piscina com um valor maior do que a pressão exercida apenas pela água.

As enormes pressões no fundo do oceano

Na página seguinte é mostrada uma *batisfera* (foto e figura), que é um dispositivo esférico de aço usado para observações submarinas, sustentado por um cabo preso a um navio. Com a batisfera foi possível alcançar no mar profundidades de até 900 m, onde a pressão sobre suas paredes era de 90 kgf/cm².

Fig.: a) ***A batisfera, vista externamente, preparada para descer ao fundo do mar.*** b) ***Vista interna desta mesma batisfera.***

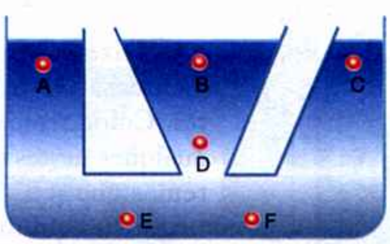
O cientista francês Jacques Piccard, em 1960, usando um batiscafo (dispositivo mais sofisticado que a batisfera), alcançou a profundidade de 11 000 m, isto é, 11 km, no oceano Pacífico. Neste local, que é a região mais profunda dos oceanos, a pressão nas paredes do batiscafo era de cerca de 1100 atm!



exercícios de fixação

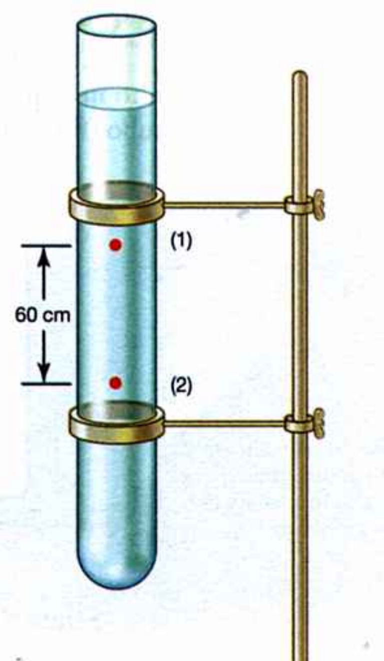
Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

15. A figura deste exercício mostra um recipiente contendo um certo líquido. Escreva, em ordem crescente, as pressões nos pontos indicados na figura.



Exercício 15.

16. Em um tubo de vidro, contendo glicerina, considere os pontos (1) e (2) mostrados na figura deste exercício.
    a) Calcule, no Sistema Internacional de Unidades, o aumento da pressão ao se passar do ponto (1) para o ponto (2). Para isto, consulte a tabela 7-2 e considere $g = 10$ m/s^2.
    b) Sabendo-se que a pressão no ponto (1) é $p_1 = 1{,}06 \times 10^5$ N/m^2, qual é o valor da pressão p_2 no ponto (2)?



Exercício 16.

17. No exercício anterior, suponha que o valor da pressão atmosférica local, indicada por um barômetro, seja $p_a = 1,01 \times 10^5$ N/m². Com esta informação, calcule a profundidade do ponto (1).

18. Considere o gráfico $p \times h$ mostrado na fig. 7-13.
   a) Expresse a inclinação deste gráfico em função de ρ e de g.
   b) Indique duas alterações que seriam observadas no gráfico se ele se referisse a uma experiência realizada na Lua.

19. Uma grande piscina e um pequeno tanque, um ao lado do outro, contêm água a uma mesma profundidade.
   a) A pressão no fundo da piscina é maior, menor ou igual à pressão no fundo do tanque?
   b) A força total, exercida pela água, no fundo da piscina é maior, menor ou igual à força total no fundo do tanque?

20. Em uma residência, há uma caixa d'água de 1 m de largura, 2 m de comprimento e 1 m de altura. Para aumentar a pressão da água nas torneiras, um bombeiro sugeriu que se colocasse, no mesmo local, uma outra caixa de maior capacidade, com 2 m de largura, 3 m de comprimento e 1 m de altura. Você concorda com a proposta do bombeiro? Explique.

21. Para responder às questões seguintes, basta lembrar-se de que a pressão de 1 atm corresponde à pressão de uma coluna de Hg de 76 cm de altura.
   a) Um recipiente aberto, contendo Hg, encontra-se em um local onde a pressão atmosférica vale 76 cmHg. A que profundidade, neste recipiente, a pressão seria de 2 atm?
   b) Responda à questão anterior, supondo que o recipiente estivesse no alto do monte Evereste (p_a = 30 cmHg).

7.4. Aplicações da equação fundamental

Como exemplos do emprego da equação $p = p_a + \rho g h$, apresentaremos, nesta secção, o estudo dos vasos comunicantes e o Princípio de Pascal.

VASOS COMUNICANTES

Consideremos dois recipientes, que não precisam ser do mesmo tamanho nem possuir a mesma forma, cujas bases estão ligadas por meio de um tubo (fig. 7-15).

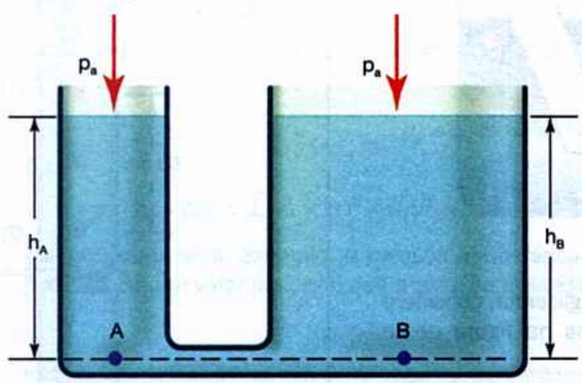


Fig. 7-15: ***Neste sistema de vasos comunicantes, a pressão no ponto A é igual à pressão no ponto B.***

Dizemos que os recipientes são vasos comunicantes. Coloquemos um líquido qualquer nestes vasos e esperemos que seja atingida a situação de equilíbrio. Os pontos A e B (fig. 7-15), situados em um mesmo nível horizontal, devem estar submetidos a pressões iguais, pois, do contrário, o líquido não estaria em equilíbrio.

Sendo ρ a densidade do líquido, podemos escrever

$$\text{para o ponto } A\text{: } p_A = p_a + \rho g h_A$$

$$\text{para o ponto } B\text{: } p_B = p_a + \rho g h_B$$

Como $p_A = p_B$, concluímos que $h_A = h_B$, isto é, em vasos comunicantes, um dado líquido atinge alturas iguais em ambos os recipientes. Esta conclusão é válida mesmo que tenhamos vários recipientes que se comunicam, independentemente de suas formas ou tamanhos, conforme você pode verificar experimentalmente (fig. 7-16).

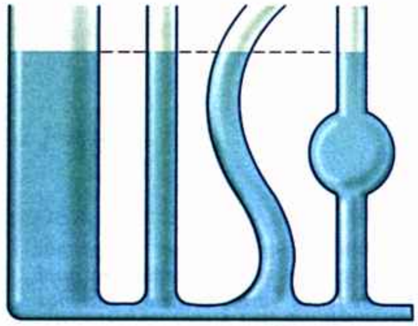


Fig. 7-16: *O líquido atinge a mesma altura nos diversos recipientes que se comunicam.*

APLICAÇÕES DOS VASOS COMUNICANTES

O fato de um líquido tender a se nivelar em vasos comunicantes tem algumas aplicações interessantes. Os pedreiros, para nivelar dois pontos, em uma obra, costumam usar uma mangueira transparente, cheia de água. Ajustando o nível da água em um dos ramos da mangueira a um ponto de uma parede, eles podem, com o outro ramo, determinar pontos, de outras paredes, que estarão neste mesmo nível (fig. 7-17).

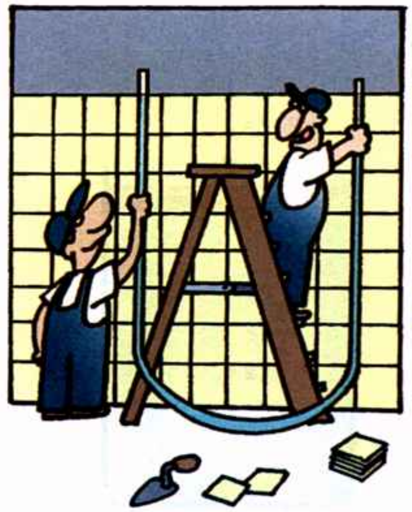


Fig.7-17: *Os pedreiros usam uma mangueira com água para nivelar os azulejos nas paredes, por exemplo.*

É também em virtude desta propriedade dos vasos comunicantes que a caixa-d'água de sua casa recebe água do reservatório da cidade, sem necessidade de uma bomba elevatória. Naturalmente, a caixa de sua casa não pode estar situada em um nível mais alto do que o reservatório da cidade (fig. 7-18).

Quando se fura um poço artesiano e a água jorra, também sem necessidade de bombas, isto se explica pela mesma propriedade. Neste caso, o lençol subterrâneo, de onde provém a água, apresenta uma configuração semelhante à da fig. 7-19, em que uma parte do lençol está situada em um nível superior ao do local onde o poço foi furado.

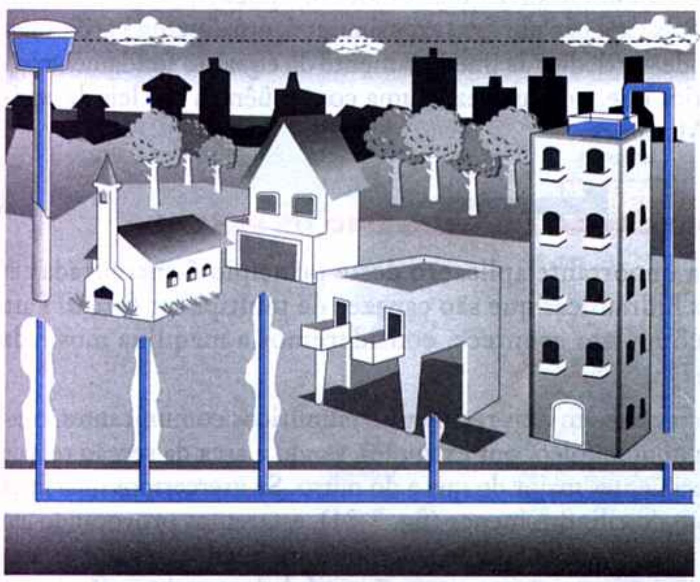


Fig. 7-18: *Como o reservatório de água de uma cidade está sempre a uma altura superior ao nível da caixa-d'água de uma residência, esta pode ser abastecida sem necessidade de bomba elevatória.*

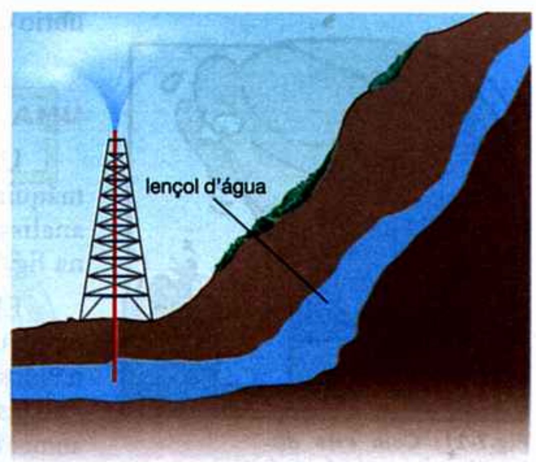
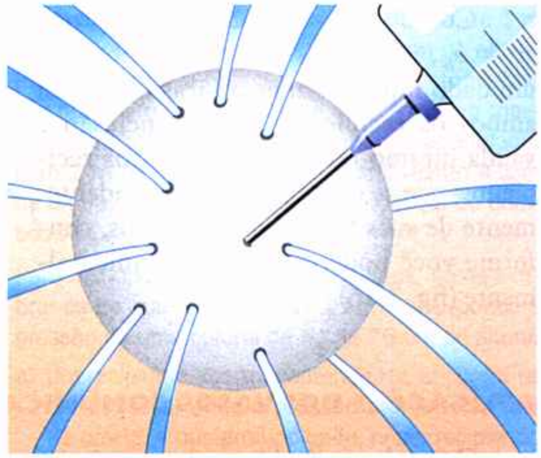


Fig. 7-19: *Em um lençol de água como o da figura, a água jorra do poço artesiano sem que haja necessidade do emprego de bombas.*



Injetando água com uma seringa em uma bola de pingue-pongue, na qual foram feitos vários orifícios, veremos que a água jorra, com a mesma pressão, por todos esses orifícios. A pressão exercida na água pelo êmbolo da seringa se transmite em todas as direções, em concordância com o princípio de Pascal.

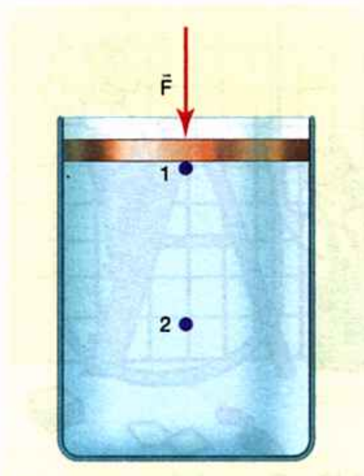


Fig.7-20: *O aumento de pressão no ponto (1) é transmitido integralmente ao ponto (2).*

PRINCÍPIO DE PASCAL

Consideremos um líquido, em equilíbrio, no interior de um recipiente, como está mostrado na fig. 7-20.

Nos pontos (1) e (2), as pressões valem p_1 e p_2, respectivamente. Se, por um processo qualquer, aumentarmos de Δp_1 a pressão em (1) (por exemplo, exercendo uma força no pistom colocado sobre o líquido), a pressão em (2) sofrerá um aumento Δp_2. Pela relação $p_2 = p_1 + \rho g h$, podemos verificar facilmente que

$$\Delta p_2 = \Delta p_1$$

isto é, o aumento da pressão em um ponto (2) é igual ao aumento da pressão provocado no ponto (1). Este fato foi descoberto, experimentalmente, em 1653, pelo cientista francês Pascal, que assim o enunciou: "o acréscimo de pressão, em um ponto de um líquido em equilíbrio, transmite-se integralmente a todos os pontos deste líquido". Em virtude disto, esta propriedade dos líquidos é denominada *princípio de Pascal*. Observe que, embora na época de Pascal esta propriedade fosse apenas um fato experimental, atualmente verificamos que ela pode ser deduzida imediatamente da equação fundamental da Hidrostática que, por sua vez, é uma conseqüência das leis de equilíbrio da Mecânica.

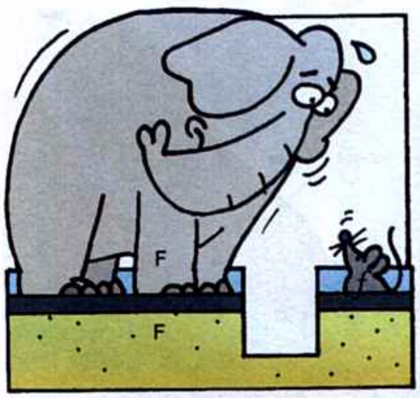


Fig.7-21: *Com este dispositivo é possível equilibrar uma grande força, por meio de uma força muito menor.*

UMA APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DE PASCAL

Uma importante aplicação deste princípio é encontrada em máquinas hidráulicas que são capazes de multiplicar forças. Para analisar como isto acontece, consideremos a máquina mostrada na fig. 7-21.

Ela consiste em dois recipientes cilíndricos comunicantes, contendo um líquido (óleo, por exemplo), sendo a área da secção reta de um dos recipientes maior do que a do outro. Se exercermos uma força f no pistom do cilindro menor (fig. 7-21), estaremos provocando um aumento na pressão do líquido sob o pistom. Sendo a o valor da área deste pistom, este aumento na pressão será dado por $\Delta p_1 = f/a$. Como conseqüência, este aumento de pressão se transmitirá a todos os pontos do líquido, ocasionando o aparecimento de uma força F sob o pistom de maior área. Sendo A a área deste pistom, o aumento de pressão sobre ele será $\Delta p_2 = F/A$. Como $\Delta p_2 = \Delta p_1$, vem

$$\frac{F}{A} = \frac{f}{a} \qquad \text{donde} \qquad F = \left(\frac{A}{a}\right) f$$

Portanto, se a área A for muito maior do que a, a força F será muito maior do que f. Por exemplo, se $a = 1{,}0\ \text{cm}^2$, $A = 100\ \text{cm}^2$ e $f = 10\ \text{kgf}$, obtemos $F = 1000\ \text{kgf}$, isto é, uma força de apenas 10 kgf conseguirá sustentar um corpo de 1 tonelada. Assim, esta máquina hidráulica funciona como um dispositivo multiplicador de forças.

Se esta máquina for construída de modo que ela possa prensar ou esmagar um objeto, como mostra a fig. 7-22, ela é denominada *prensa hidráulica*.

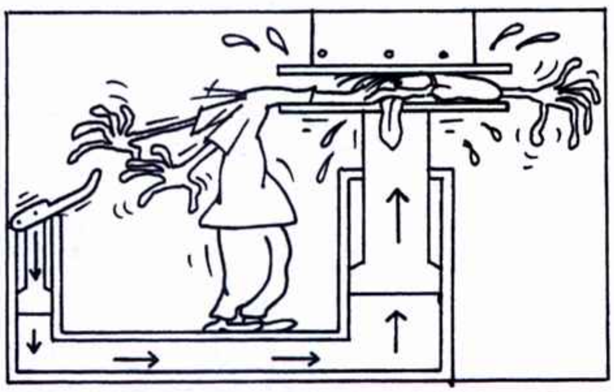


Fig. 7-22: *O funcionamento da prensa hidráulica se baseia no princípio de Pascal.*

O princípio desta máquina é também empregado nos elevadores de automóvel (nos postos de gasolina), nas cadeiras de dentistas e barbeiros e nos freios hidráulicos. Este último está representado, esquematicamente, na fig. 7-23. Nele, o valor da força que aplicamos no pedal do freio é aumentado várias vezes para comprimir as lonas de freio contra o tambor da roda.

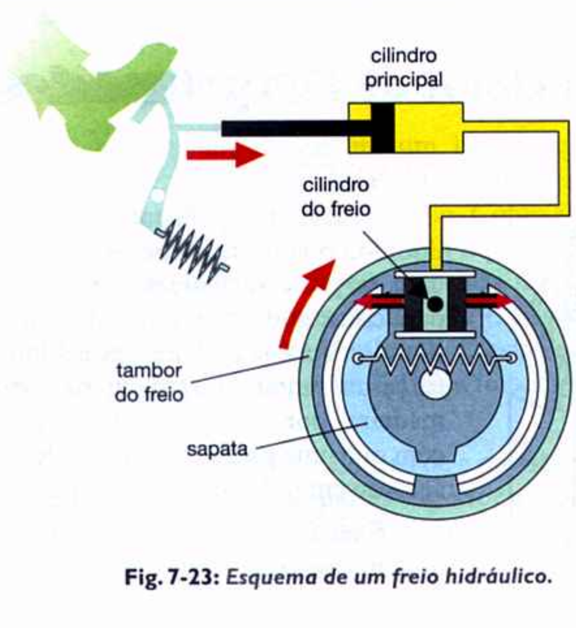
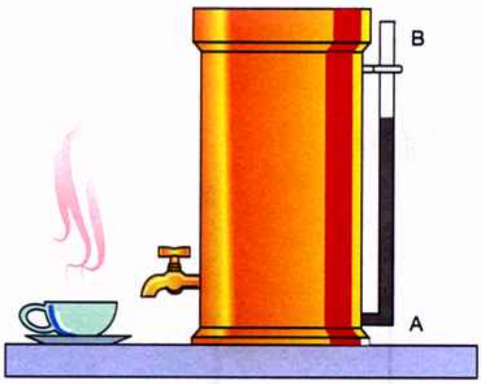


Fig. 7-23: *Esquema de um freio hidráulico.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

22. Certas máquinas de fazer café possuem um tubo externo, transparente, ligado ao corpo da máquina (tubo *AB* mostrado na figura deste exercício). Explique por que é possível saber qual é o nível do café no interior da máquina, simplesmente observando o tubo *AB*.



Exercício 22.

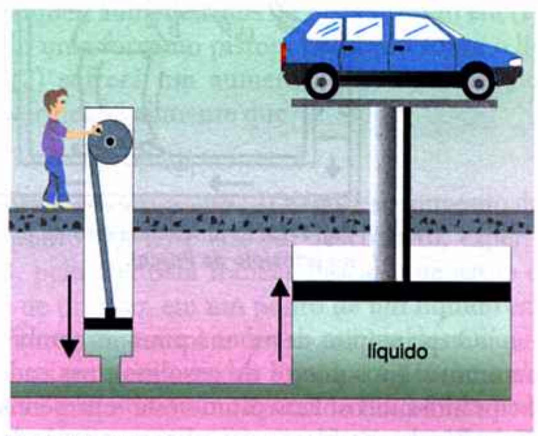
23. Suponha que, em uma construção, os pedreiros emendaram duas mangueiras, de diâmetros diferentes, para nivelar os azulejos em duas paredes distantes. O fato de as mangueiras terem diâmetros diferentes prejudicou o nivelamento?

24. Na fig. 7-20, suponha que a pressão em (1) seja $p_1 = 3{,}0$ atm e que, em (2), tenhamos $p_2 = 3{,}5$ atm. Se, por meio do pistom, a pressão em (1) for aumentada para 5,0 atm:

    a) Qual será o aumento da pressão em (2)? e em qualquer outro ponto do líquido?

    b) Qual o novo valor da pressão em (2)?

25. A figura deste exercício mostra um menino equilibrando um automóvel, usando um elevador hidráulico. O automóvel pesa 800 kgf e está apoiado em um pistom cuja área é $A = 2\,000\ \text{cm}^2$. Determine o valor da força $\vec{f}$ que o menino está exercendo, sabendo-se que a área do pistom no qual ele atua é de $25\ \text{cm}^2$.



Exercício 25.

7.5. Princípios de Arquimedes

O QUE É EMPUXO

Quando mergulhamos um corpo qualquer em um líquido, verificamos que este exerce, sobre o corpo, uma força de sustentação, isto é, uma força dirigida para cima, que tende a impedir que o corpo afunde no líquido. Você já deve ter percebido a existência desta força ao tentar mergulhar, na água, um pedaço de madeira, por exemplo. É também esta força que faz com que uma pedra pareça mais leve quando imersa na água ou em outro líquido qualquer.

Esta força é *vertical*, dirigida *para cima*, e se denomina *empuxo* do líquido sobre o corpo mergulhado.

Um líquido exerce pressão em todas as direções

Em um recipiente contendo um líquido, mergulhou-se um copo vazio cuja boca foi tampada com um cartão, simplesmente nela encostado (fig. I). Observa-se que o cartão não se separa do copo, permanecendo aderido à sua boca, pressionado pelo líquido. Portanto, o líquido do recipiente exerce uma pressão para cima sobre o cartão. Girando-se cuidadosamente o copo, no interior do líquido, verifica-se que em qualquer posição o cartão permanece pressionado contra a boca do copo. Isto é:

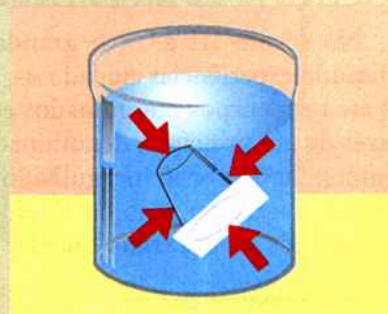


Fig. I: *Um líquido exerce pressão, sobre um corpo nele mergulhado, em todas as direções, inclusive de baixo para cima.*

> Um líquido exerce pressão em todas as direções, sobre um corpo nele mergulhado (fig. II).

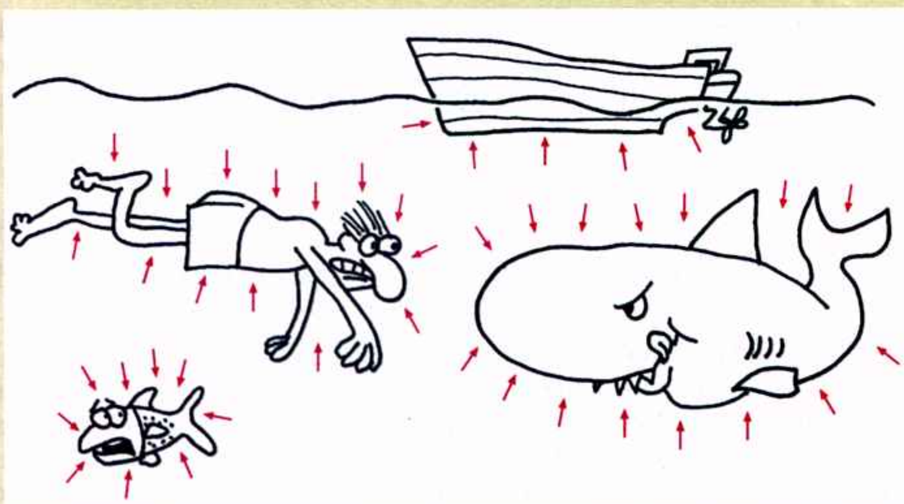


Fig. II: *Observe que a água pressiona, em todas as direções, o barco, a pessoa e o tubarão.*

PORQUE APARECE O EMPUXO

Consideremos um corpo mergulhado em um líquido qualquer (fig. 7-24). Como já sabemos, o líquido exercerá forças de pressão em toda a superfície do corpo em contato com este líquido. Como a pressão aumenta com a profundidade, as forças exercidas pelo líquido, na parte inferior do corpo, são maiores do que as forças exercidas na parte superior, e se distribuem da maneira indicada na fig. 7-24. A resultante destas forças, portanto, deverá ser dirigida para cima. É esta resultante que representa o empuxo que atua no corpo, tendendo a impedir que ele afunde no líquido.

Observe, então, que a causa do empuxo é o fato de a pressão aumentar com a profundidade. Se as pressões nas partes superior e inferior do corpo fossem iguais, a resultante das forças de pressão seria nula e não existiria empuxo sobre o corpo.

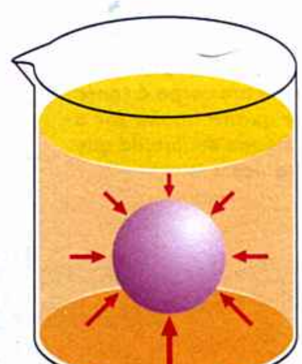


Fig. 7-24: *Quando um corpo é mergulhado em um fluido, as forças que atuam no corpo dirigidas para cima são maiores do que as forças dirigidas para baixo.*

O PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

No século III a.C., o grande filósofo, matemático e físico *Arquimedes*, realizando experiências cuidadosas, descobriu uma maneira de calcular o empuxo que atua em corpos mergulhados em líquidos. Suas conclusões foram expressas através de um princípio, denominado *princípio de Arquimedes*, cujo enunciado é o seguinte: "todo corpo mergulhado em um líquido recebe um empuxo vertical, para cima, igual ao peso do líquido deslocado pelo corpo". Observe que este princípio nos mostra como calcular o valor do empuxo, isto é,

o valor do empuxo que atua em um corpo mergulhado em um líquido é igual ao peso do líquido deslocado pelo corpo.

Arquimedes (287-212 a.C.)

Veja o Tópico Especial no final deste capítulo (secção 7.6).

Usando as leis de Newton, poderíamos chegar a este mesmo resultado para o cálculo do empuxo. Observe, entretanto, que Arquimedes descobriu estes fatos através de experiências, muitos anos antes de Newton estabelecer as leis básicas da Mecânica.

COMENTÁRIOS

Para que você possa compreender melhor o princípio de Arquimedes, vamos analisar a situação apresentada na fig. 7-25.

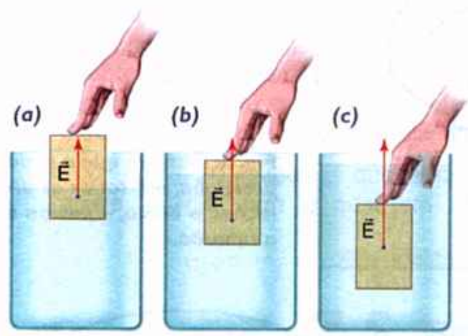
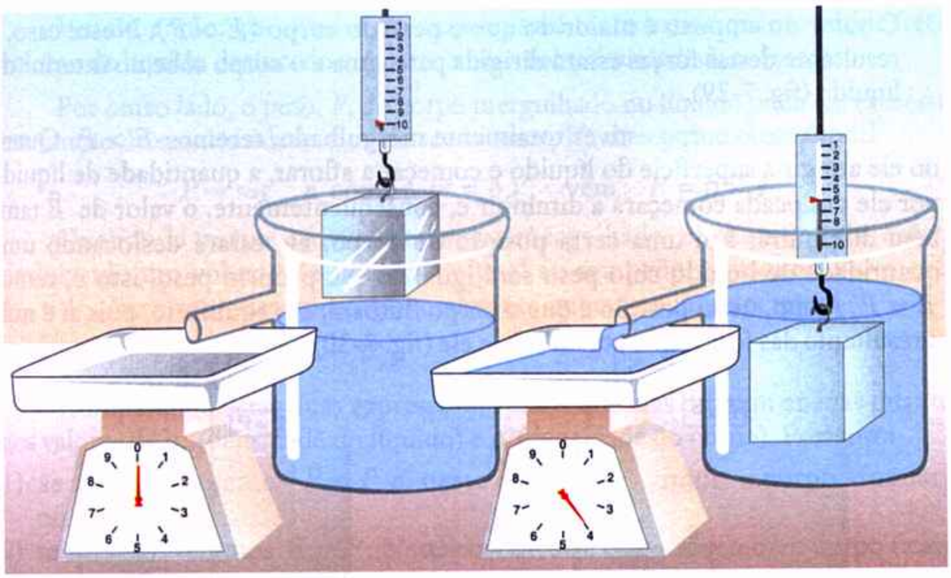


Fig. 7-25: ***O empuxo que atua em um corpo é tanto maior quanto maior for a quantidade de líquido que ele desloca.***

1) Suponha que um bloco de madeira seja introduzido parcialmente na água, como mostra a fig. 7-25-a. Como ele está deslocando um certo volume de água, ele receberá um empuxo, $\vec{E}$, de valor igual ao peso da água deslocada. Por exemplo, se o bloco estiver deslocando 2,0 L de água, o empuxo que ele receberá será igual ao peso destes 2,0 L de água, isto é, $E = 2{,}0$ kgf.

2) Se aprofundarmos mais o corpo na água (fig. 7-25-b), o volume por ele deslocado será maior e o valor do empuxo $\vec{E}$ também aumentará. Por exemplo, se o volume deslocado, agora, for de 5,0 L, o empuxo será $E = 5{,}0$ kgf, pois 5,0 L de água pesam 5,0 kgf. Você poderá perceber este aumento do empuxo porque terá que fazer mais força para conseguir mergulhar mais o bloco de madeira na água.

3) Quanto maior for o volume de água deslocado pelo bloco, maior será o empuxo que ele receberá. Na fig. 7-25-c, o bloco já está totalmente mergulhado e, portanto, está deslocando a máxima quantidade de água possível. Neste caso, o volume deslocado é igual ao volume do próprio corpo. Então, se o volume do bloco for de 6,0 L, ele estará deslocando 6,0 L de água e estará recebendo um empuxo $E = 6{,}0$ kgf (peso da água deslocada). Depois que o corpo estiver totalmente mergulhado, mesmo que o afundemos um pouco mais, o valor do empuxo não aumenta, pois o volume do líquido deslocado permanece constante, igual ao volume do próprio corpo.



O bloco de peso $P = 10\ N$ (indicado pelo dinamômetro) recebeu um empuxo $E = 10\ N - 6\ N = 4\ N$ ao ser mergulhado no líquido do recipiente. Na escala da balança, vemos que o peso do líquido deslocado pelo bloco também é igual a 4 N. Portanto, esta experiência nos mostra que o valor do empuxo é igual ao peso do líquido deslocado.

CONDIÇÕES PARA UM CORPO FLUTUAR EM UM LÍQUIDO

Suponha que uma pessoa introduza um corpo em um líquido, de modo que fique totalmente mergulhado (fig. 7-26). Se, em seguida, o corpo for abandonado, as forças que estarão atuando sobre ele serão o seu próprio peso, $\vec{P}$, e o empuxo, $\vec{E}$, exercido pelo líquido. Nestas condições, uma das três situações seguintes será observada:

1) O valor do empuxo é menor do que o peso do corpo ($E < P$). Neste caso, a resultante destas forças estará dirigida para baixo e o corpo afundará, até atingir o fundo do recipiente. É isto o que acontece quando, por exemplo, abandonamos uma pedra dentro da água (fig. 7-27).

2) O valor do empuxo é igual ao peso do corpo ($E = P$). Neste caso, será nula a resultante destas forças e o corpo ficará em repouso na posição em que foi abandonado. É isto o que acontece com um submarino submerso, em repouso, a uma certa profundidade (fig. 7-28).

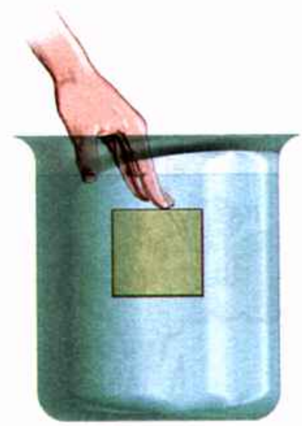


Fig. 7-26: *Se a pessoa abandonar o corpo, estarão atuando sobre ele o seu peso e o empuxo do líquido.*

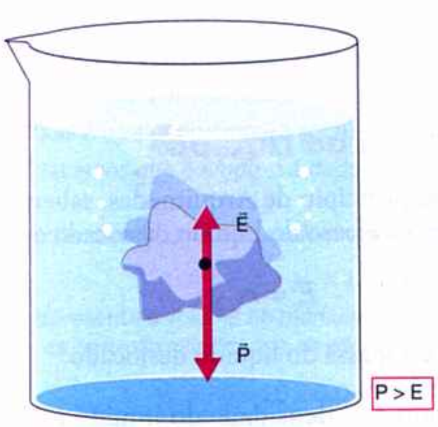


Fig. 7-27: *O corpo afunda no líquido quando seu peso é maior do que o empuxo que ele recebe.*

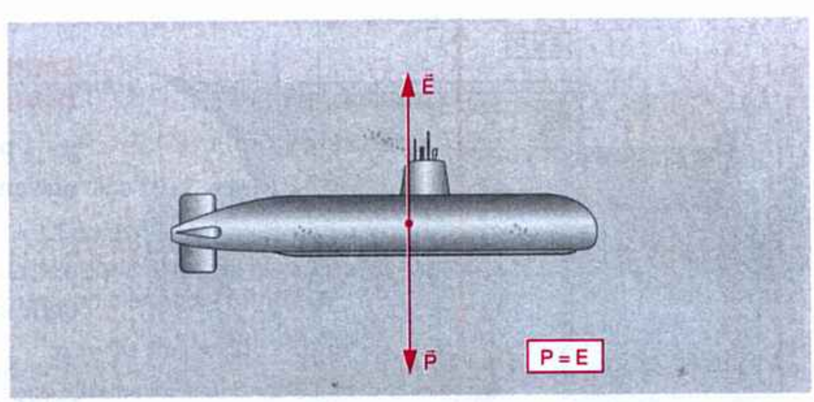


Fig. 7-28: *Se um corpo está flutuando totalmente mergulhado em um líquido, seu peso é igual ao empuxo que ele está recebendo.*

3) O valor do empuxo é maior do que o peso do corpo ($E > P$). Neste caso, a resultante destas forças estará dirigida para cima e o corpo sobe no interior do líquido (fig. 7-29).

Enquanto o corpo estiver totalmente mergulhado, teremos $E > P$. Quando ele atingir a superfície do líquido e começar a aflorar, a quantidade de líquido por ele deslocada começará a diminuir e, conseqüentemente, o valor de $\vec{E}$ também diminuirá. Em uma certa posição do corpo, ele estará deslocando uma quantidade de líquido cujo peso será igual ao seu próprio peso, isto é, temos $E = P$. Assim, nesta posição é que o corpo flutuará, em equilíbrio, pois aí é nula a resultante das forças que atuam sobre ele (fig. 7-30).

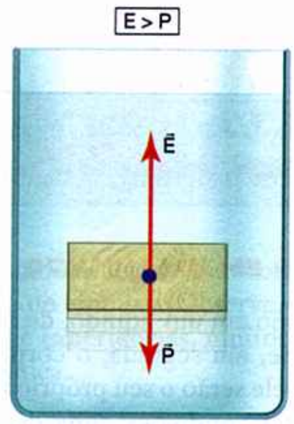


Fig. 7-29: ***Quando o peso de um corpo é menor do que o empuxo que recebe, ele tende a subir no interior do líquido.***

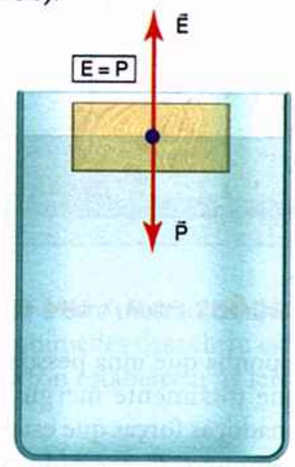


Fig. 7-30: ***Sempre que um corpo está flutuando livremente em um líquido, seu peso está sendo equilibrado pelo empuxo que ele recebe do líquido.***

Observe que, neste caso, apenas uma porção do corpo está submersa e, então, o valor do empuxo é igual ao peso do líquido deslocado por esta parte submersa.

Estes fatos ocorrem quando, por exemplo, abandonamos um pedaço de madeira que foi mergulhado em água.

Destas considerações podemos concluir que quando um navio está flutuando, em equilíbrio, na água, ele está recebendo um empuxo cujo valor é igual ao seu próprio peso, isto é, o peso do navio está sendo equilibrado pelo empuxo que ele recebe da água (fig. 7-31).

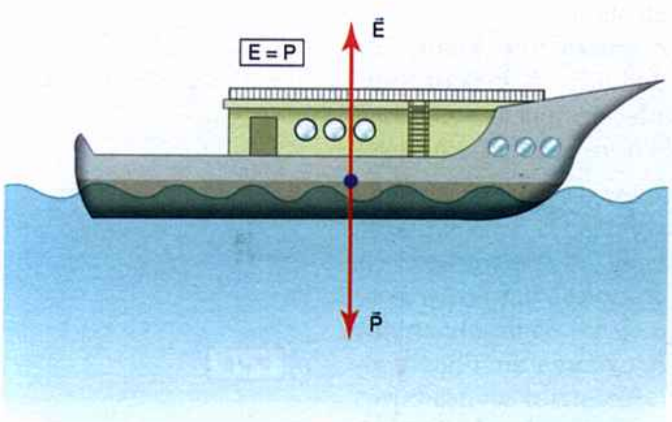


Fig. 7-31: ***Um navio pode flutuar em virtude do empuxo que ele recebe da água.***

EMPUXO E DENSIDADE DO LÍQUIDO

Pelo princípio de Arquimedes, sabemos que empuxo = peso do líquido deslocado ou

$$E = m_d g$$

onde m_d é a massa do líquido deslocado.

Sendo ρ_L a densidade do líquido e V_d o volume do líquido deslocado, temos

$$m_d = \rho_L V_d \quad \text{donde} \quad \boxed{E = \rho_L V_d g}$$

Vemos, então, que o valor do empuxo será tanto maior quanto maior for o volume de líquido deslocado e quanto maior for a *densidade deste líquido*.

Por outro lado, o peso, P, do corpo mergulhado no líquido pode ser expresso em função de sua densidade, ρ_c, e do seu volume, V_c, da seguinte maneira:

$$P = mg \quad \text{e como} \quad m = \rho_c V_c \quad \text{vem} \quad P = \rho_c V_c g$$

Quando o corpo estiver *totalmente* mergulhado no líquido, ele estará deslocando um volume de líquido V_d igual ao seu próprio volume V_c, isto é, $V_d = V_c$. Portanto, para um corpo totalmente imerso no líquido, temos

$$E = \rho_L V_c g \qquad \text{e} \qquad P = \rho_c V_c g$$

Comparando estas duas expressões, vemos que elas diferem apenas quanto aos valores de ρ_L (densidade do líquido) e ρ_c (densidade do corpo). Portanto:

1) se $\rho_L < \rho_c$, teremos $E < P$ e, neste caso, como vimos, o corpo afundará no líquido.
2) se $\rho_L = \rho_c$, teremos $E = P$. Nestas condições, como sabemos, o corpo ficará em equilíbrio quando estiver totalmente mergulhado no líquido.
3) se $\rho_L > \rho_c$, teremos $E > P$. Este é o caso em que o corpo sobe no líquido, aflora em sua superfície até atingir uma posição de equilíbrio, parcialmente mergulhado, na qual $E = P$.

Com esta análise poderemos prever quando um sólido flutuará ou afundará em um líquido, simplesmente conhecendo as suas densidades. Consultando a tabela 7-2, podemos concluir, por exemplo, que a cortiça flutua em gasolina, mas um pedaço de gelo afundará nela e flutuará na água (como você já sabe). O ferro afundará na água mas flutuará no mercúrio, enquanto o ouro e a platina afundarão neste líquido.

Esta mesma análise nos permite concluir que, se um submarino está submerso, em equilíbrio (fig. 7-28), sua densidade média é igual à da água do mar. É fácil concluir, também, que um balão sobe na atmosfera porque sua densidade média é menor do que a do ar (fig. 7-32).

Naturalmente, como a densidade do ar diminui com a altitude, o valor do empuxo sobre o balão também diminuirá enquanto ele sobe. Assim, em uma certa altura, ele atingirá uma posição de equilíbrio, na qual $E = P$.

Fig.7-32: *Um balão sobe na atmosfera em virtude do empuxo que ele recebe do ar.*

Exemplo

Um cilindro metálico, cuja área da base é $A = 10$ cm^2 e cuja altura mede $H = 8{,}0$ cm, está flutuando em mercúrio, como mostra a fig. 7-33. A parte do cilindro mergulhada no líquido tem uma altura $h = 6{,}0$ cm.

a) Qual é o valor do empuxo sobre o cilindro (considere $g = 10$ m/s^2)?

Sabemos que o empuxo é dado por

$$E = \rho_L V_d g$$

Em nosso caso, ρ_L é a densidade do mercúrio. Pela tabela 7-2, obtemos

$$\rho_L = 13{,}6 \text{ g/cm}^3 = 13{,}6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

V_d representa o volume de mercúrio deslocado pelo cilindro. É claro que V_d será igual ao volume da parte do cilindro que se encontra submersa no mercúrio. Portanto (fig. 7-33):

$$V_d = Ah = 10 \times 6{,}0 \qquad ou \qquad V_d = 60 \text{ cm}^3 = 60 \times 10^{-6} \text{m}^3$$

Substituindo os valores de ρ_L, V_d e g, expressos no Sistema Internacional (S.I.), em $E = \rho_L V_d g$, obteremos o valor do empuxo, expresso em newtons. Assim:

$$E = (13{,}6 \times 10^3) \times (60 \times 10^{-6}) \times 10 \qquad donde \qquad E = 8{,}16 \text{ N}$$

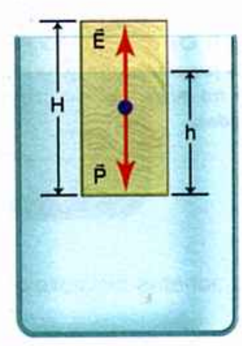


Fig.7-33: *Para o exemplo da secção 7.5.*

Você já deve ter ouvido falar que, no mar Morto, na Palestina, uma pessoa pode flutuar facilmente, com parte considerável de seu corpo fora da água. Qual é a propriedade específica desta água que torna isto possível?

André Queiroz

b) Qual é o valor do peso do cilindro metálico?

Como o cilindro está flutuando, em repouso, o seu peso está sendo equilibrado pelo empuxo recebido do mercúrio. Portanto, temos

$$P = E \qquad \text{donde} \qquad P = 8{,}16\ \text{N}$$

c) Qual é o valor da densidade do cilindro?

A densidade ρ_c do cilindro será dada por $\rho_c = m_c/V_c$, onde m_c é a sua massa e V_c é o seu volume.

A massa do cilindro será obtida dividindo-se o seu peso, P, pela aceleração da gravidade g (que estamos considerando igual a 10 m/s²). Então

$$m_c = \frac{P}{g} = \frac{8{,}16}{10} \qquad \text{donde} \qquad m_c = 0{,}816\ \text{kg}$$

(Observe que, tendo P em N e g em m/s², obtemos m_c em kg, unidades do S.I.)

O volume do cilindro será (fig. 7-33):

$$V_c = AH = 10 \times 8{,}0 \qquad \text{donde} \qquad V_c = 80\ \text{cm}^3 = 80 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$

Portanto, virá:

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{0{,}816}{80 \times 10^{-6}} \qquad \text{donde} \qquad \rho_c = 10{,}2 \times 10^3\ \text{kg/m}^3 = 10{,}2\ \text{g/cm}^3$$

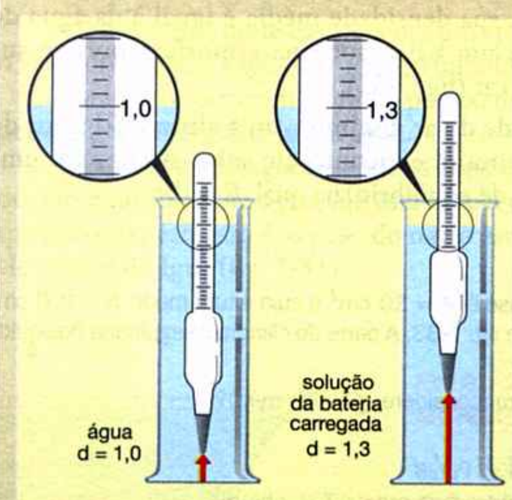


Fig.I: *Os densímetros têm seu funcionamento baseado no princípio de Arquimedes.*

Densímetros

Para a medida da densidade dos líquidos são muito usados, na prática, os densímetros, que funcionam baseados no princípio de Arquimedes. A figura I mostra um desses densímetros, previamente calibrado pelo fabricante.

Ao ser mergulhado em um líquido, dependendo de sua densidade, o aparelho apresentará uma parte maior ou menor de sua haste fora deste líquido. A densidade procurada será obtida pela leitura direta da escala, no nível da superfície livre do líquido. Observe, na figura, que para a água o densímetro indica 1g/cm³, e, ao ser mergulhado em uma solução (de ácido sulfúrico) de uma bateria carregada, a leitura é de 1,3 g/cm³. Densímetros deste tipo são muito usados para se obter a densidade de leite (para determinar a porcentagem de gordura), de urina (para verificação da presença de açúcar), de álcool (para determinar o grau de pureza) e em várias outras situações, principalmente nos laboratórios químicos.

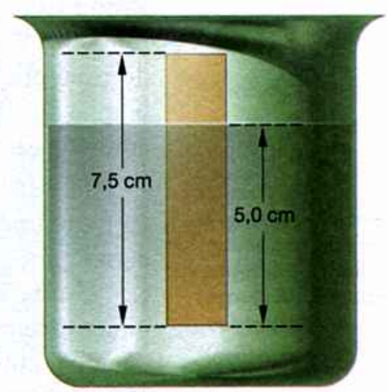
exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

26. Um bloco sólido encontra-se mergulhado em um líquido na posição mostrada na figura deste exercício. Designemos por $\vec{F}_1$ a força de pressão exercida pelo líquido na face superior do bloco e por $\vec{F}_2$ a força de pressão na face inferior.
    a) Desenhe, em uma cópia da figura, os vetores $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.
    b) F_2 é maior, menor ou igual a F_1?
    c) Como você calcularia o valor do empuxo $\vec{E}$ exercido pelo líquido sobre o bloco a partir dos valores de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$?

Exercício 26.

27. Suponha que o bloco do exercício anterior fosse deslocado, dentro do líquido, para uma profundidade um pouco maior.
    a) O valor de $\vec{F}_1$ aumentaria, diminuiria ou não sofreria alteração? e o valor de $\vec{F}_2$?
    b) O valor do empuxo $\vec{E}$ que atua no bloco aumentaria, diminuiria ou não sofreria alteração?
28. Como vimos, o navio da fig. 7-31 está flutuando, em equilíbrio.
    a) O empuxo que ele está recebendo da água é maior, menor ou igual ao seu peso?
    b) A densidade média do navio é maior, menor ou igual à densidade da água?
29. Um barco, cujo peso é 800 kgf, desce navegando em um rio e chega ao mar.
    a) Qual o valor do empuxo que ele recebia quando estava no rio?
    b) Quando estiver navegando no mar, qual o valor do empuxo que ele estará recebendo?
    c) A parte submersa do barco aumenta, diminui ou não se altera quando ele passa do rio para o mar?
30. Um bloco de madeira, cujo volume é de 10 L, está flutuando em água, com metade de seu volume submerso.
    a) Qual é, em litros, o volume de água deslocada pelo bloco?
    b) Qual é, em kgf, o peso desta água deslocada?
    c) Lembrando do princípio de Arquimedes, diga qual é, em kgf, o empuxo que o bloco está recebendo?
    d) Então, qual é, em kgf, o peso do bloco?
31. Suponha que você empurrasse o bloco do exercício anterior, afundando-o completamente na água.
    a) Qual seria, em litros, o volume de água que o bloco estaria deslocando?
    b) Qual seria, em kgf, o valor do empuxo que atuaria no bloco?
    c) Qual o valor da força que você estaria exercendo para manter o bloco submerso?
32. A massa de um corpo é de 80 g e seu volume é de 100 cm^3.
    a) Qual é a densidade deste corpo?
    b) Consulte a tabela 7-2 e verifique se o corpo afunda ou flutua na gasolina e na glicerina.
33. A figura deste exercício mostra um cilindro, cuja área da base é $A = 10\ cm^2$, flutuando em um líquido cuja densidade é $\rho_L = 3{,}0\ g/cm^3$ (ou $\rho_L = 3{,}0 \times 10^3\ kg/m^3$). Lembrando que o empuxo pode ser calculado pela expressão $E = \rho_L V_d g$, responda:
    a) Qual é, em m^3, o volume V_d do líquido deslocado pelo cilindro?
    b) Qual é, em newtons, o valor do empuxo que o cilindro está recebendo? (Considere $g = 10\ m/s^2$.)
    c) Qual é o valor do peso do cilindro?



Exercício 33.

34. Considerando o cilindro do exercício anterior, determine:
    a) Sua massa (em g).
    b) Sua densidade (em g/cm^3).

um tópico especial **para você aprender um pouco mais**

7.6. Arquimedes

QUANDO E ONDE VIVEU ARQUIMEDES

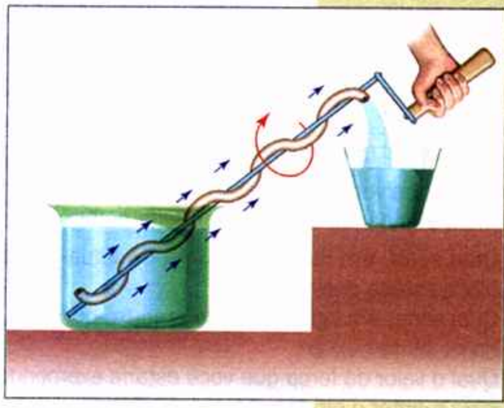


Fig. 7-34: *A espiral de Arquimedes era um dispositivo muito usado em Siracusa para a elevação de água.*

O grande cientista e inventor grego, Arquimedes, como vimos neste capítulo, foi o descobridor do princípio que nos permite calcular o valor do empuxo que atua em um corpo mergulhado em um fluido. Embora esta tenha sido sua descoberta mais importante no campo da Física, sua obra é muito extensa, apresentando outras contribuições notáveis, não só na Física, como também na Matemática e na tecnologia.

Arquimedes viveu no século III a.C., na cidade de Siracusa, uma colônia grega situada na Sicília, sul da Itália. Tendo estudado em Alexandria, no Egito, que era o grande centro cultural da época, adquiriu uma sólida formação em Matemática e um grande interesse pelas ciências.

As engenhosas invenções de Arquimedes tornaram-se muito populares em sua cidade natal, chegando ao conhecimento do Rei Hieron, parente de Arquimedes. Uma das grandes preocupações de Hieron era a defesa da cidade de Siracusa, constantemente ameaçada de invasão pelas tropas romanas. Foi por isto que ele contratou Arquimedes para projetar e construir dispositivos de guerra, destinados a defender a cidade e contra-atacar o inimigo. Arquimedes conseguiu desempenhar brilhantemente sua missão, criando máquinas engenhosas que causaram sérios danos às legiões romanas.

Descreveremos, a seguir, algumas das principais invenções e descobertas feitas por esse grande sábio.

ALGUMAS INVENÇÕES DE ARQUIMEDES

Uma de suas invenções mais populares é conhecida como parafuso de Arquimedes (ou espiral de Arquimedes), usado para elevar água, como mostra a fig. 7-34. É fácil perceber que, fazendo girar o parafuso, a água sobe ao longo do tubo oco e, portanto, pode-se considerar este dispositivo como a primeira bomba de elevação de água da história. A espiral de Arquimedes foi muito usada em irrigação e para retirar água de minas, não só em Siracusa mas também em várias outras cidades.

Arquimedes foi a primeira pessoa que construiu e usou um sistema de roldanas com o qual ele podia deslocar grandes pesos, exercendo pequenas forças. Conta-se que, para mostrar a eficiência deste dispositivo, ele preparou uma espetacular demonstração experimental: um navio da frota real foi tirado da água, com grande esforço, por um grupo de soldados e colocado sobre a areia da praia. Ligando o sistema de roldanas ao navio, Arquimedes convidou o Rei Hieron para puxar pela extremidade livre da corda (fig. 7-35). Sem realizar grande esforço, Hieron conseguiu, sozinho, arrastar o navio sobre a areia, causando surpresa geral e fazendo aumentar ainda mais o prestígio de Arquimedes junto ao rei.

Fig. 7-35: *O rei Hieron conseguiu, sozinho, arrastar um navio sobre a areia, usando um sistema de roldanas inventado por Arquimedes.*

Entre as armas que Arquimedes teria preparado para defender Siracusa, há referência ao uso de espelhos côncavos, utilizados para fazer convergir os raios solares. Segundo alguns historiadores, Arquimedes conseguiu incendiar uma esquadra romana empregando estes espelhos para concentrar o calor dos raios solares sobre os navios da esquadra (fig. 7-36).

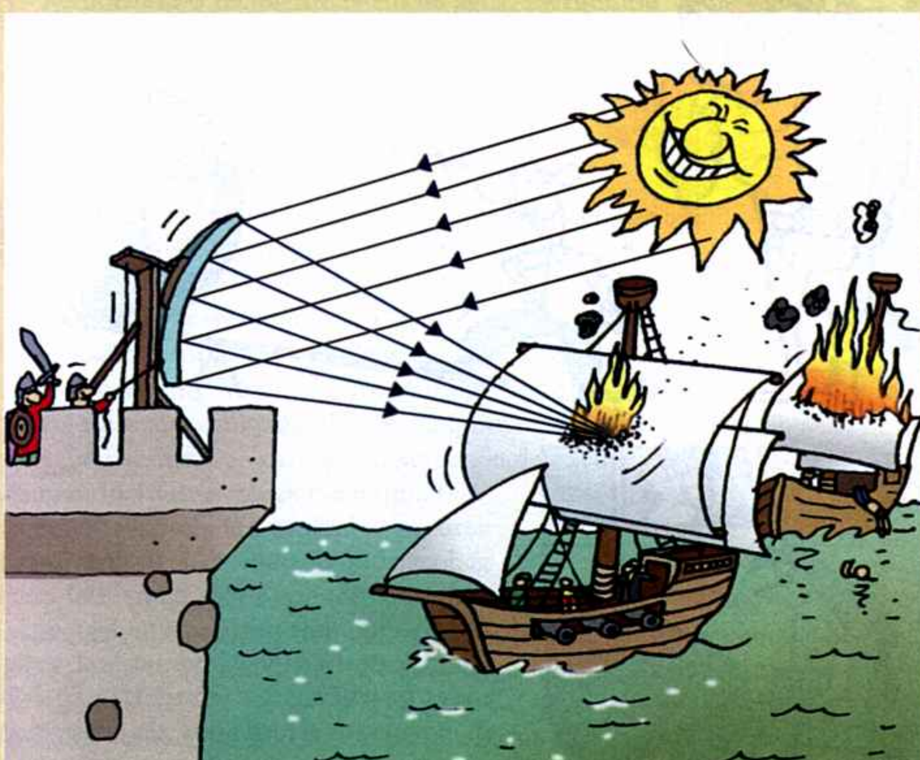


Fig. 7-36: *Conta-se que Arquimedes incendiou uma esquadra romana, usando espelhos côncavos para concentrar o calor dos raios solares.*

A LEI DO EQUILÍBRIO DAS ALAVANCAS

O nome de Arquimedes é freqüentemente lembrado quando estudamos o emprego das *alavancas*. Isto porque devemos a ele a descoberta da lei do equilíbrio das alavancas.

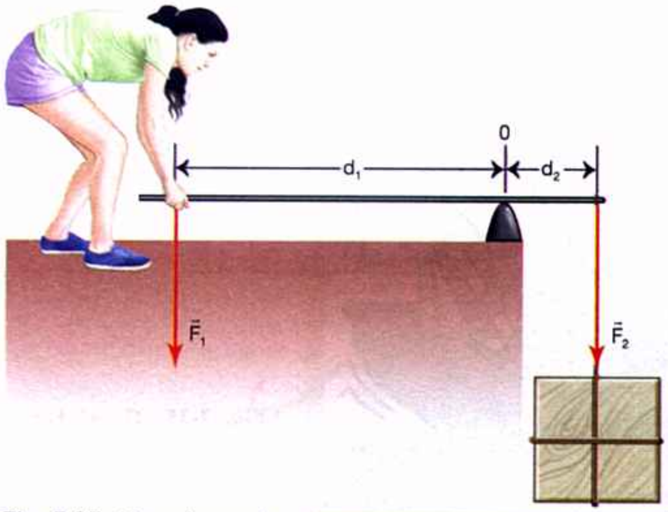


Fig. 7-37: *Uma das mais importantes descobertas de Arquimedes foi a lei das alavancas, até hoje amplamente empregada.*

Considere uma barra rígida, isto é, uma alavanca, apoiada no ponto O (fig. 7-37), tendo um corpo de peso $\vec{F}_2$ suspenso em uma de suas extremidades. Arquimedes descobriu que uma pessoa consegue equilibrar este peso se exercer, na outra extremidade da alavanca, uma força $\vec{F}_1$ tal que

$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

onde d_1 e d_2 são as distâncias mostradas na fig. 7-37. É evidente, por esta equação, que, se $d_1 > d_2$, temos $F_1 < F_2$, ou seja, é possível, usando uma alavanca, equilibrar um certo peso com uma força inferior a ele.

Arquimedes percebeu que, por maior que fosse o peso F_2, seria sempre possível equilibrá-lo (ou deslocá-lo) desde que se aumentasse convenientemente a distância d_1. O entusiasmo que esta conclusão provocou em Arquimedes o teria levado a formular a célebre frase: "Se me derem uma alavanca e um ponto de apoio, deslocarei o mundo!" (fig. 7-38).

Fig. 7-38: *"Se me derem uma alavanca e um ponto de apoio, deslocarei o mundo!" (Arquimedes).*

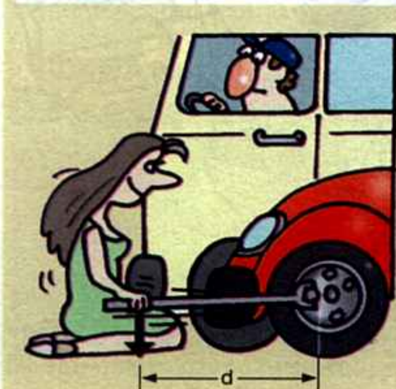


Fig. 7-39: *Para desapertar (ou apertar) o parafuso da roda, a pessoa fará um esforço menor se usar uma alavanca mais comprida.*

Como você já deve ter visto inúmeras vezes, o princípio das alavancas é empregado em grande número de dispositivos encontrados em nossa vida diária. Por exemplo, quando uma pessoa tenta desapertar o parafuso de uma roda de automóvel, quanto maior for a distância d mostrada na fig. 7-39, menor será o esforço que ela deverá fazer para conseguir o seu intento.

EUREKA! EUREKA!

Uma das histórias mais conhecidas sobre os trabalhos de Arquimedes refere-se à genial solução dada por ele ao *Problema da coroa do Rei Hieron*.

O rei havia prometido aos deuses, que o protegeram em suas conquistas, uma coroa de ouro. Entregou, então, certo peso de ouro a um ourives para que este confeccionasse a coroa. Quando o ourives entregou a encomenda, com o peso igual ao do ouro que Hieron havia fornecido, foi levantada a acusação de que ele teria substituído certa porção do ouro por prata. Arquimedes foi encarregado, pelo rei, de investigar se esta acusação era, de fato, verdadeira. Conta-se que, ao tomar banho (em um banheiro público) observando a elevação da água à medida que mergulhava seu corpo, percebeu que poderia resolver o problema. Entusiasmado, saiu correndo para casa, atravessando as ruas completamente despido e gritando a palavra grega que se tornou famosa: *Eureka! Eureka!* (isto é: "achei! achei!").

E realmente Arquimedes conseguiu resolver o problema da seguinte maneira:

1º – Mergulhou em um recipiente completamente cheio de água uma massa de ouro puro, igual à massa da coroa, e recolheu a água que transbordou (fig. 7-40-a).

2º – Retomando o recipiente cheio de água, mergulhou nele uma massa de prata pura, também igual à massa da coroa, recolhendo a água que transbordou. Como a densidade da prata é menor do que a do ouro, é fácil perceber que o volume de água recolhido, nesta 2ª operação, era maior do que na 1ª (fig. 7-40-b).

3º – Finalmente, mergulhando no recipiente cheio de água a coroa em questão, constatou que o volume de água recolhido tinha um valor intermediário entre aqueles recolhidos na 1ª e na 2ª operações (fig. 7-40-c). Ficou, assim, evidenciado que a coroa não era realmente de ouro puro. Comparando os três volumes de água recolhidos, Arquimedes conseguiu, até mesmo, calcular a quantidade de ouro que o ourives substituiu por prata.

Fig. 7-40: *Procure acompanhar, na figura, o raciocínio feito por Arquimedes para resolver o problema da coroa do rei de Siracusa.*

A MORTE TRÁGICA DE ARQUIMEDES

Sitiada durante cerca de três anos pelas legiões romanas, comandadas pelo General Marcelo, a cidade de Siracusa acabou sendo invadida, apesar dos esforços do Rei Hieron e das armas criadas por Arquimedes. Embora o comandante romano tivesse ordenado que a vida do grande sábio fosse poupada, sua casa foi assaltada por alguns soldados que não o reconheceram. Arquimedes encontrava-se no quintal, desenhando distraidamente sobre a areia complicadas figuras geométricas, quando um dos soldados, pisando sobre os desenhos, destruiu parte das figuras. Advertido e empurrado por Arquimedes, o soldado reagiu violentamente, trespassando o corpo do velho filósofo com sua lança, dando-lhe morte imediata.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

35. A figura deste exercício é um mapa abrangendo o sul da Europa e o norte da África. Nele estão assinalados com os números I, II, III e IV locais relacionados com a vida de Arquimedes. Procure identificar, entre os locais assinalados:

a) Aquele onde viveu Arquimedes.
b) A cidade onde Arquimedes estudou.
c) A cidade-estado cujas tropas constantemente ameaçavam invadir Siracusa.
d) A região sede da civilização que estabeleceu a colônia de Siracusa.

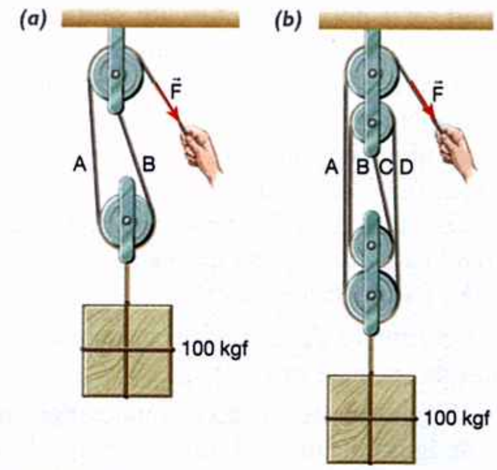
Exercício 35.

36. Orientando-se pela fig. 7-34, procure construir um parafuso de Arquimedes, usando mangueira de plástico ou borracha. Coloque o dispositivo em funcionamento e observe que ele constitui uma espécie de bomba elevatória de água (usando material transparente, você poderá acompanhar a subida da água na mangueira).

37. Arquimedes, como dissemos, foi a primeira pessoa a construir e usar um sistema de roldanas. Neste exercício você vai analisar sistemas de roldanas semelhantes ao de Arquimedes.

a) Na figura (a) deste exercício temos um corpo de 100 kgf ligado a um sistema constituído por uma roldana móvel e uma roldana fixa. Observe que o peso do corpo está distribuído nas duas cordas *A* e *B* que o sustentam. Suponha as duas cordas aproximadamente paralelas, despreze o peso das roldanas e os atritos e responda: qual a força que atua em cada uma das cordas *A* e *B* e qual o valor da força $\vec{F}$ que uma pessoa deve exercer para sustentar o peso suspenso?

b) No sistema de roldanas mostrado na figura (b), observe que o corpo suspenso é sustentado por quatro cordas *A*, *B*, *C* e *D*. Qual é, então, o valor da força $\vec{F}$ exercida pela pessoa para manter suspenso o corpo de 100 kgf?



Exercício 37.

38. Tendo em vista a análise feita no exercício anterior, observe a fig. 7-35 e responda: Se o Rei Hieron estivesse exercendo na corda uma força de 400 N, qual seria o valor da força que atuaria no navio, deslocando-o sobre a areia?

39. Na fig. 7-37, suponha que o corpo suspenso na alavanca tenha um peso $F_2 = 120$ kgf. Realizando medidas na figura, determine o valor da força $\vec{F}_1$, que a pessoa está exercendo para manter a alavanca na horizontal.

40. Nesta secção foi citada a célebre frase de Arquimedes: "Se me derem uma alavanca e um ponto de apoio, deslocarei o mundo!" Imagine que ele tenha conseguido obter um corpo de massa igual à massa da Terra (6×10^{24} kg) e que esse corpo tenha sido suspenso na extremidade de uma alavanca, a 1 m do ponto de apoio. Suponha que a força máxima que Arquimedes poderia exercer na outra extremidade da alavanca fosse de 1000 N.

a) A que distância do ponto de apoio Arquimedes deveria exercer essa força para equilibrar a alavanca?
b) O comprimento da alavanca que Arquimedes teria que usar seria maior ou menor do que a distância da Terra ao Sol? Quantas vezes? (Consulte a tabela no final deste volume.)

41. Observe, na fig. 7-40, uma representação do raciocínio de Arquimedes para resolver o problema da coroa do rei de Siracusa.

a) Na fig. 7-40-a, em que ele colocou na água uma massa de ouro igual à da coroa, suponha que tenham sido recolhidos 30 cm³ de água.

Qual era a massa da coroa? (Considere a densidade do ouro igual a 20 g/cm^3.)

b) Supondo a densidade da prata igual a 10 g/cm^3, qual teria sido o volume de água recolhido na fig. 7-40-b?

42. Suponha que a massa da coroa fosse constituída por 70% de ouro e 30% de prata. Qual teria sido, então, o volume recolhido por Arquimedes na fig. 7-40-c? (Considere para as densidades da prata e do ouro os valores do exercício anterior.)

O valor do empuxo e as leis de Newton

Os princípios da Hidrostática foram obtidos experimentalmente, antes de Newton estabelecer as três leis básicas da Mecânica. Entretanto, após o trabalho de Newton, constatou-se, como devíamos esperar, que aqueles princípios podiam ser obtidos pela aplicação dessas leis ao caso dos fluidos em equilíbrio. Na secção 7.3, essa aplicação foi feita no estabelecimento da equação fundamental da Hidrostática. Mostraremos, a seguir, que também o princípio de Arquimedes pode ser obtido de maneira semelhante.

Consideremos a fig. I, na qual temos um recipiente contendo um líquido em equilíbrio. Conseqüentemente, qualquer parte desse líquido estará também em equilíbrio. Imaginemos, então, uma porção qualquer do líquido, como aquela mostrada na fig. I, e analisemos as forças que atuam sobre ela. Na superfície dessa porção atuam as forças de pressão exercidas sobre ela pelo restante do líquido, as quais já foram analisadas na secção 7.5 (fig. 7-24) e se distribuem sobre a superfície da maneira mostrada na fig. I. Como vimos, essas forças têm maior valor na parte inferior da porção do que em sua parte superior e são dirigidas para o interior da porção. A resultante dessas forças de pressão estará, então, dirigida para cima e já sabemos que essa resultante é o empuxo $\vec{E}$ que o restante do líquido está exercendo sobre a porção que imaginamos isolada. A outra força que atua na porção é o seu próprio peso $\vec{P}_L$ (veja a fig. I). Como ela está em equilíbrio, a resultante de $\vec{E}$ e $\vec{P}_L$ deve ser nula e, assim, $\vec{E}$ e $\vec{P}_L$ devem ter o mesmo módulo e a mesma direção, porém sentidos contrários. Chegamos, portanto, à seguinte conclusão:

O restante do líquido exerce sobre a porção suposta isolada um empuxo vertical, de baixo para cima, de módulo igual ao peso da porção.

Suponhamos, agora, que um corpo de peso $\vec{P}$, com a mesma forma da porção, fosse colocado em seu lugar, sem que o restante do líquido sofresse qualquer alteração (fig. II). Conseqüentemente, as forças de pressão não seriam alteradas, porque elas são exercidas pelo restante do líquido. Concluímos, então, que sobre o corpo atuará o mesmo empuxo $\vec{E}$ que atuava na porção líquida. Em outras palavras:

Quando um corpo é mergulhado em um líquido, atua sobre ele um empuxo vertical, dirigido para cima, de módulo igual ao peso do líquido deslocado pelo corpo.

Essa conclusão é exatamente o resultado obtido experimentalmente por Arquimedes, constituindo o conhecido princípio enunciado por ele muito antes da época em que viveu Newton. É possível chegar a esse princípio exclusivamente a partir das leis de Newton, aplicando-as a um líquido em equilíbrio, da maneira que fizemos aqui.

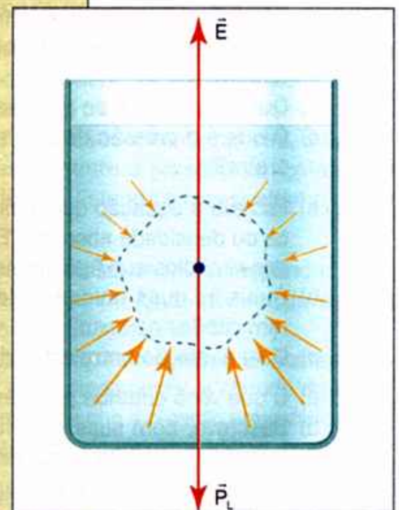


Fig. I: *A porção líquida recebe forças de pressão do restante do líquido cuja resultante é o empuxo E.*

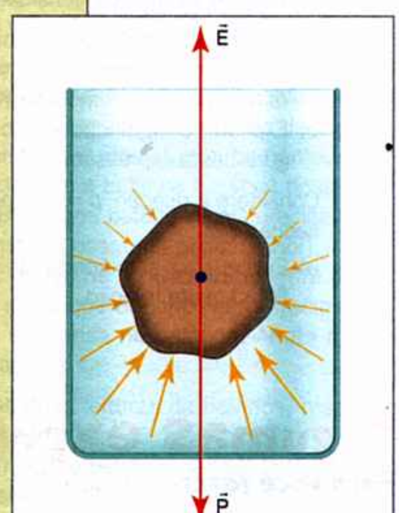


Fig. II: *Um corpo mergulhado no líquido recebe um empuxo E igual à resultante das forças de pressão exercida pelo líquido.*

revisão

As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

1. a) O que é um fluido?
   b) O que você entende por viscosidade?
   c) Dê exemplos de fluidos pouco e muito viscosos.
2. a) Escreva a equação que define a pressão. Explique o significado dos símbolos que figuram nesta equação.
   b) Qual é a unidade de pressão no S.I.?
   c) O que é a pressão de 1 mmHg? e a pressão de 1 atm?
3. a) Escreva a equação que define a massa específica ou densidade absoluta. Explique o significado dos símbolos que figuram nesta equação.
   b) Quais as duas unidades de densidade que foram citadas no texto?
   c) Qual a relação entre estas duas unidades?
4. a) O que você entende por pressão atmosférica?
   b) Descreva, com suas palavras, a experiência de Torricelli. Interprete o resultado desta experiência.
   c) Como se denomina um aparelho usado para medir a pressão atmosférica?
5. Dizer como se modifica a altura da coluna líquida, na experiência de Torricelli, se ela for realizada:
   a) Em altitudes cada vez maiores.
   b) Usando líquidos de densidades diferentes.
6. a) Escreva a expressão que nos fornece o aumento de pressão, quando passamos de um ponto para outro mais profundo no interior de um líquido.
   b) Explique o significado de cada símbolo que figura nesta expressão.
7. Considere a relação $p = p_a + \rho g h$ que foi obtida na secção 7.3.
   a) Explique o significado de cada símbolo que figura nesta relação.
   b) Interprete cada uma das parcelas desta relação (veja o comentário 2 da secção 7.3).
   c) Faça um desenho mostrando o aspecto do gráfico $p \times h$.
8. a) Descreva algumas aplicações dos vasos comunicantes.
   b) Expresse, com suas palavras, o princípio de Pascal.
   c) Baseando-se no princípio de Pascal, descreva o funcionamento da prensa hidráulica.
9. Considere um corpo mergulhado em um líquido:
   a) Qual é a direção e o sentido do empuxo que o líquido exerce no corpo?
   b) Comparando as pressões exercidas pelo líquido nas partes superior e inferior do corpo, explique por que aparece o empuxo sobre ele.
   c) Segundo o princípio de Arquimedes, qual é o valor do empuxo recebido pelo corpo?
10. Um corpo é totalmente mergulhado no interior de um líquido e abandonado a seguir. Poderão ser observadas, então, as seguintes situações:
    1º) O corpo permanece em repouso na posição onde é abandonado.
    2º) O corpo afunda.
    3º) O corpo sobe no interior do líquido.
    4º) O corpo aflora, passando a flutuar, em equilíbrio, na superfície do líquido.

    Para cada uma dessas situações, dizer se:
    a) O empuxo sobre o corpo é maior, menor ou igual ao seu peso.
    b) A densidade do corpo é maior, menor ou igual à densidade do líquido.

algumas experiências simples

Para você fazer

Primeira Experiência

1º) Dissemos, na secção 7.2, que a pressão atmosférica é capaz de esmagar uma lata no interior da qual foi feito o vácuo. Você poderá verificar que isto é possível realizando a experiência seguinte.

2º) Tome uma lata de secção retangular e coloque um pouco de água em seu interior (cerca de 1 cm de altura). Aqueça a água até ferver, mantendo-a em ebulição intensa durante cerca de 2 minutos. O vapor de água, ao escapar, arrasta para fora grande parte do ar existente no interior da lata.

3º) Retire a fonte de calor e tampe cuidadosamente a lata, de modo a impedir que o ar volte ao seu interior. Coloque-a sob um jato de água fria, para que o vapor de água se condense, reduzindo a pressão interna. Nestas condições, a pressão externa (pressão atmosférica) se tornará muito superior à pressão interna e, como você poderá observar, a lata será esmagada.

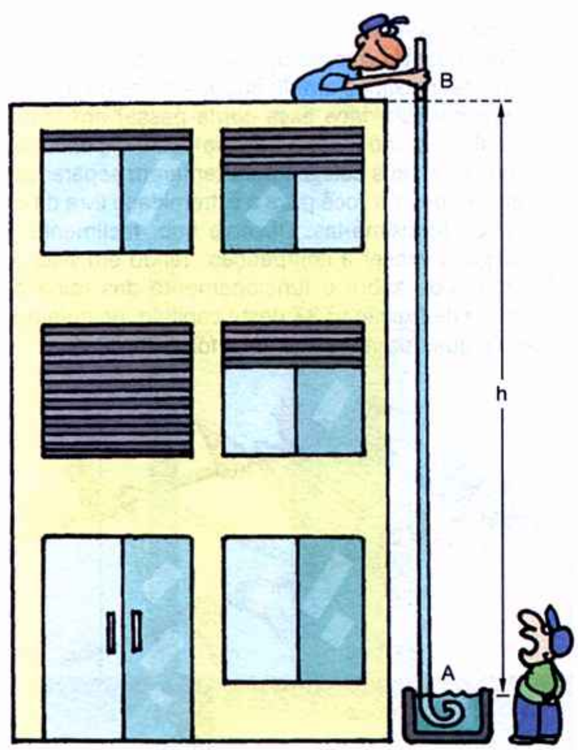
Segunda Experiência

Realizando esta experiência, você poderá observar um efeito também interessante provocado pela pressão atmosférica.

Encha um pires com água. Queime alguns pedaços de papel dentro da xícara. Em virtude do aquecimento, o ar se dilatará e a massa de ar que permanece no interior da xícara torna-se menor. Um pouco antes de terminar a combustão, inverta a xícara rapidamente sobre o pires. Deste modo a chama se apaga, a temperatura diminui, ocasionando uma queda na pressão interna. Observe que a água é, então, forçada a penetrar no interior da xícara. Explique por que isto acontece.

Terceira Experiência

1º) Para obter o valor da pressão atmosférica em sua cidade, você poderá realizar uma experiência semelhante à de Torricelli, mas usando água em lugar de mercúrio (que é uma substância de custo elevado e que exige um certo cuidado ao ser manuseada).



Terceira experiência.

2º) Tome uma mangueira de plástico transparente (dessas usadas para regar jardim), cujo comprimento seja cerca de 11 m. Após enchê-la completamente com água e vedar muito bem as duas extremidades, tomando cuidado para que não fique bolha de ar no interior da mangueira, suba em um local situado a uma altura próxima de 10 m (prédio, torre de igreja, caixa-d'água etc.).
Estenda a mangueira verticalmente, como mostra a figura desta experiência e peça a um colega que introduza a extremidade inferior em um recipiente contendo água. Depois de certificar-se de que a mangueira está na vertical, seu colega deverá abrir a extremidade inferior e, assim, a água descerá, estacionando em um certo nível, como na experiência de Torricelli.

3º) Assinale, na mangueira, o ponto B (nível onde a água estacionou na mangueira) e seu colega assinalará o ponto A (nível da água do recipiente). Deste modo, você está indicando, na mangueira, a altura h de água correspondente à pressão atmosférica no local da experiência. Estenda a mangueira no chão e meça o valor de h.

4º) Usando o resultado de sua medida, responda:
a) Qual é, em metros de água, o valor da pressão atmosférica em sua cidade?
b) Expresse, em cmHg, esta pressão atmosférica.
c) Determine, aproximadamente, a altitude de sua cidade (lembre-se de que a pressão atmosférica diminui cerca de 1 cmHg para cada 100 m de altitude).

Quarta Experiência

1º) Realizando medidas com uma balança e usando o princípio de Arquimedes, é possível determinar o volume de um corpo sólido de forma irregular e, conseqüentemente, obter o valor de sua densidade. Nesta experiência você irá usar este método para medir a densidade de uma pedra.

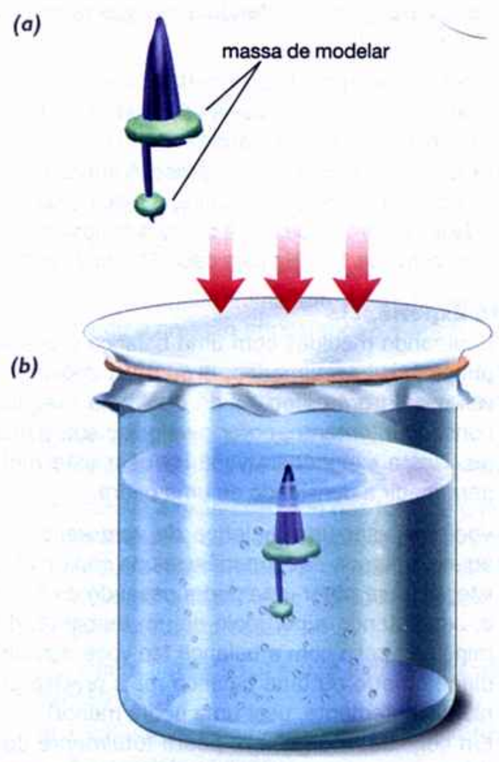
2º) Você vai usar uma balança de verdureiro, como aquela utilizada nas experiências do capítulo 5. Por isto, procure obter uma pedra pesando de 2 a 3 kg e, sustentando-a por meio de um barbante, determine seu peso com a balança (se você possuir um dinamômetro ou uma balança mais precisa poderá, evidentemente, usar uma pedra menor).
Em seguida, mergulhe a pedra *totalmente* dentro d'água (não deixe que ela encoste no recipiente), mantendo-a suspensa na balança. Anote a nova leitura do aparelho.

3º) De posse das duas leituras da balança, responda às questões seguintes:
a) Qual é, em kgf, o peso da pedra? Então, qual é a sua massa em g?
b) Qual é, em kgf, o valor do empuxo que a pedra recebeu da água?
c) Logo, qual foi o peso da água deslocada pela pedra? e o volume desta água deslocada (em cm^3)? e o volume da pedra?
d) Calcule, agora, em g/cm^3, a densidade da pedra.

Quinta Experiência

Tome uma tampa de caneta esferográfica e envolva sua base e o prendedor com massa de modelar, da maneira mostrada na fig. (a) desta experiência. Coloque a tampa na água contida num recipiente de paredes transparentes, ajustando a quantidade de massa de modo que a tampa flutue verticalmente, apenas com a ponta fora da água.

Cubra o recipiente com um pedaço de borracha fina (parte de um balão comum), prendendo-o firmemente com um elástico ou barbante, como mostra a fig. (b). Pressione, com sua mão, a superfície da borracha e observe que a tampa afunda na água. Retire a pressão e observe que ela volta à superfície. Procure entender o que aconteceu: no interior da tampa que flutua há um pouco de ar preso; quando a pressão sobre a água é aumentada, este aumento é transmitido ao ar que é comprimido e uma certa quantidade de água penetra na tampa, aumentando o peso do conjunto e fazendo-o afundar; retirando a pressão, o ar se expande, expulsando um pouco de água e a tampa volta à superfície.



Quinta experiência.

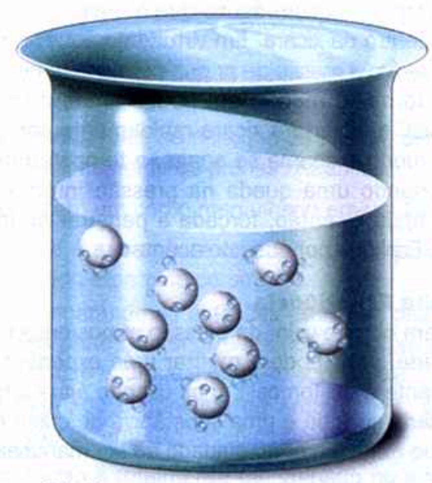
Observação: Esta experiência ilustra o mecanismo usado nos submarinos para fazê-los submergir e emergir: por meio de ar comprimido, a quantidade de água que é colocada em câmaras especiais pode ser aumentada ou diminuída, alterando o peso do submarino e, assim, fazendo-o flutuar ou afundar.

Sexta Experiência

Encha com água um recipiente de paredes transparentes e coloque na água um pouco de vinagre e um pouco de bicarbonato de sódio. A reação química entre essas substâncias provoca o desprendimento de CO_2 e uma grande quantidade de bolhas deste gás é visível, subindo no interior do líquido.

Coloque várias bolas de naftalina no interior do recipiente. Observe que elas, inicialmente, afundarão no líquido. Logo após, porém, várias bolhas de gás aderem à superfície da naftalina e o empuxo da água sobre os conjuntos (bolas + bolhas) faz com que subam à superfície (veja a figura desta experiência). Na superfície, algumas bolhas escapam para o ar e as bolas de naftalina voltam a afundar. Outras bolhas aderem a elas, o conjunto torna a subir e o processo se repete durante algum tempo.

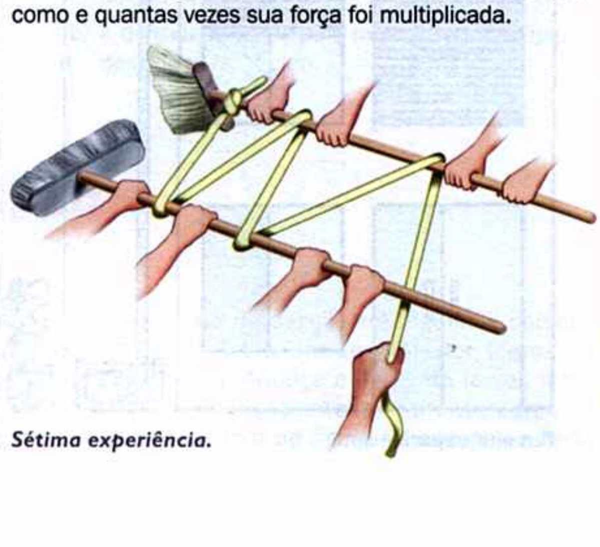
Observação: Se alguma bola não subir no líquido, é provável que sua superfície esteja muito lisa, dificultando a aderência das bolhas de gás. Se você lixar suavemente a superfície das bolas, talvez consiga contornar a dificuldade.



Sexta experiência.

Sétima Experiência

Solicite a quatro colegas que segurem os cabos de duas vassouras, próximos um do outro. Amarre uma corda em um dos cabos e faça essa corda passar em torno dos dois cabos, como mostra a figura desta experiência. Peça, então, a seus colegas para tentarem separar as vassouras, enquanto você puxa a extremidade livre da corda, tentando aproximá-las. Observe que, facilmente, você conseguirá vencer a competição. Tendo em vista o que foi analisado sobre o funcionamento das roldanas no exercício de fixação nº 37 deste capítulo, procure explicar como e quantas vezes sua força foi multiplicada.



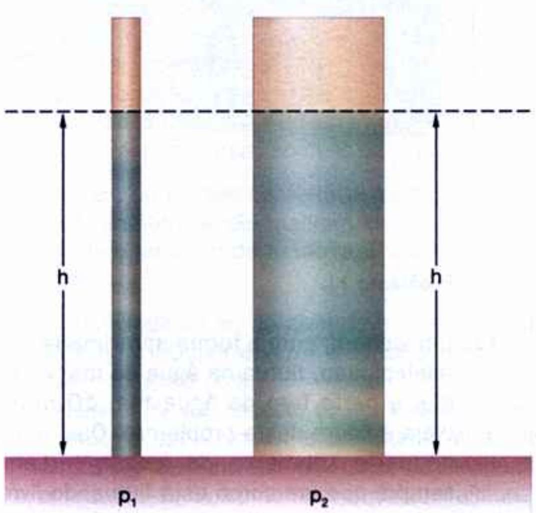
Sétima experiência.

problemas e testes

1. a) A fina camada de gelo que cobria um lago gelado se partiu quando uma pessoa tentou atravessá-lo, caminhando sobre o gelo. Entretanto, a pessoa conseguiu atravessar o lago arrastando-se deitada sobre o gelo. Explique este fato.
   b) Um faquir possui duas camas, do mesmo tamanho, uma com 500 pregos e a outra com 1000 pregos. Baseando-se no seu conceito de pressão, em qual das duas camas você julga que ele estaria mais "confortavelmente" instalado?

2. a) Em um certo elevador hidráulico, um automóvel de peso igual a 10^3 kgf é sustentado por um pistom cuja área é de 10^3 cm^2. Qual é a pressão sobre o pistom?
   b) Em um toca-discos, a força que a agulha exerce sobre o disco é de 10^{-3} kgf e a ponta da agulha tem uma área de 10^{-7} cm^2. Qual o valor da pressão que a agulha exerce sobre o disco?
   c) Verifique quantas vezes a pressão sobre o disco é maior do que sobre o pistom.

3. Um recipiente cúbico tem 10 cm de aresta. Assinale, entre as afirmativas seguintes, aquelas que estão corretas.
   a) O volume do recipiente é de 1,0 L.
   b) A máxima quantidade de gasolina que o recipiente pode conter é 700 g.
   c) Se o recipiente estiver cheio de Hg, ele conterá 13,6 kg deste líquido.
   d) Se 2,0 kg de areia enchem completamente o recipiente, a densidade desta areia é 2,0 g/cm^3.
   e) Colocando-se 800 g de água no recipiente, ela atingirá uma altura de 8,0 cm.

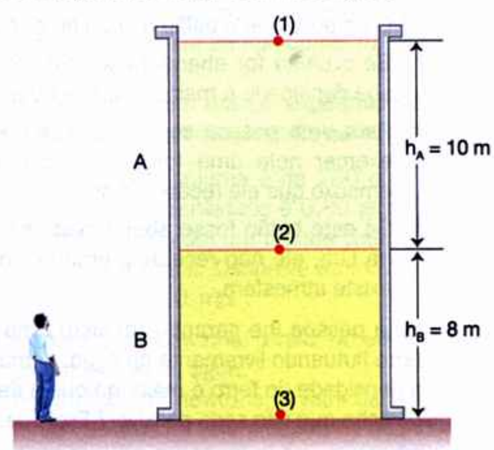


Problema 4.

4. a) A figura deste problema mostra duas colunas de um mesmo líquido, de mesma altura e de diâmetros diferentes. As pressões que estas colunas exercem sobre suas bases são p_1 e p_2. Dizer se p_2 é maior, menor ou igual a p_1.
   b) Na experiência de Torricelli, mostrada na fig. 7-4, qual seria a altura da coluna de Hg se usássemos um tubo de diâmetro duas vezes maior?

Problema 5.

5. Um tubo está mergulhado em um recipiente contendo um certo líquido. Ligando o tubo a uma bomba de vácuo, como mostra a figura deste problema, o líquido subirá no tubo até uma certa altura h. O valor de h será tanto maior quanto melhor for a rarefação conseguida pela bomba.
   a) Explique por que o líquido sobe no tubo.
   b) Verifica-se que, mesmo se conseguirmos um vácuo perfeito, o líquido não subirá no tubo além de uma certa altura h_M. Qual é este valor de h_M se o líquido for o Hg? e se for a água?



Problema 6.

6. Um grande reservatório contém dois líquidos, A e B, cujas densidades são $\rho_A = 0,70$ g/cm^3 e $\rho_B = 1,5$ g/cm^3 (veja a figura deste problema).

A pressão atmosférica local é igual a 1,0 atm.

a) Qual é, em N/m^2, a pressão no ponto (1) mostrado na figura? (Consulte a tabela 7-1.)

b) Calcule a pressão no ponto (2) da figura (considere $g = 10\ m/s^2$).

c) Qual o valor da pressão no ponto (3)?

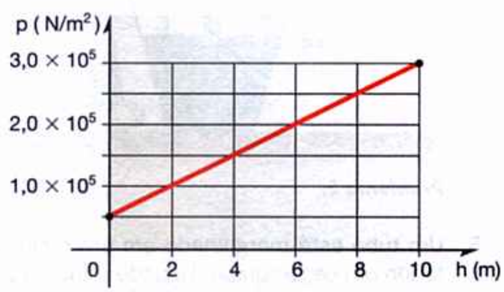
7. A figura deste problema mostra o gráfico $p \times h$ (*pressão* × *profundidade*) para um líquido contido em um reservatório aberto. Considerando $g = 10\ m/s^2$, assinale, entre as afirmativas seguintes, aquela que está errada.

a) A pressão atmosférica no local onde se encontra o reservatório é de 0,5 atm.

b) O valor da inclinação do gráfico, no S.I., é $2{,}5 \times 10^4$.

c) A densidade do líquido é 2,5 g/cm^3.

d) O líquido contido no reservatório é a água.



Problema 7.

8. Um balão, cheio de um certo gás, tem volume igual a 5,0 m^3. A massa total do balão (incluído o gás) é de 4,0 kg. Considere a densidade do ar igual a 1,3 kg/m^3 e $g = 10\ m/s^2$. Quais das afirmativas seguintes estão corretas?

a) O peso do balão é de 40 N.

b) O empuxo que o balão recebe do ar é de 65 N.

c) Se o balão for abandonado, ele cairá, porque sua densidade é maior do que a do ar.

d) Para uma pessoa segurar o balão, ela deverá exercer nele uma força igual e contrária ao empuxo que ele recebe do ar.

e) Se este balão fosse abandonado na superfície da Lua, ele não receberia empuxo, pois lá não existe atmosfera.

9. Uma pessoa lhe garantiu ter visto uma esfera de ferro flutuando livremente na água. Lembrando que a densidade do ferro é maior do que a da água, você acha que isto seria possível? Explique.

10. Um bloco de madeira está flutuando, em equilíbrio, parcialmente mergulhado na água. Prendendo no fundo do bloco uma placa de material desconhecido, observa-se que o volume da parte submersa do bloco não se altera. Podemos concluir que a densidade da placa:

a) É igual à do bloco.

b) É igual à da água.

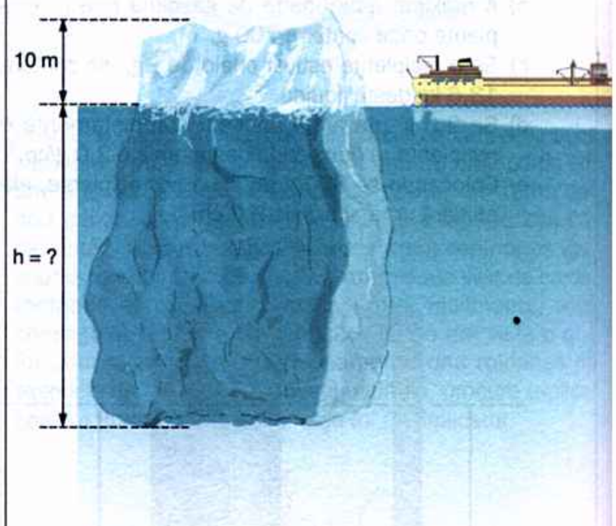
c) É menor do que a do bloco.

d) É maior do que a da água.

e) Está compreendida entre a densidade do bloco e a da água.

Doug Allan/SPL/Stock Photos

Um** iceberg **flutua no mar com cerca de 10%, apenas, de seu volume fora da água. Portanto, 90% deste** iceberg **estão imersos e não aparecem na foto.



Problema 11.

11. Um *iceberg*, com a forma aproximada de um paralelepípedo, flutua na água do mar de tal modo que a parte fora da água tem 10 m de altura (veja a figura deste problema). Qual é a altura h da parte submersa do *iceberg*? (Lembre-se: sempre que um corpo está flutuando livremente, seu peso é equilibrado pelo empuxo, isto é, temos $E = P$.)

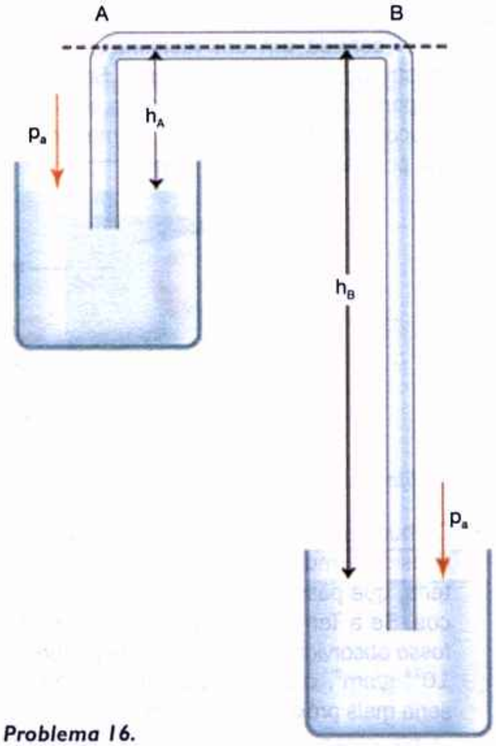
Problema 12.

12. Um astronauta, segurando um recipiente (veja a figura deste problema), encontra-se em uma região muito afastada de qualquer corpo celeste, de modo que a aceleração da gravidade naquele local é nula. O recipiente contém um líquido no interior do qual flutua, em repouso, um bloco de madeira. O astronauta pressiona o líquido com uma força $F = 200$ N por meio de um pistom cuja área é $A = 4{,}0 \times 10^{-2}$ m^2. Assinale, entre as afirmativas seguintes, aquela que está errada.
   a) No ponto (1) da figura, a pressão é $p_1 = 5{,}0 \times 10^3 \text{N/m}^2$.
   b) A pressão no ponto (2) da figura é igual à pressão no ponto (1).
   c) O bloco não recebe empuxo do líquido.
   d) O peso do bloco é nulo.
   e) Como o bloco está em repouso, sua densidade só pode ser igual à do líquido.

13. Uma pedra, em forma de um paralelepípedo, está mergulhada na água de um rio, com sua base inferior apoiada na areia de tal modo que não haja água entre a pedra e a areia.
   a) Qual é a direção e o sentido da resultante das forças que a água exerce sobre a pedra?
   b) Ao tentar destacar a pedra da areia, ela lhe parecerá mais pesada ou mais leve do que se estivesse fora da água?
   c) Ao sustentá-la dentro da água, depois de destacada da areia, você deverá fazer uma força maior, menor ou igual ao peso da pedra?

14. Sabemos que é mais confortável sentar em uma cadeira anatômica de madeira do que em um banco liso, também de madeira. Procure explicar este fato.

15. a) A densidade do ar, ao nível do mar, vale cerca de 1 kg/m^3. Quantas vezes a densidade do Hg é maior do que a do ar?
   b) Baseando-se na resposta da questão (a), determine qual seria, aproximadamente, a altura da atmosfera terrestre, supondo que a densidade do ar mantivesse o mesmo valor a qualquer altitude.
   c) Na realidade, a altura da atmosfera é muito maior do que a resposta da questão (b). Por quê?



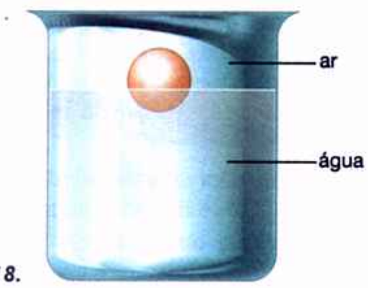
Problema 16.

16. Costuma-se fazer passar um líquido de um recipiente para outro por meio de um sifão, como você já deve ter visto. Observe a figura deste problema e responda às questões seguintes para entender o funcionamento deste dispositivo. Seja ρ a densidade do líquido contido nos recipientes e com o qual o tubo foi preenchido.
   a) Qual é a expressão da pressão total no ponto *A*?
   b) E no ponto *B*?
   c) Examine as respostas das questões (a) e (b) e verifique em qual dos dois pontos a pressão é maior.
   d) Então, em que sentido o líquido escoará?
   e) O que aconteceria ao líquido se $h_A = h_B$? E se $h_A > h_B$?

   Observação: Procure realizar experimentalmente a transferência de líquidos descrita neste problema.

17. Uma esfera, cujo volume é de 200 cm^3, feita de um material cuja densidade é 0,80 g/cm^3, é totalmente mergulhada em um tanque cheio de água e abandonada a seguir. Despreze as forças de atrito e considere $g = 10$ m/s^2.
   a) Expresse, em newtons, o valor do empuxo que a esfera recebe da água.
   b) Determine, em newtons, o valor da força resultante que atua na esfera depois de abandonada.
   c) Qual é, em módulo, direção e sentido, a aceleração que a esfera adquire?
   d) Supondo que a esfera tenha sido abandonada a uma profundidade de 5,0 m, quanto tempo ela gastará para atingir a superfície da água?

18. Uma bola de pingue-pongue está flutuando na água contida em um recipiente fechado, como mostra a figura deste problema. Se retirarmos o ar da parte superior do recipiente, a bola afundará um pouco, subirá um pouco ou permanecerá na mesma posição? Explique.



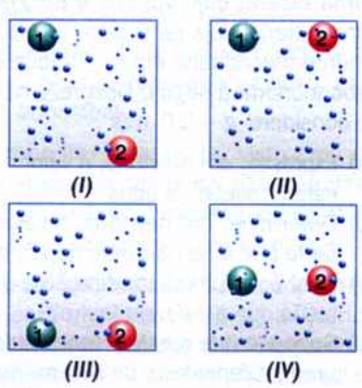
Problema 18.

19. Os buracos negros seriam regiões do universo de densidade muito elevada, capazes de absorver matéria, que passaria a ter a densidade desses buracos. Se a Terra, com massa da ordem de 10^{27} g, fosse absorvida por um buraco negro de densidade 10^{24} g/cm^3, o volume que ela passaria a ocupar seria mais próximo do volume:

a) De um nêutron.
b) De uma gota d'água.
c) De uma bola de futebol.
d) Da Lua.
e) Do Sol.

20. Suponha que a porta (2 m × 1 m) de uma sala fosse perfeitamente adaptada a seus marcos, de modo a impedir a passagem de ar, mas pudesse se deslocar sem atrito. Considere que a pressão do ar no interior da sala esteja apenas 1% maior do que a pressão do lado externo, que é igual à pressão atmosférica normal. Você acha que seria possível a uma pessoa abrir a porta para entrar na sala?

21. Para mostrar que a densidade do álcool combustível está dentro das especificações, nas bombas de abastecimento costuma ser usado um indicador constituído por duas esferas, 1 e 2, mantidas no interior de uma câmara de vidro sempre repleta de álcool. Quando a densidade está dentro das especificações, o indicador se apresenta como na fig. (I) deste problema.



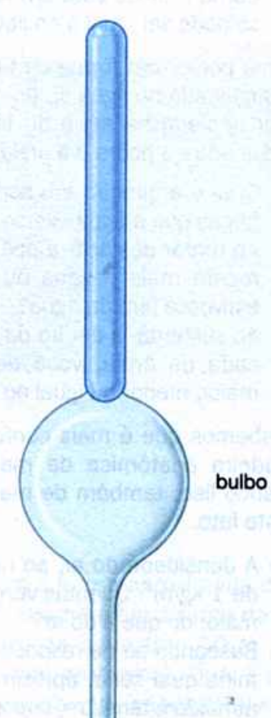
Problema 21.

a) Que conclusão podemos tirar sobre a densidade do álcool, se o indicador se apresenta como na fig. (II)?
b) E se o indicador se apresenta como na fig. (III)?
c) Haveria uma densidade do álcool para a qual o indicador se apresentasse como na fig. (IV)? Explique.

22. O organismo humano pode ser submetido, sem conseqüências danosas, a uma pressão máxima de $4{,}0 \times 10^5$ N/m^2. Além disso, a pressão exercida sobre ele não pode sofrer variações muito rápidas, sendo a taxa máxima suportável igual a $1{,}0 \times 10^4$ N/m^2 por segundo. Considerando a pressão atmosférica igual a $1{,}0 \times 10^5$ N/m^2 e $g = 10$ m/s^2, responda:

a) Qual é a máxima profundidade recomendada a um mergulhador?
b) Qual é a máxima velocidade com que um mergulhador pode se movimentar, na vertical, dentro da água?

23. Um densímetro, aparelho usado para determinar densidades de líquidos, consiste em um bulbo (com lastro para manter a estabilidade) e uma haste cilíndrica de secção 0,50 cm^2, como mostra a figura deste problema. O volume total do bulbo e da haste é de 15,0 cm^3. Quando imerso na água, o densímetro flutua com 10,0 cm da haste acima da superfície líquida e, quando imerso no álcool, com 5,0 cm da haste fora do líquido. Qual é a densidade do álcool?



Problema 23.

24. Uma esfera oca, de aço, cuja densidade é 8,0 g/cm³, flutua na água com 80% de seu volume submerso. Se o volume externo da esfera é de 500 cm³, determine o volume da cavidade interna da esfera.

25. Suponha que, ao tentar resolver o problema do rei de Siracusa, Arquimedes tenha verificado que a massa da coroa era de 600 g e que, ao mergulhar essa coroa na água, ela tenha deslocado 35 cm³ do líquido. Considerando a densidade do ouro igual a 20 g/cm³ e a da prata igual a 10 g/cm³, calcule a massa de ouro e a massa de prata existentes na coroa.

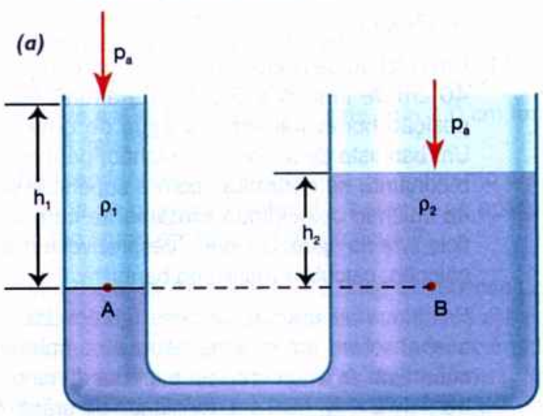
questões de vestibular

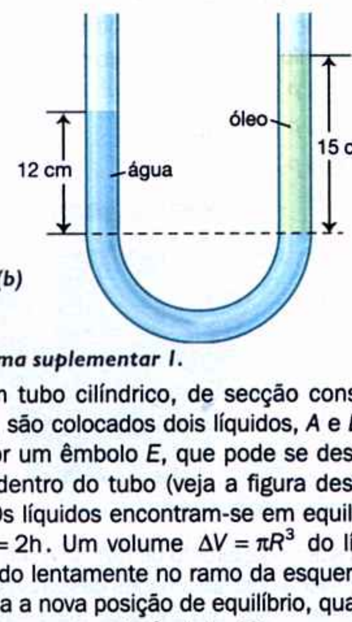
As questões de vestibular se encontram no final do livro.

problemas suplementares

1. a) A fig. (a) deste problema mostra um sistema de vasos comunicantes, contendo dois líquidos não miscíveis, de densidades ρ_1 e ρ_2, em equilíbrio. As alturas atingidas pelos líquidos nos dois vasos, medidas a partir da superfície de separação entre eles, são h_1 e h_2 (veja a figura). Mostre que, nessas condições, tem-se $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$ (oriente-se pelo desenvolvimento feito na secção 7.4).

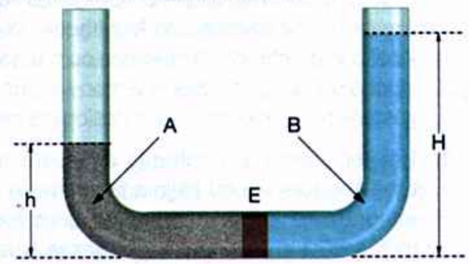
   b) Em uma experiência para medir a densidade de um óleo, um estudante tomou uma mangueira transparente, dando a ela a forma de um tubo em U. Colocou água nesse tubo e, em seguida, verteu óleo em um de seus ramos. Após estabelecido o equilíbrio, obteve a situação mostrada na fig. (b) deste problema. Qual foi a densidade do óleo obtida pelo estudante?





Problema suplementar 1.

2. Em um tubo cilíndrico, de secção constante, de raio R, são colocados dois líquidos, A e B, separados por um êmbolo E, que pode se deslocar sem atrito dentro do tubo (veja a figura deste problema). Os líquidos encontram-se em equilíbrio, sendo $H = 2h$. Um volume $\Delta V = \pi R^3$ do líquido A é colocado lentamente no ramo da esquerda. Ao ser atingida a nova posição de equilíbrio, qual terá sido o deslocamento x do êmbolo E?



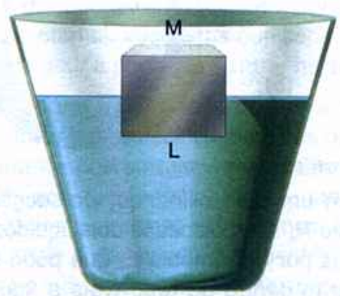
Problema suplementar 2.

3. Os dois pistons de uma prensa hidráulica têm secções de 5,0 cm^2 e de 200 cm^2. O pistom de menor área é acionado por uma alavanca inter-resistente, cujos braços da força potente e da força resistente medem, respectivamente, 10 cm e 1,0 cm. Uma pessoa exerce uma força potente de 1,5 kgf na alavanca.
   a) Qual o valor da força transmitida ao outro pistom da prensa?
   b) Qual o deslocamento desse pistom, quando o pistom menor desce 10 cm?

4. Suponha que na experiência de Magdeburgo fossem usados dois cilindros ocos de raio $R = 30$ cm cada um, em lugar dos hemisférios. Considerando que o vácuo obtido no interior dos cilindros seja praticamente perfeito, determine a força média que cada cavalo, mostrado na fig. 7-7, deveria fazer para separar os cilindros.

5. A densidade do corpo humano é praticamente igual à da água. Calcule o empuxo que uma pessoa de 70 kg está recebendo normalmente da atmosfera, considerando a densidade do ar igual a 1,3 g/L.

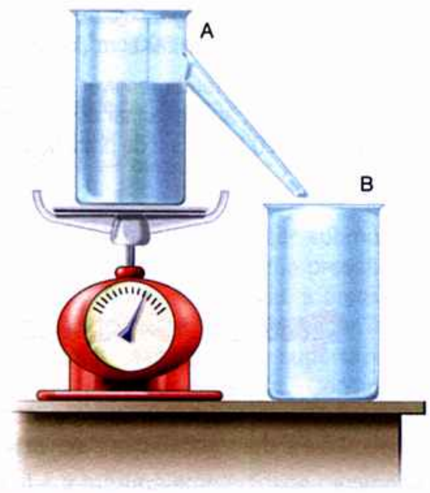
6. Um corpo sólido e maciço M é abandonado na superfície de um líquido L. Verifica-se que o corpo flutua, em equilíbrio, da maneira mostrada na figura deste problema. Sejam $\vec{P}$ o peso do corpo, $\vec{E}$ o empuxo que o líquido exerce sobre ele, d_M e d_L as densidades do corpo e do líquido, respectivamente. Considerando essas informações, pode-se afirmar que:
   a) $E = P$ e $d_L = d_M$
   b) $E = P$ e $d_L > d_M$
   c) $E = P$ e $d_L < d_M$
   d) $E > P$ e $d_L > d_M$
   e) $E < P$ e $d_L > d_M$



Problema suplementar 6.

7. Considere o exercício de fixação nº 40 deste capítulo e imagine que Arquimedes desejasse suspender, em apenas 1 mm, um corpo de massa igual à da Terra, usando a alavanca de dimensões calculadas naquele exercício. Imaginando que Arquimedes pudesse deslocar a extremidade da alavanca com uma velocidade igual à da luz (!), calcule o tempo (em anos) que ele gastaria para produzir aquele deslocamento.

8. Um recipiente A, contendo água até a altura de uma abertura lateral (veja a figura deste problema), encontra-se sobre o prato de uma balança que indica 300 g. Um corpo, de massa igual a 60 g e 40 cm de volume, é abandonado cuidadosamente

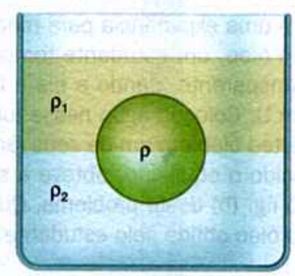


Problema suplementar 8.

na superfície da água. Após o sistema entrar novamente em equilíbrio, determine:
   a) O volume de água que passa para o recipiente B.
   b) A nova leitura da balança.

9. No problema anterior, suponha que o corpo abandonado na superfície da água tivesse o mesmo volume de 40 cm^3, porém uma massa de 30 g. Responda, para esta nova situação, as mesmas questões do problema anterior.

10. Uma esfera maciça, de densidade $\rho = 0{,}94$ g/cm^3, está imersa, em equilíbrio, entre dois líquidos (óleo e água) cujas densidades são $\rho_1 = 0{,}80$ g/cm^3 e $\rho_2 = 1{,}0$ g/cm^3 (veja a figura deste problema). Determine a porcentagem do volume da esfera que está imersa em cada líquido.



Problema suplementar 10.

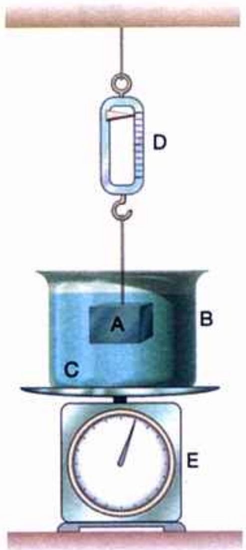
11. Um colchão de isopor, com 2,0 m de comprimento, 40 cm de largura e 5,0 cm de altura, flutua em posição horizontal sobre a água de uma piscina. Um banhista deita sobre o colchão, permanecendo o conjunto na horizontal, com a superfície superior do colchão coincidindo exatamente com a superfície livre da água. Supondo desprezível a massa do colchão, calcule a massa do banhista.

12. Um bloco de urânio, de peso igual a 10 N, está suspenso em um dinamômetro e completamente submerso em mercúrio. Se a leitura do dinamômetro é de 2,9 N, qual é a densidade do urânio?

13. Um bloco A está suspenso em um dinamômetro D e submerso em um líquido C contido em um recipiente B (veja a figura deste problema). O peso de B é 2,0 N e o do líquido é 3,0 N. O dinamômetro D indica 5,0 N e a leitura da balança E é 1,5 kg. Sendo o volume do bloco A = 500 cm³ e supondo g = 10 m/s², responda:

a) Qual é a densidade do líquido C?

b) Se o bloco A for retirado do líquido, quais serão as novas leituras do dinamômetro e da balança?



Problema suplementar 13.

14. Um recipiente cilíndrico tem 20 cm de diâmetro e flutua na água com 10 cm de sua altura fora da água, quando um bloco de ferro, de 10 kg, está preso externamente no fundo do recipiente. Se este bloco for transferido para o interior do recipiente, qual será o valor da altura do cilindro que ficará fora da água? (Considere a densidade do ferro igual a 7,8 g/cm³ e g = 10 m/s².)

15. Uma vela, de forma cilíndrica, de altura $h = 21,0$ cm, diâmetro $D = 2,0$ cm e densidade $\rho = 0,90$ g/cm³ está envolvida, em sua base, por um anel de cobre. Coloca-se essa vela em um recipiente contendo água. Desprezando o empuxo sobre o anel de cobre, responda às questões seguintes:

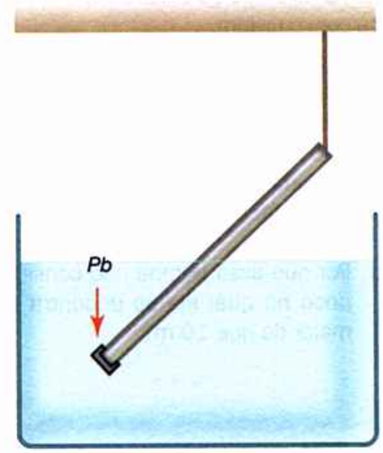
a) Qual deve ser a massa do anel de cobre para que a vela flutue verticalmente com 1,0 cm fora da água?

b) Acendendo-se a vela, qual o comprimento dela que se queimará antes de a chama se apagar (ao entrar em contato com a água)?

16. Uma barra, de massa igual a 5,0 kg, é suspensa por uma corda em uma de suas extremidades e está mergulhada na água, com metade de seu comprimento submerso (veja a figura deste problema). Na extremidade submersa da barra é adaptado um pedaço de chumbo, de massa igual a 0,50 kg. Desprezando o empuxo sobre o chumbo, determine:

a) A tensão na corda que sustenta a barra.

b) O volume da barra.

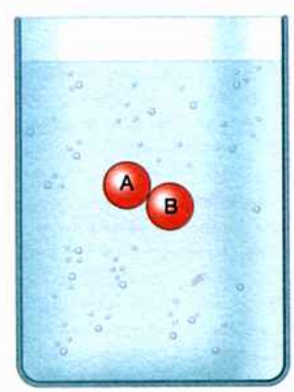


Problema suplementar 16.

17. As esferas maciças A e B, que têm o mesmo volume e foram coladas entre si, estão em equilíbrio imersas na água (veja a figura deste problema). Quando a cola que as une se desfaz, a esfera A sobe e passa a flutuar com metade de seu volume fora da água. Determine:

a) A densidade da esfera A.

b) A densidade da esfera B.



Problema suplementar 17.

18. Têm-se duas soluções, A e B, de um mesmo sal tais que suas densidades são $\rho_A = 1,7$ g/cm³ e $\rho_B = 1,2$ g/cm³. Deseja-se fazer 1,0 L de solução deste sal, com uma densidade de 1,4 g/cm³. Determine os volumes V_A e V_B das soluções originais que devem ser misturados para se obter a solução desejada.

19. Um pedaço de gelo está flutuando na água contida em um copo completamente cheio. Quando o gelo se fundir totalmente, um pouco de água entornará, o nível da água abaixará ou não haverá modificação nesse nível? Justifique sua resposta claramente.

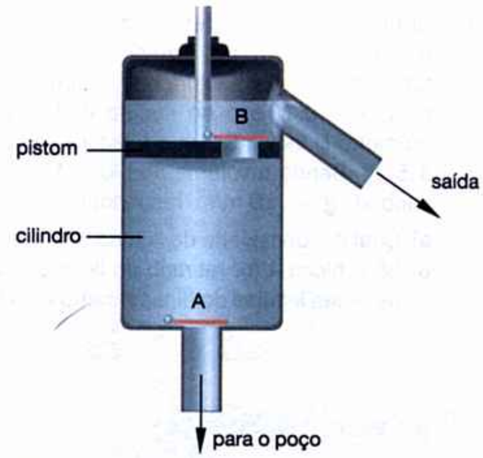
20. A figura deste problema é um diagrama de uma bomba simples, usada para tirar água de um poço. Uma *válvula* é um dispositivo que permite a passagem de um líquido em apenas um determinado sentido. Na figura, *A* é uma válvula fixa no fundo do cilindro e *B* é uma válvula que se desloca com o pistom.

a) Diga o que ocorre com as válvulas e com a água quando o pistom é empurrado para baixo, a partir da posição em que ele se encontra na figura.

b) Descreva o que acontece quando o pistom, em seguida, é puxado para cima.

c) O que faz a água subir no tubo que liga a bomba ao poço?

d) Por que essa bomba não consegue tirar água de um poço no qual ela se encontra a uma profundidade maior do que 10 m?



Problema suplementar 20.

UNIDADE 4

leis de conservação

capítulo 8

Conservação da energia

Sérgio Quadros

O uso da energia nuclear, para fins pacíficos, vem crescendo consideravelmente a cada dia. A foto mostra uma usina nuclear para produção de energia elétrica.

Os problemas relacionados com a produção e o consumo de energia ocupam diariamente os noticiários de TV, rádios e jornais constituem uma preocupação constante do governo e da população de todas as nações do mundo. Por esses noticiários, você já deve saber que, se um país possui grandes reservas de energia, ele terá possibilidades de se desenvolver, pois, além de poder exportar parte dessa energia, ele poderá utilizá-la para instalação de indústrias, iluminação, aquecimento, locomoção de veículos etc.

Você vê, então, que a energia desempenha um papel muito importante no mundo atual, sendo justificável que procuremos conhecê-la melhor. Neste capítulo faremos uma introdução ao estudo de energia e, em capítulos posteriores, teremos oportunidade de ampliá-lo.

Iniciaremos nosso estudo introduzindo o conceito de uma grandeza, denominada *trabalho*, que está relacionada com a medida da energia, como será visto no desenvolvimento deste capítulo.

8.1. Trabalho de uma força

TRABALHO

Consideremos um corpo sendo arrastado sobre uma mesa horizontal, submetido à ação de uma força $\vec{F}$ (fig. 8-1). Suponha que a força $\vec{F}$ seja constante e que o corpo se desloque de uma distância d. Sendo θ o ângulo entre $\vec{F}$ e a direção do deslocamento do corpo (fig. 8-1), define-se o trabalho, T, realizado pela força $\vec{F}$ da seguinte maneira:

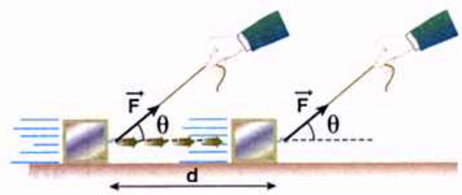
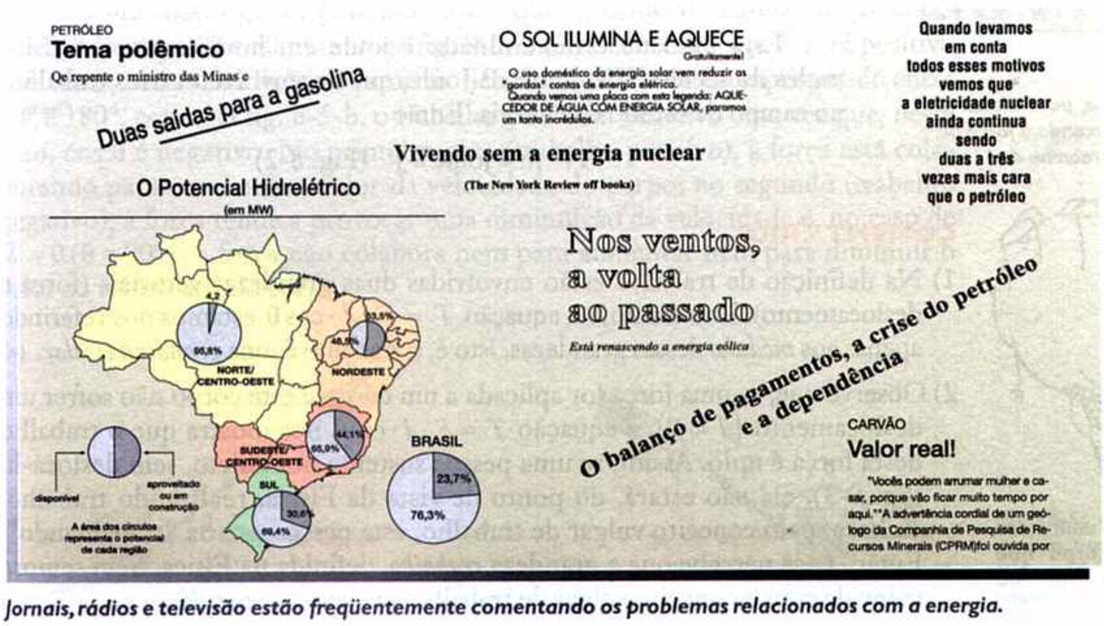
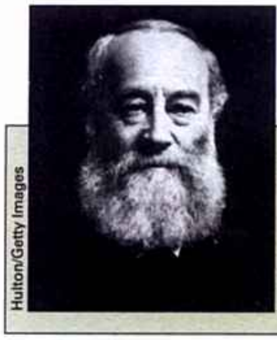


Fig. 8-1: *A força $\vec{F}$ está realizando um trabalho ao deslocar o corpo.*

> **trabalho da força constante $\vec{F}$, que forma com o deslocamento d um ângulo θ, é dado por $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$.**



Jornais, rádios e televisão estão freqüentemente comentando os problemas relacionados com a energia.



James P. Joule (1818-1889)

Físico inglês, discípulo do químico John Dalton na Universidade de Manchester, que realizou uma série de famosas experiências com as quais mostrou ser o calor uma forma de energia. Esses trabalhos serviram de base para o estabelecimento do Princípio de Conservação da Energia.

Analisando a fig. 8-1, vemos facilmente que $F\cos\theta$ representa o módulo da componente da força $\vec{F}$ na direção do deslocamento d, que vamos designar por F_d, isto é, $F_d = F\cos\theta$ (Em uma cópia da fig. 8-1, desenhe o vetor $\vec{F}_d$ e, também, o vetor $\vec{F}_N$, componente de $\vec{F}$ perpendicular ao deslocamento). Observe que o trabalho sobre o corpo é realmente realizado apenas pela componente $\vec{F}_d$ (a componente $\vec{F}_N$ não contribui para o deslocamento do corpo ao longo de d). Assim, podemos escrever:

$$T = F\,d\cos\theta = (F\cos\theta)\,d \quad \text{ou} \quad T = F_d d$$

Destacando, temos:

Quando uma força $\vec{F}$ atua sobre um objeto em movimento em direção inclinada em relação ao seu deslocamento d, apenas a componente da força paralela ao deslocamento, $\vec{F}_d$, realiza trabalho sobre o objeto. O valor deste trabalho é dado por $T = F\,d\cos\theta$ ou $T = F_d d$.

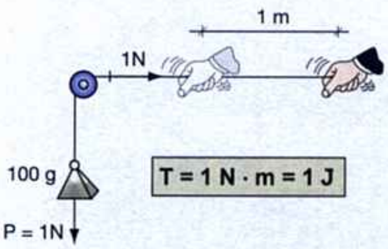


Fig. 8-2: *A pessoa, ao deslocar o corpo de 1 m, exercendo a força de 1 N, realizou um trabalho de 1 J.*

Pela equação de definição de trabalho, lembrando que $\cos\theta$ é um número adimensional (não possui unidades), vemos que a unidade de medida dessa grandeza, no Sistema Internacional (S.I.), é

$$\text{newton} \times \text{metro} = \text{N} \cdot \text{m}$$

Esta unidade é denominada 1 joule em homenagem ao físico inglês do século XIX, James P. Joule, que desenvolveu vários trabalhos no campo de estudo da energia. Então

$$\text{N} \cdot \text{m} = \text{joule} = \text{J} \quad \text{(Fig. 8-2)}$$

Fig. 8-3: *Quando uma força atua em um corpo que não se desloca, ela não realiza trabalho.*

COMENTÁRIOS

1) Na definição de trabalho estão envolvidas duas grandezas vetoriais (força e deslocamento). Entretanto, na equação $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$ estamos nos referindo apenas aos *módulos* dessas grandezas, isto é, o trabalho é uma *grandeza escalar*.

2) Observe que, se uma força for aplicada a um corpo e este corpo não sofrer um deslocamento $(d = 0)$, a equação $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$ nos mostra que o trabalho desta força é nulo. Assim, se uma pessoa sustenta um objeto, sem deslocá-lo (fig. 8-3), ela não estará, do ponto de vista da Física, realizando trabalho, embora, pelo conceito vulgar de trabalho, esta pessoa estaria "trabalhando". Então, você percebe que a grandeza *trabalho*, definida na Física, nem sempre coincide com o conceito vulgar de trabalho que você já possuía.

INFLUÊNCIA DO ÂNGULO θ

Consideremos um corpo se deslocando de uma distância $d = 2{,}0$ m, submetido à ação de uma força $F = 10\ \text{N}$. O trabalho realizado por esta força dependerá, naturalmente, do ângulo θ que ela forma com a direção do deslocamento do corpo. Podemos destacar as seguintes situações:

1) A força $\vec{F}$ atua no mesmo sentido do deslocamento. Neste caso, temos $\theta = 0°$ (fig. 8-4-a) e, como $\cos 0° = 1$, teremos, com as unidades no S.I.:

$$T = F \cdot d = 10 \times 2{,}0 \qquad \text{donde} \qquad T = 20\ \text{J}$$

2) A força $\vec{F}$ é perpendicular ao deslocamento. Neste caso, temos $\theta = 90°$ (fig. 8-4-b) e, como $90° = 0$, teremos

$$T = F \cdot d \cos 90° \qquad \text{donde} \qquad T = 0$$

Então, quando uma força atua perpendicularmente ao deslocamento, ela não realiza trabalho sobre o corpo.

3) A força $\vec{F}$ atua em sentido contrário ao deslocamento (a força atua tendendo a retardar o movimento do corpo). Neste caso, temos $\theta = 180°$ (fig. 8-4-c) e, como $\cos 180° = -1$, teremos

$$T = F \cdot d \cos 180° = 10 \times 2{,}0 \times (-1) \qquad \text{donde} \qquad T = -20\ \text{J}$$

Observe que o trabalho realizado pela força é, então, negativo.

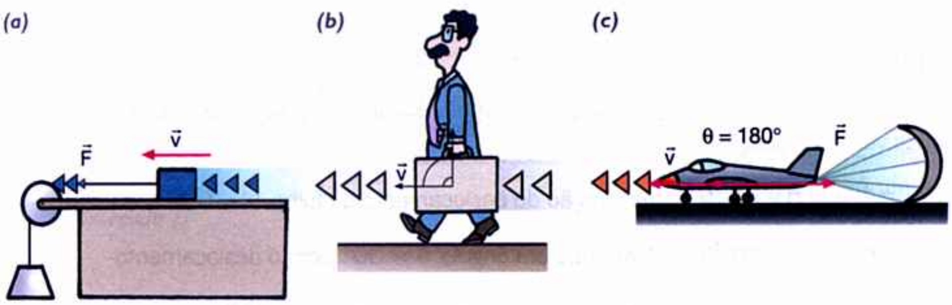


Fig. 8-4: *O trabalho de uma força depende do ângulo entre ela e o deslocamento.*

De um modo geral, podemos dizer que, quando o ângulo estiver compreendido entre 0° e 90°, como na fig. 8-5-a, o trabalho da força $\vec{F}$ será positivo pois cos θ, nestas condições, é positivo. Se o ângulo θ estiver compreendido entre 90° e 180°, como na fig. 8-5-b, o trabalho de $\vec{F}$ será negativo uma vez que, neste caso, cos θ é negativo. No primeiro caso (trabalho positivo), a força está colaborando para aumentar o valor da velocidade do corpo; no segundo (trabalho negativo), a força tende a provocar uma diminuição da velocidade e, no caso de $T = 0\ (\theta = 90°)$, a força não colabora nem para aumentar nem para diminuir o valor da velocidade do corpo.

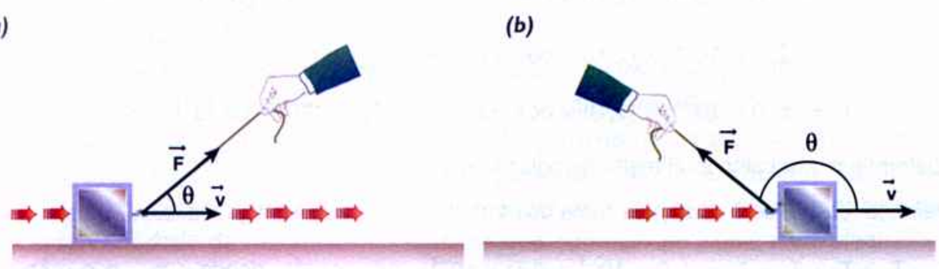


Fig. 8-5: *Em (a) a força realiza um trabalho positivo e, em (b), um trabalho negativo.*

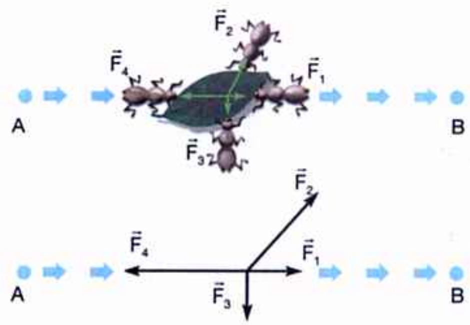


Fig. 8-6: *Quando várias forças atuam em um corpo, a soma algébrica dos trabalhos de cada uma é igual ao trabalho da resultante destas forças.*

TRABALHO DA FORÇA RESULTANTE

Suponha que um corpo esteja se deslocando sob a ação de várias forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ etc., como mostra a fig. 8-6.

O trabalho que cada uma dessas forças está realizando é calculado pela equação

$$T = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Podemos calcular o *trabalho total* destas forças de duas maneiras: adicionando os trabalhos T_1, T_2, T_3 etc. realizados pelas forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ etc. ou determinando a resultante dessas forças e calculando o trabalho desta resultante. Em geral, é mais cômodo usar o primeiro processo, pois nele estaremos adicionando grandezas escalares, enquanto, no segundo, teremos que operar com grandezas vetoriais. Salientamos, então, que:

o trabalho total, T, realizado pela resultante de um sistema de forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ etc. é igual à soma (algébrica) dos trabalhos T_1, T_2, T_3 etc., que cada uma dessas forças realiza, isto é,

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + \ldots$$

Exemplo

Suponha que, na fig. 8-6, as forças exercidas pelas formigas sobre a folha tenham os seguintes valores e direções:

$F_1 = 2{,}0 \times 10^{-4}$ N na direção do deslocamento da folha ($\theta = 0°$)

$F_2 = 4{,}0 \times 10^{-4}$ N formando um ângulo $\theta = 30°$ com o deslocamento

$F_3 = 2{,}0 \times 10^{-4}$ N perpendicular ao deslocamento ($\theta = 90°$)

$F_4 = 5{,}0 \times 10^{-4}$ N no sentido contrário ao deslocamento ($\theta = 180°$)

Se a folha for arrastada de uma distância $d = 2{,}0$ m, de A até B, pede-se:

a) Calcular o trabalho que cada formiga realizou.

Sabemos que o trabalho é dado por $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$. Então, teremos, para cada formiga, os seguintes trabalhos (calculados com unidades no S.I.):

$T_1 = (2{,}0 \times 10^{-4}) \times (2{,}0) \times \cos 0°$ *ou* $T_1 = 4{,}0 \times 10^{-4}$ J

$T_2 = (4{,}0 \times 10^{-4}) \times (2{,}0) \times \cos 30°$ *ou* $T_2 = 6{,}9 \times 10^{-4}$ J

$T_3 = (2{,}0 \times 10^{-4}) \times (2{,}0) \times \cos 90°$ *ou* $T_3 = 0$

$T_4 = (5{,}0 \times 10^{-4}) \times (2{,}0) \times \cos 180°$ *ou* $T_4 = -10 \times 10^{-4}$ J

b) Determinar o trabalho total realizado pelas formigas sobre a folha.

O trabalho total, T, será dado pela soma dos trabalhos que cada formiga realizou. Portanto

$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 4{,}0 \times 10^{-4} + 6{,}9 \times 10^{-4} - 10 \times 10^{-4}$ *donde* $T = 0{,}9 \times 10^{-4}$ J

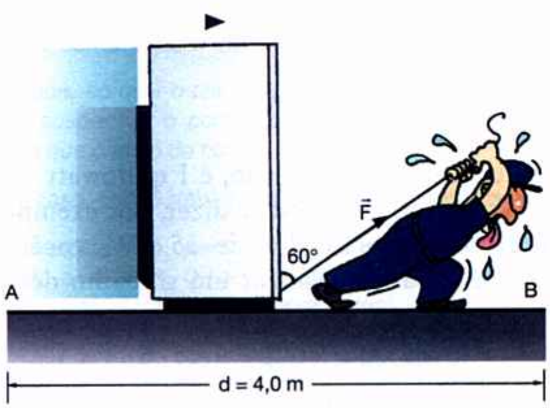
exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

1. Uma pessoa arrasta um corpo sobre uma superfície horizontal exercendo, sobre ele, uma força $F = 10$ N como mostra a figura deste exercício. Sabendo-se que o corpo se desloca de A até B:

   a) Qual é o valor do ângulo θ entre a força $\vec{F}$ e o deslocamento do corpo?

   b) Qual foi o trabalho realizado pela pessoa?



Exercício 1.

2. Considerando a situação descrita no exercício anterior:

   a) Desenhe, em uma cópia da figura do exercício, os vetores que representam o peso $\vec{P}$ do corpo e a reação normal $\vec{N}$ da superfície sobre ele. Qual o ângulo que cada uma dessas forças forma com o deslocamento do corpo?

   b) Então, qual o trabalho que a força $\vec{P}$ realiza no deslocamento de A para B? e a força $\vec{N}$?

3. Suponha que exista uma força de atrito $f = 2{,}5$ N atuando no corpo do exercício 1, exercida pela superfície na qual ele se desloca.

   a) Desenhe, em uma cópia da figura, o vetor que representa a força $\vec{f}$. Qual o valor do ângulo θ entre $\vec{f}$ e o deslocamento do corpo?

   b) Calcule o trabalho da força de atrito.

4. Considerando as respostas dos exercícios 1, 2 e 3, responda:

   a) Qual o trabalho total realizado sobre o corpo? Ele é positivo, negativo ou nulo?

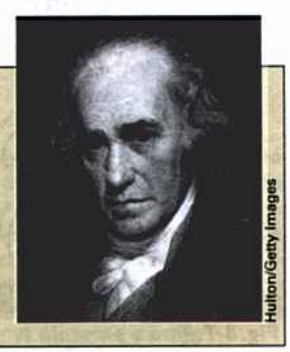
   b) Então, a realização deste trabalho sobre o corpo acarretará um aumento ou uma diminuição em sua velocidade?

8.2. Potência

Como vimos, para se calcular o trabalho de uma força, não é necessário conhecer o tempo decorrido na realização desse trabalho. Na vida prática, porém, o conhecimento desse tempo pode ser importante pois, de maneira geral, temos interesse em que um determinado trabalho seja realizado no menor tempo possível. Entre duas máquinas que realizem o mesmo trabalho, com a mesma perfeição, preferimos sempre a mais rápida.

James Watt (1736-1819)

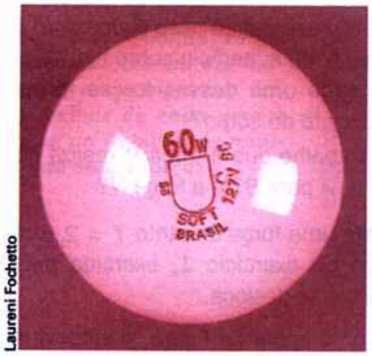
Filho de um escocês, fabricante de instrumentos e máquinas, seguiu a profissão do pai, tornando-se um habilidoso profissional. Em 1765, inventou um novo modelo de máquina a vapor que contribuiu enormemente para o desenvolvimento industrial do século passado. Sua invenção foi usada na construção dos primeiros barcos e locomotivas a vapor e para acionar uma grande variedade de máquinas nas fábricas que começavam a se desenvolver.



Para se medir a rapidez com que se realiza um certo trabalho, define-se uma grandeza denominada *potência*:

se uma força realiza um trabalho ΔT durante um intervalo de tempo Δt, a potência, P, dessa força é definida como sendo

$$P = \frac{\text{trabalho realizado pela força}}{\text{tempo decorrido na realização}} \quad \text{ou} \quad P = \frac{\Delta T}{\Delta t}$$



Laureni Fochetto

As potências das lâmpadas são indicadas pelo fabricante em watts. Quando você encontra, por exemplo, no bulbo de uma lâmpada, a indicação 60W, isto significa que, em cada 1 segundo, essa lâmpada transforma 60 J de energia elétrica em energia térmica e luminosa.

Vemos, então, pela definição dada, que quanto menor for o tempo empregado por uma máquina para realizar um certo trabalho maior será a sua potência.

A relação $P = \Delta T/\Delta t$ nos mostra que a unidade de potência no S.I. será 1 J/s. Esta unidade é denominada 1 watt, em homenagem a James Watt, inventor da máquina a vapor. Assim, a potência de 1 watt corresponde ao trabalho de 1 J realizado em 1 s, isto é,

$$1\frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ watt} = 1 \text{ W}$$

Um múltiplo dessa unidade, muito usado, é 1 quilowatt = 1 kW, que corresponde a 10^3 W. Quando você ouvir dizer, por exemplo, que a potência do motor de um automóvel é de 35 kW, você deverá entender que este motor é capaz de realizar um trabalho de 35 000 joules em cada segundo.

Exemplo 1

Um operário, em uma construção, eleva, com velocidade constante, um corpo de massa $m = 20$ kg até uma altura $d = 3,0$ m (fig. 8-7), gastando um tempo $\Delta t = 10$ s para realizar esta operação.

a) Qual o valor da força $\vec{F}$ que o operário deve exercer para que o corpo suba com velocidade constante? (Considerar $g = 10$ m/s^2.)

Se o movimento de subida do corpo se faz com velocidade constante, a resultante das forças que atuam nele deve ser nula. Então, a força $\vec{F}$, exercida pelo operário, deve ser igual e contrária ao peso do corpo (fig. 9-7). Portanto, devemos ter, no S.I.:

$$F = mg = 20 \times 10 \qquad \textit{donde} \qquad F = 200 \text{ N}$$

b) Qual o trabalho que o operário realiza nesta operação?

Já sabemos que $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$. Neste caso, $\vec{F}$ será a força exercida pelo operário, que se transmite através da corda até o corpo, nele atuando, como mostra a fig. 8-7, na direção vertical, para cima. Assim, temos $F = 200$ N e $\theta = 0°$. Como $d = 3,0$ m virá, no S.I.:

$$T = F \cdot d \cdot \cos\theta = 200 \times 3,0 \times \cos 0° \qquad \textit{donde} \qquad T = 600 \text{ J}$$

c) Qual a potência desenvolvida pelo operário?

Como vimos, a potência, P, é definida pela relação $P = \Delta T/\Delta t$. Em nosso caso, ΔT representa o trabalho realizado pelo operário ($\Delta T = 600$ J) no intervalo de tempo $\Delta t = 10$ s. Logo

$$P = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{600}{10} \qquad \textit{donde} \qquad P = 60 \text{ J/s} \qquad \textit{ou} \qquad P = 60 \text{ W}$$

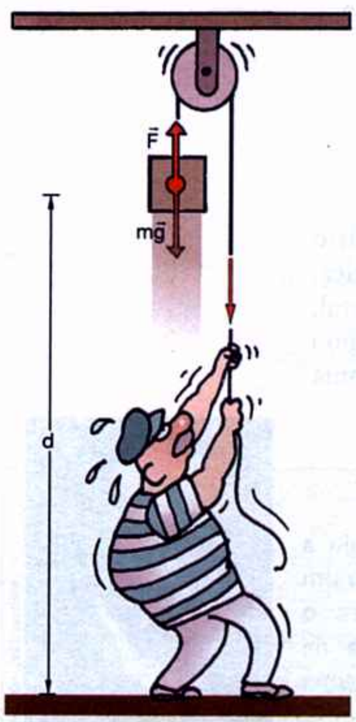


Fig. 8-7: *Para o exemplo 1.*

Exemplo 2

Imagine que o operário do exemplo anterior esteja elevando o mesmo corpo ($m = 20$ kg) à mesma altura de 3,0 m, usando uma rampa cujo comprimento AB é de 5,0 m (fig. 8-8). Despreze as forças de atrito e considere $g = 10$ m/s^2.

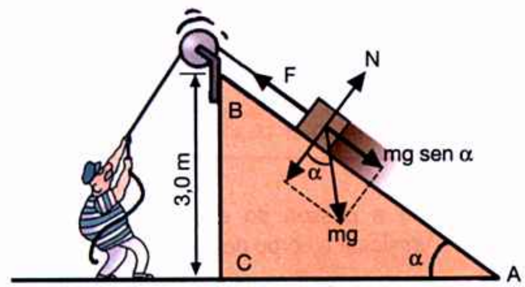


Fig. 8-8: *Para o exemplo 2.*

a) Qual a $\vec{F}$ que o operário deve exercer para que o corpo suba a rampa com velocidade constante?

Como o corpo se desloca sobre um plano inclinado, a força $\vec{F}$, exercida pelo operário, deverá equilibrar a componente do peso paralela ao plano. No capítulo 4, vimos que esta componente vale mg sen α, onde α é o ângulo de inclinação do plano (fig. 8-8). No triângulo retângulo ABC vemos que

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{3,0}{5,0} \qquad \textit{donde} \qquad \text{sen}\ \alpha = 0,60$$

Portanto o valor de $\vec{F}$ será

$$F = mg\ \text{sen}\ \alpha = 20 \times 10 \times 0,60 \qquad \textit{donde} \qquad F = 120\ \text{N}$$

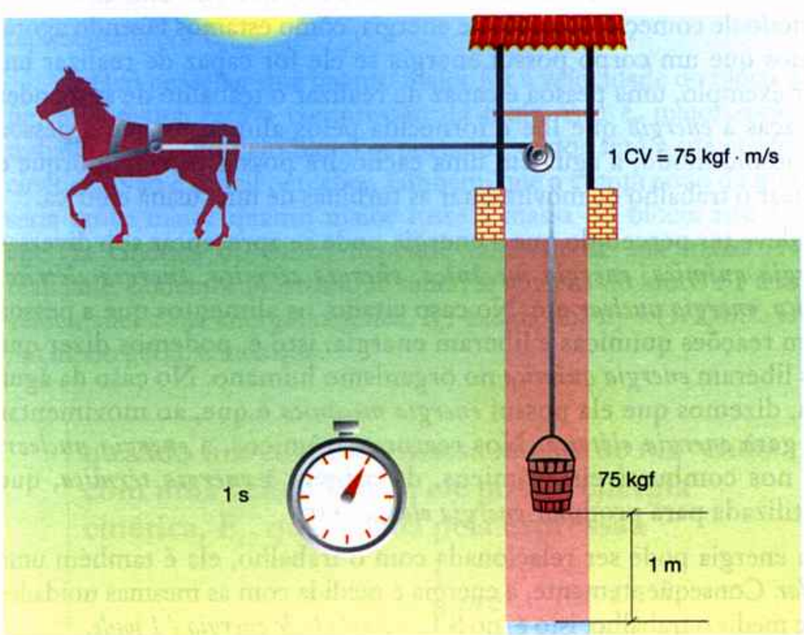
Observe que, ao usar o plano inclinado, torna-se mais cômodo para o operário suspender o corpo, pois ele terá que exercer uma força menor do que o peso do corpo.

b) Neste caso, qual o trabalho que o operário realiza para elevar o corpo?

A força exercida pelo operário é $F = 120$ N e tem o mesmo sentido do deslocamento do corpo, isto é, $\theta = 0°$. O corpo se desloca de uma distância $d = 5,0$ m ao longo do plano inclinado. Logo, o trabalho do operário será

$$T = F \cdot d \cdot \cos\theta = 120 \times 5,0 \times \cos 0° \qquad \textit{donde} \qquad T = 600\ \text{J}$$

Observe que este trabalho é o mesmo que foi realizado pelo operário quando suspendeu verticalmente o corpo (exemplo 1). Embora, com o plano inclinado, a força exercida pelo operário tenha sido menor, a distância percorrida pelo corpo foi maior (o corpo se deslocou de 5,0 m, na rampa, para atingir a altura de 3,0 m) de tal maneira que o trabalho realizado tem o mesmo valor nos dois casos.



James Watt comparou a potência da máquina a vapor, inventada por ele, com a dos cavalos, usados na época para retirar água das minas de carvão. Verificou que um cavalo forte era capaz de suspender um peso de 75 kgf a 1 m de altura em 1s. Esta potência, equivalente a cerca de 735 W, é denominada cavalo-vapor (CV). Logo, 1 CV = 735 W.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

5. Se a pessoa do exercício 1 gastou 10 s para deslocar o corpo de *A* até *B*:
   a) Qual a potência desenvolvida pela pessoa?
   b) Expresse, com suas palavras, o significado da resposta da questão (a).
6. Freqüentemente ouvimos nos noticiários a informação de que a potência da usina hidrelétrica de Itaipu é de 12 milhões de quilowatts.
   a) Expresse este valor em watts, usando a notação de potência de 10.
   b) Durante quanto tempo esta usina deve operar para realizar um trabalho de 240 bilhões de joules?
   c) Se a usina operar durante 10 minutos, qual o trabalho total que ela seria capaz de realizar?
7. Um carregador eleva, em 3,0 s, com velocidade constante, uma saca de café de 60 quilos, do chão para uma prateleira a 2,0 m de altura. (Considere $g = 10$ m/s^2.)
   a) Qual é, em newtons, a força que o carregador exerce na saca ao realizar esta operação?
   b) Qual é o trabalho realizado pelo carregador?
   c) Qual é a potência desenvolvida pelo carregador?
   d) A potência deste carregador é maior, menor ou igual à potência de um liquidificador comum? (Consulte os dados no aparelho.)

8.3. Trabalho e energia cinética

CONCEITO DE ENERGIA

A energia é um dos conceitos mais importantes da Física e talvez o termo *energia* seja um dos mais empregados em nossa linguagem cotidiana. Assim, apesar de ser difícil definir, em poucas palavras, o que é energia, você já está acostumado a usar este termo e já tem, então, uma certa compreensão do seu significado.

Na Física, costuma-se introduzir o conceito dizendo que "a energia representa a capacidade de realizar trabalho". Acreditamos que isto constitui, pelo menos, um modo de começar o estudo de energia, como estamos fazendo agora. Assim, diremos que um corpo possui energia se ele for capaz de realizar um trabalho. Por exemplo, uma pessoa é capaz de realizar o trabalho de suspender um corpo graças à *energia* que lhe é fornecida pelos alimentos que a pessoa ingere. Do mesmo modo, a água em uma cachoeira possui *energia*, porque é capaz de realizar o trabalho de movimentar as turbinas de uma usina elétrica.

Você já deve ter percebido que a energia pode se apresentar sob diversas formas: *energia química*, *energia mecânica*, *energia térmica*, *energia elétrica*, *energia atômica*, *energia nuclear* etc. No caso citado, os alimentos que a pessoa ingere sofrem reações químicas e liberam energia, isto é, podemos dizer que os alimentos liberam *energia química* no organismo humano. No caso da água na cachoeira, dizemos que ela possui *energia mecânica* e que, ao movimentar as turbinas, gera *energia elétrica*. Nos reatores atômicos, a *energia nuclear*, armazenada nos combustíveis atômicos, dá origem à *energia térmica*, que poderá ser utilizada para produzir *energia elétrica* etc.

Como a energia pode ser relacionada com o trabalho, ela é também uma *grandeza escalar*. Conseqüentemente, a energia é medida com as mesmas unidades usadas para se medir o trabalho, isto é, no S.I., *a unidade de energia é 1 joule*.

O QUE É ENERGIA CINÉTICA

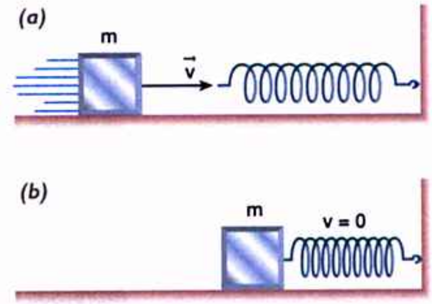


Fig. 8-9: *Um corpo em movimento possui energia cinética.*

Consideremos um bloco em movimento aproximando-se de uma mola, como mostra a fig. 8-9-a.

Ao colidir com a mola, a velocidade do bloco vai diminuindo, até se anular, enquanto a mola vai sendo comprimida (fig. 8-9-b). Portanto, o bloco em movimento foi capaz de realizar o trabalho de comprimir a mola. Do mesmo modo, um automóvel em movimento, que colide com outro parado, realiza um trabalho ao amassar e deslocar o carro parado (fig. 8-10).

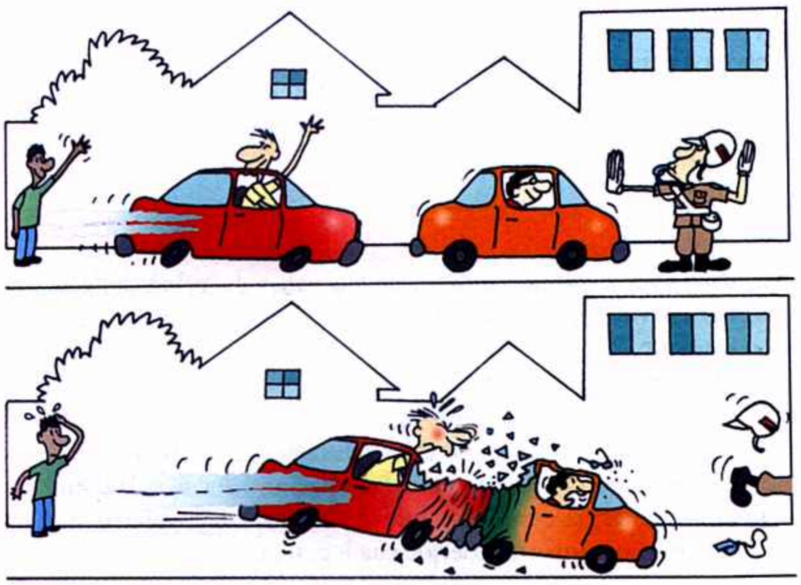


Fig. 8-10: *Um corpo que possui energia cinética é capaz de realizar trabalho.*

Vemos, então, que qualquer corpo em movimento tem capacidade de realizar trabalho e, portanto, um corpo em movimento possui energia. Esta energia é denominada *energia cinética* e será representada por E_c.

É fácil perceber que quanto maior for a velocidade do bloco da fig. 8-9, maior será a compressão da mola, isto é, maior será o trabalho realizado pelo bloco e, portanto, maior será a sua energia cinética. Não é difícil perceber, também, que a compressão da mola seria tanto maior quanto maior fosse a massa do bloco, isto é, a energia cinética do bloco depende também de sua massa. Na realidade, podemos mostrar que sendo m a massa do bloco e v a sua velocidade, a sua energia cinética, E_c, é dada por $E_c = (1/2)mv^2$. De um modo geral, temos que:

quando um corpo de massa m está se movendo com uma velocidade v, ele possui energia cinética, E_c, que é dada pela expressão

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{(fig. 8-11)}$$

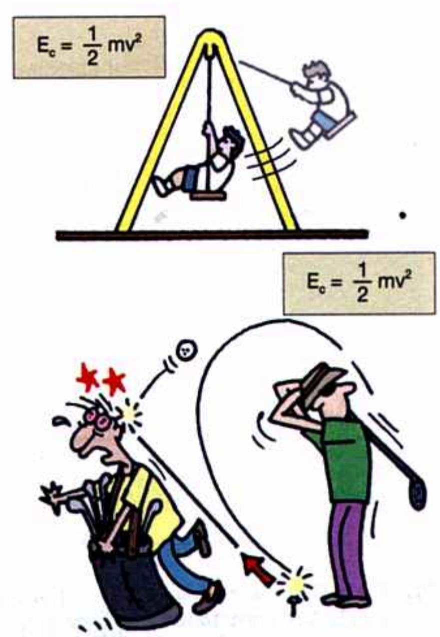


Fig. 8-11: *A energia cinética de um corpo de massa m e velocidade v é dada por $E_c = (1/2)\,mv^2$.*

Exemplo 1

O bloco da fig. 8-9-a tem uma massa $m = 4,0$ kg e velocidade $v = 2,0$ m/s.

a) Qual é a energia cinética que ele possui?

Sabemos que a energia cinética de um corpo é dada por $E_c = (1/2)mv^2$. Então, teremos, para o bloco:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 4,0 \times (2,0)^2 \qquad \text{donde} \qquad E_c = 8,0 \text{ J}$$

Observe que o resultado foi expresso em joules, porque os valores de m e v estavam expressos em unidades no S.I.

b) Qual o trabalho que o bloco realiza ao colidir com a mola, até parar (fig. 8-9-b)?

Embora não se conheça a força que o bloco exerce sobre a mola, nem a distância que ele percorre até parar, poderemos calcular o trabalho que ele realiza, pois este trabalho é igual à energia cinética que o bloco possuía antes da colisão. Então, o trabalho que o bloco realiza, ao comprimir a mola, até parar, é de 8,0 J.

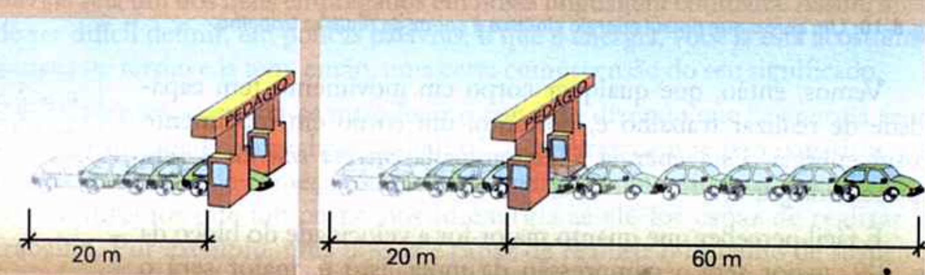
E_c é proporcional a v^2

A expressão $E_c = (1/2)m \cdot v^2$ nos mostra que o valor da velocidade tem uma grande influência no valor da energia cinética, pois v aparece nesta expressão com o expoente 2. Isto indica que:

– duplicando $v \rightarrow E_c$ torna-se 4 vezes maior;

– triplicando $v \rightarrow E_c$ torna-se 9 vezes maior etc.

Por exemplo, se um automóvel está a uma velocidade $v_1 = 50$ km/h e sua energia cinética é $E_{c1} = 50\,000$ J, se sua velocidade passar a ser $v_2 = 100$ km/h (duas vezes maior), sua energia cinética valerá $E_{c2} = 200\,000$ J (quatro vezes maior) – veja a figura e leia as informações de sua legenda.



Este carro, a 50 km/h, ao ser freado percorre 20 m antes de parar. O mesmo carro, a 100 km/h, ao ser freado nas mesmas condições percorrerá uma distância 4 × 20 m = 80 m antes de parar. Isto ocorre porque sua energia cinética tornou-se quatro vezes maior e, portanto, ele realizará, até parar, um trabalho quatro vezes maior (nos dois casos, a força que freou o carro foi a mesma). Este exemplo serve de alerta para os motoristas que, irresponsavelmente, desenvolvem velocidades muito elevadas ao dirigir seus veículos.

RELAÇÃO ENTRE TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

Fig. 8-12: *O trabalho realizado pela força resultante provoca uma variação na energia cinética do corpo.*

Na fig. 8-12 representamos um corpo, de massa m, passando por um ponto A, com velocidade v_A. Considere várias forças atuando sobre o corpo e seja $\vec{R}$ a resultante dessas forças. Vamos supor que $\vec{R}$ seja constante e que seu sentido seja o mesmo do movimento do corpo. Sendo assim, o corpo irá adquirir um movimento retilíneo, uniformemente acelerado e, após percorrer uma distância d, chegará em B com uma velocidade v_B maior do que v_A.

Procuremos calcular o trabalho total, T_{AB}, realizado sobre o corpo, desde A até B. Este trabalho, como vimos, é dado pelo trabalho da força resultante. Como a força $\vec{R}$ atua no sentido do movimento ($\theta = 0°$) e desloca o corpo de uma distância d, teremos

$$T_{AB} = R \cdot d$$

Sabemos, pela 2ª lei de Newton, que $R = ma$, onde a representa a aceleração adquirida pelo corpo. Além disso, como o movimento é uniformemente acelerado, podemos relacionar v_B, v_A, a e d, conforme vimos no capítulo 2 (secção 2.4). Temos

$$v_B^2 = v_A^2 + 2ad \qquad \text{donde} \qquad d = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2a}$$

Substituindo em $T_{AB} = R \cdot d$ as expressões $R = ma$ e $d = (v_B^2 - v_A^2)/2a$, virá

$$T_{AB} = m\cancel{a} \times \frac{v_B^2 - v_A^2}{2\cancel{a}} \qquad \text{donde} \qquad T_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Mas $(1/2)\, mv_B^2$ representa a energia cinética do corpo ao chegar em $B(E_{cB})$ e $(1/2)\, mv_A^2$ é a energia cinética que ele possuía em $A(E_{cA})$. Logo, o trabalho total realizado sobre o corpo é igual à variação de sua energia cinética, isto é,

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$$

Apesar de ter sido demonstrado para o caso particular mostrado na fig. 8-12, este resultado é geral, isto é, em qualquer situação podemos afirmar que:

se um corpo em movimento passa por um ponto A com energia cinética E_{cA} e chega a um ponto B com energia cinética E_{cB}, a variação da energia cinética, experimentada por este corpo, será igual ao trabalho total, T_{AB}, realizado sobre ele, isto é,

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$$

Exemplo 2

Um corpo, de massa $m = 2,0$ kg, passa por um ponto A com uma velocidade $v_A = 3,0$ m/s.

a) Se a velocidade do corpo, ao passar por um outro ponto, B, for $v_B = 4,0$ m/s, qual foi o trabalho total realizado sobre o corpo?

Sabemos que o trabalho total é dado pela variação da energia cinética do corpo, isto é, $T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$

Como

$$E_{cB} = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}0 \times (4{,}0^2) \qquad \text{donde} \qquad E_{cB} = 16{,}0 \text{ J}$$

$$E_{cA} = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}0 \times (3{,}0^2) \qquad \text{donde} \qquad E_{cA} = 9{,}0 \text{ J}$$

teremos

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA} = 16{,}0 - 9{,}0 \qquad \text{donde} \qquad T_{AB} = 7{,}0 \text{ J}$$

Observe que uma força resultante deve ter atuado sobre o corpo, realizando o trabalho positivo de 7,0 J, trabalho este que provocou o aumento da energia cinética do corpo. Assim, vemos que o trabalho realizado sobre o corpo mede a energia que foi transferida a ele. Em nosso caso, o corpo possuía energia cinética de 9,0 J e, ao receber 7,0 J de energia, através do trabalho da resultante, passou a ter uma energia cinética de 16,0 J.

b) Se a força resultante atuasse sobre o corpo em sentido contrário ao movimento, realizando um trabalho negativo $T_{AB} = -7,0$ J, qual seria a energia cinética do corpo ao chegar em *B*?

Usando novamente a expressão $T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$, e sabendo que $T_{AB} = -7,0$ J e $E_{cA} = 9,0$ J, teremos

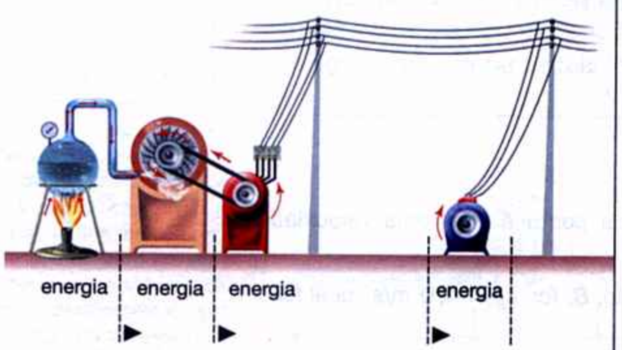
$$-7,0 = E_{cB} - 9,0 \qquad \text{donde} \qquad E_{cB} = 2,0\ \text{J}$$

Neste caso, o trabalho negativo realizado pela resultante representa uma quantidade de energia retirada do corpo e, por isso mesmo, sua energia cinética reduziu-se de 9,0 J para 2,0 J.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

8. Na figura deste exercício, ocorrem transformações sucessivas de uma forma de energia em outra. Complete os espaços vazios, indicando a forma de energia correspondente a cada parte da figura.



Exercício 8.

9. Um bloco de massa $m = 2,0$ kg está se deslocando com uma velocidade $v = 5,0$ m/s.
   a) Qual é a E_c deste bloco? (Não se esqueça de indicar a unidade em sua resposta.)
   b) Quantas vezes menor seria o valor de E_c se a massa do bloco fosse três vezes menor?
   c) Quantas vezes maior se tornaria a E_c se a velocidade do bloco fosse duplicada?
   d) O que aconteceria com a E_c se apenas a direção de $\vec{v}$ fosse alterada? Por quê?

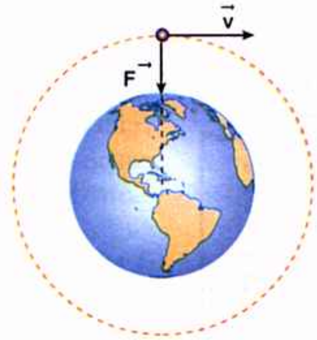
10. Uma bala de revólver, cuja massa é de 20 g, tem uma velocidade de 100 m/s. Esta bala atinge o tronco de uma árvore e nele penetra uma certa distância até parar.
    a) Qual era a E_c da bala antes de colidir com a árvore?
    b) Então, qual o trabalho que a bala realizou ao penetrar no tronco da árvore?

11. O corpo mostrado na figura deste exercício passou pelo ponto *A* com uma energia cinética $E_{cA} = 30$ J. A força $\vec{F}$ que atua no corpo realiza, sobre ele, no trajeto de *A* até *B*, um trabalho $T = 15$ J. Considerando desprezível a força de atrito, responda:
    a) Qual a quantidade de energia transferida ao corpo pela força $\vec{F}$?
    b) Então, qual será a energia cinética do corpo em *B*?

Exercício 11.

12. Considere os mesmos dados do exercício anterior mas suponha, agora, que a força de atrito *não* seja desprezível e realize sobre o corpo, de *A* até *B*, um trabalho $T' = -5$ J.
    a) A força de atrito está entregando energia ao corpo ou retirando-a dele?
    b) Qual o trabalho total T_{AB} realizado pelas forças que atuam no corpo?
    c) Qual o valor da energia cinética do corpo ao passar por *B*?

13. Um satélite artificial está girando, em movimento circular uniforme, em torno do centro da Terra (veja a figura deste exercício).
    a) Qual é o ângulo θ entre a força $\vec{F}$ de atração da Terra e a velocidade $\vec{v}$ do satélite?
    b) Baseando-se na resposta da questão anterior, diga qual é o trabalho que a força $\vec{F}$ realiza sobre o satélite.
    c) Então, a força $\vec{F}$ está transferindo energia para o satélite?
    d) Logo, a E_c do satélite está aumentando, diminuindo ou permanecendo constante?



Exercício 13.

8.4. Energia potencial gravitacional

O QUE É ENERGIA POTENCIAL

Suponha um corpo situado a uma altura *h* acima do solo, como mostra a fig. 8-13. Em virtude da atração da Terra, se este corpo for abandonado, ele será capaz de realizar um trabalho ao chegar ao solo: poderá amassar um objeto, perfurar o solo, comprimir uma mola etc. Em outras palavras, podemos dizer que um corpo, situado em uma certa altura, *possui energia*, pois tem capacidade de realizar um trabalho ao cair.

Fig. 8-13: ***Um corpo, situado a uma certa altura, possui energia potencial gravitacional.***

De maneira semelhante, um corpo ligado à extremidade de uma mola comprimida (ou esticada), como mostra a fig. 8-14, ao ser abandonado será empurrado (ou puxado) pela mola, adquirindo capacidade de realizar um trabalho. Pode-se, então, dizer também que o corpo ligado à mola comprimida (ou esticada) *possui energia.*

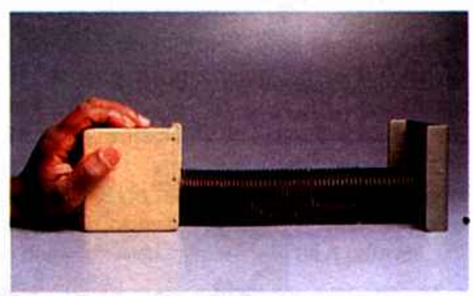


Fig. 8-14: ***Um corpo ligado a uma mola deformada possui energia potencial elástica.***

Nos dois exemplos analisados, o corpo possuía energia em virtude da *posição* ocupada por ele: no primeiro caso, uma posição elevada em relação à Terra e, no segundo caso, uma posição ligada a uma mola comprimida ou esticada.

Esta energia que um corpo possui, devido à sua posição, é denominada *energia potencial* e vamos representá-la por E_p. No primeiro caso (fig. 8-13), a E_p que o corpo possui é denominada *energia potencial gravitacional*, porque está relacionada com a atração gravitacional da Terra sobre o corpo. No segundo caso (fig. 8-14), a E_p do corpo está relacionada com as propriedades elásticas de uma mola, sendo, então, denominada *energia potencial elástica*.

Nesta secção vamos analisar a E_p gravitacional, deixando o estudo da E_p elástica para a secção seguinte.

Fig. 8-15: ***Quando um corpo cai de uma altura h, o seu peso realiza um trabalho** T = mgh.*

COMO CALCULAMOS A E_p GRAVITACIONAL

Um corpo de massa *m* está situado a uma altura *h* em relação a um nível horizontal de referência (fig. 8-15).

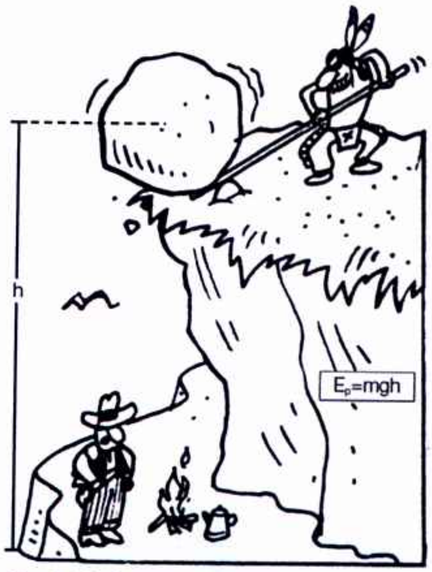


Fig. 8-16: *A energia potencial gravitacional de um corpo de massa m, situado em uma altura h, é dada por E_p = mgh.*

A energia potencial gravitacional que ele possui, nesta posição, pode ser calculada pelo trabalho que o peso deste corpo realiza, sobre ele, quando cai, desde aquela posição até o nível de referência. Evidentemente, sendo $m\vec{g}$ a força que atua sobre o corpo e sendo h o seu deslocamento (fig. 8-15), o trabalho mencionado será dado por

$$T = mg \times h$$

Conseqüentemente, a E_p gravitacional do corpo, à altura h, é $E_p = mgh$. Em resumo:

se um corpo de massa m encontra-se a uma altura h acima de um nível de referência, este corpo possui uma energia potencial gravitacional, relativa a este nível, expressa por

$$E_p = mgh \qquad \text{(fig. 8-16)}$$

Observe que a E_p gravitacional está relacionada com o peso do corpo e com a posição que ele ocupa: quanto maior for o peso do corpo e quanto maior for a altura em que ele se encontra, maior será sua E_p gravitacional.

RELAÇÃO ENTRE TRABALHO E E_p GRAVITACIONAL

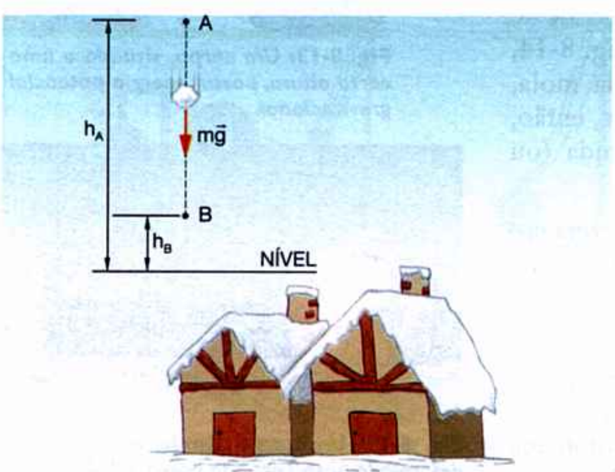


Fig. 8-17: *O trabalho realizado pelo peso do corpo provoca uma variação em sua energia potencial gravitacional.*

Consideremos um corpo, de massa m, inicialmente no ponto A, a uma altura h_A acima de um nível de referência (fig. 8-17). Quando este corpo se desloca, verticalmente, de A para outro ponto B qualquer (situado a uma altura h_B relativa ao mesmo nível), o seu peso realiza um trabalho T_{AB}. Durante este deslocamento poderão atuar sobre o corpo outras forças, além do seu peso. Entretanto, *vamos calcular apenas o trabalho realizado pelo peso do corpo.* Como o corpo se desloca de uma distância $h_A - h_B$, o seu peso, $m\vec{g}$, realiza um trabalho (fig. 8-17):

$$T_{AB} = mg\,(h_A - h_B) \qquad \text{ou} \qquad T_{AB} = mgh_A - mgh_B$$

Mas a expressão mgh_A representa E_{pA}, isto é, a E_p gravitacional do corpo em A, e mgh_B é sua E_p em B, E_{pB}. Assim

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Portanto, podemos concluir que:

quando um corpo se desloca de um ponto A para outro ponto, B, o seu peso realiza um trabalho que é igual à diferença entre as energias potenciais gravitacionais desse corpo naqueles pontos, isto é,

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Exemplo

Uma pessoa, situada no alto de um edifício cuja altura é 8,0 m, deixa cair um corpo de massa $m = 10,0$ kg. (Considere $g = 9,8$ m/s².)

a) Qual é a E_p gravitacional do corpo, no alto do edifício?

Calculemos a E_p gravitacional em relação ao solo. Designando por A a posição do corpo no alto do edifício, temos $h_A = 8,0$ m (fig. 8-18) e, portanto,

$$E_{pA} = mgh_A = 10,0 \times 9,8 \times 8,0 \qquad \text{donde} \qquad E_{pA} = 784 \text{ J}$$

b) Qual é a E_p gravitacional do corpo ao passar por um ponto B, situado a uma altura $h_B = 2,0$ m acima do solo?

Para este ponto teremos

$$E_{pB} = mgh_B = 10,0 \times 9,8 \times 2,0 \qquad \text{donde} \qquad E_{pB} = 196 \text{ J}$$

c) Qual o trabalho realizado pelo peso do corpo no deslocamento de A para B?

Vimos que o trabalho do peso é dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Logo

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB} = 784 - 196 \qquad \text{donde} \qquad T_{AB} = 588 \text{ J}$$

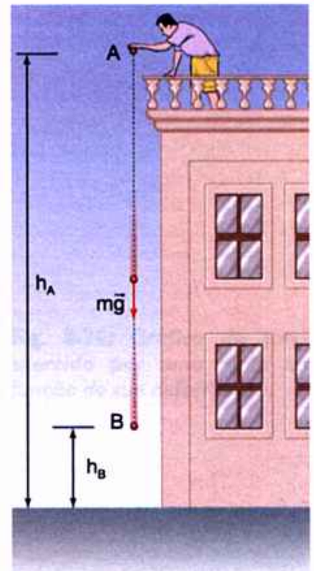
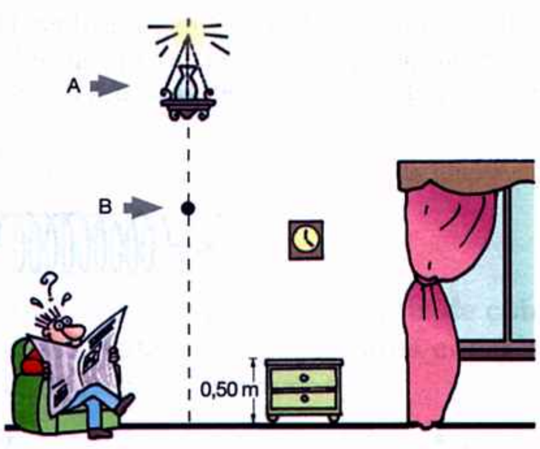


Fig. 8-18: *Para o exemplo da secção 8.4.*

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

14. Um bate-estacas está sendo usado para fincar uma estaca no solo. O peso do bate-estacas é abandonado, sucessivamente, de duas alturas diferentes.
    a) Em qual caso a estaca penetrará mais no solo ao ser atingida pelo peso?
    b) Então, em qual situação o peso do bate-estacas possuía maior energia potencial gravitacional?



Exercício 15.

15. Um lustre, de massa $m = 2,0$ kg, desprende-se do teto, caindo sobre o chão da sala, de uma altura $h_A = 3,0$ m (veja a figura deste exercício).
    a) Qual era a E_p gravitacional do lustre, em relação ao chão, quando ele se encontrava na posição A? (Considere $g = 10$ m/s².)
    b) Então, qual o trabalho que o peso do lustre realizará ao cair de A até o chão?
16. Ao cair, o lustre do exercício anterior passa pelo ponto B, situado a uma altura $h_B = 2,0$ m do chão (veja a figura).
    a) Qual é a E_p gravitacional do lustre ao passar pelo ponto B?
    b) Lembrando-se da relação entre trabalho e energia potencial, calcule o trabalho T_{AB} realizado pelo peso do lustre no deslocamento de A para B.
17. Os cálculos da energia potencial nos exercícios 15 e 16 foram feitos tomando o chão como nível de referência. Considere, agora, o plano da superfície da mesa mostrada na figura como nível de referência.
    a) Calcule as energias potenciais E'_{pA} e E'_{pB}, do lustre, em relação a este novo nível.
    b) Usando os valores encontrados em (a), calcule o trabalho T_{AB} realizado pelo peso do lustre no deslocamento de A para B.
18. Comparando os resultados dos exercícios 15, 16 e 17, responda:
    a) Os valores das energias potenciais calculadas se modificaram quando mudamos o nível de referência?
    b) O valor de T_{AB} se modificou quando mudamos o nível de referência?

8.5. Energia potencial elástica

Como já vimos na secção anterior, um corpo ligado à extremidade de uma mola comprimida (ou esticada) possui *energia potencial elástica*. De fato, a mola comprimida exerce uma força sobre o corpo, a qual realiza um trabalho sobre ele quando o abandonamos. Entretanto, se tentarmos comprimir uma mola, podemos observar que ela reage à compressão com uma força cujo valor cresce à medida que ela vai sendo comprimida. Para calcularmos o trabalho que a mola realiza sobre o corpo ligado à sua extremidade devemos, então, em primeiro lugar, procurar descobrir como varia a força exercida pela mola, o que será feito a seguir.

FORÇA EXERCIDA POR UMA MOLA DEFORMADA

A fig. 8-19-a mostra uma mola não deformada e na fig. 8-19-b apresentamos a mesma mola distendida, através de um dinamômetro, o qual mede a força $\vec{F}$, exercida pela mola, quando o seu alongamento é igual a X (observe que X representa o acréscimo no comprimento da mola). Verifica-se experimentalmente que:

– dobrando o alongamento ($2X$), a força dobra ($2F$);
– triplicando o alongamento ($3X$), a força triplica ($3F$) etc.

Este mesmo resultado seria verificado se a mola fosse comprimida, em vez de ser distendida. Portanto, a experiência nos mostra que *a força exercida por uma mola é diretamente proporcional à sua deformação, ou* $F \propto X$.

Robert Hooke (1635-1703)

Físico inglês, descobridor da lei, que leva seu nome, sobre a elasticidade dos corpos. Membro da Real Academia de Ciências de Londres, envolveu-se em polêmicas com Newton a respeito da teoria da Gravitação Universal e da natureza da luz, defendendo ardorosamente a teoria ondulatória.

Este resultado é conhecido como *lei de Hooke*, pois foi Robert Hooke, um cientista inglês, quem observou, pela primeira vez, esta propriedade das molas (na realidade, esta lei só é verdadeira se as deformações da mola não forem muito grandes).

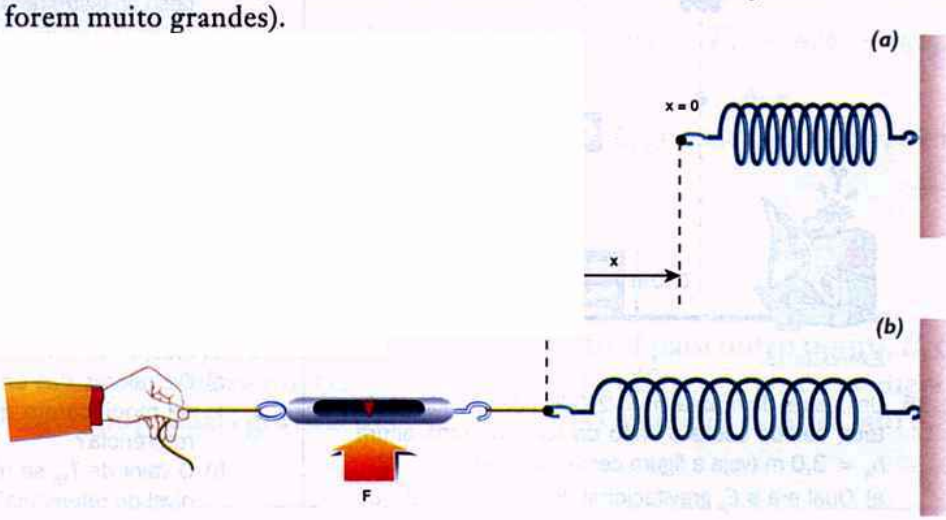


Fig. 8-19: ***Uma mola, apresentando uma deformação X, exerce uma força dada por F = kX.***

Como $F \propto X$, podemos escrever que

$$\boxed{F = kX}$$

onde k é uma constante, diferente para cada mola e denominada *constante elástica da mola*. Traçando-se um gráfico $F \times X$, obtemos uma reta, passando pela origem (fig. 8-20), cuja inclinação é igual a k.

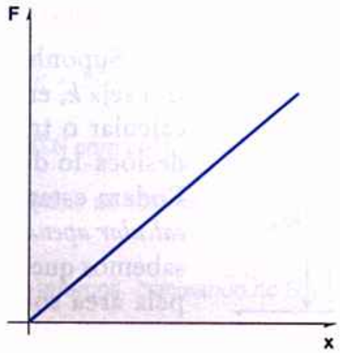


Fig. 8-20: *Gráfico da força exercida por uma mola em função de sua deformação.*

CÁLCULO DA E_p ELÁSTICA

Consideremos uma mola cuja constante elástica é k, apresentando uma deformação X e um corpo ligado a ela, como mostra a fig. 8-21. A E_p elástica deste corpo, nesta posição, pode ser determinada pelo trabalho que a mola realiza sobre ele, ao empurrá-lo até a posição normal da mola, isto é, a posição em que ela não apresenta deformação.

À medida que o corpo é empurrado (fig. 8-21), a deformação da mola diminui e, conseqüentemente, diminui também a força que a mola exerce sobre o corpo. Assim, devemos calcular o trabalho de uma força que varia (desde o valor inicial $F = kX$ até o valor final $F = 0$) enquanto o corpo se desloca. O cálculo deste trabalho *não* pode, então, ser feito pela expressão $T = F \cdot d \cos\theta$, a qual se aplica apenas nos casos em que $\vec{F}$ é constante.

Quando a força $\vec{F}$ é variável, o trabalho que ela realiza pode ser obtido, numericamente, pela área sob o gráfico *força × deslocamento*. Portanto, em nosso caso, o trabalho realizado pela mola será dado pela área sob o gráfico $F \times X$, mostrada na fig. 8-21. Como vemos, trata-se da área de um triângulo, de base igual a X e altura igual a kX. Sendo a área de um triângulo dada por (1/2) × base × altura, teremos a seguinte expressão para o trabalho realizado pela mola

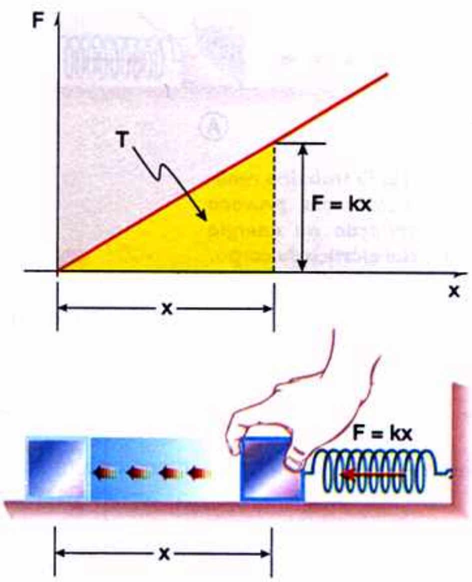


Fig. 8-21: *Ao empurrar o corpo, a mola realiza, sobre ele, um trabalho cujo valor é dado pela área mostrada na figura.*

$$T = \frac{1}{2} \cdot X \cdot kX \qquad \text{donde} \qquad T = \frac{1}{2} kX^2$$

Conseqüentemente, a expressão da energia potencial elástica do corpo é $E_p = (1/2)\,kX^2$. Concluindo:

> **um corpo, ligado a uma mola de constante elástica k, deformada de X, possui uma energia potencial elástica dada por**
>
> $$E_p = \frac{1}{2} kX^2$$

Observe que a E_p elástica do corpo será tanto maior quanto maior for a constante elástica da mola e quanto maior for a sua deformação.

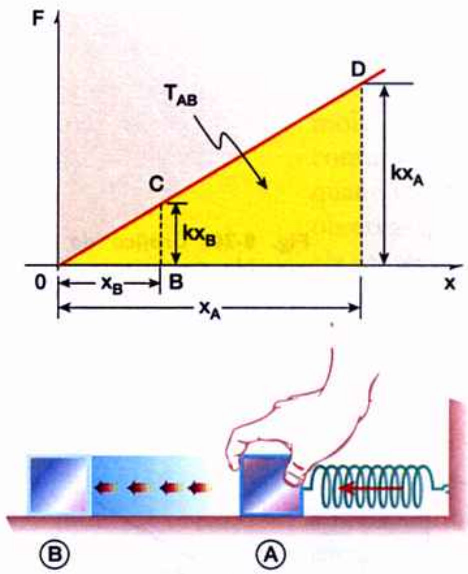


Fig. 8-22: *O trabalho realizado pela mola provoca uma variação na energia potencial elástica do corpo.*

RELAÇÃO ENTRE TRABALHO E E_p ELÁSTICA

Suponhamos uma mola comprimida, cuja constante elástica seja k, empurrando um corpo nela encostado. Procuremos calcular o trabalho T_{AB} que a mola realiza sobre o corpo, ao deslocá-lo desde um ponto A a um outro ponto B (fig. 8-22). Podem estar atuando várias forças sobre o corpo, mas *vamos calcular apenas o trabalho realizado pela força exercida pela mola.* Já sabemos que esta força é variável e que o seu trabalho será dado pela área sob o gráfico $F \times X$, desde A até B (área $ABCD$ da fig. 8-22). Teremos então

$$T_{AB} = \text{área } ABCD = \text{área } OAD - \text{área } OBC$$

$$\text{ou } T_{AB} = \frac{1}{2}kX_A^2 - \frac{1}{2}kX_B^2$$

Mas (1/2) kX_A^2 representa E_{pA}, isto é, a energia potencial elástica do corpo em A e (1/2) kX_B^2 é sua energia potencial elástica em B, E_{pB}.

Podemos então escrever

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Portanto:

> **quando um corpo se desloca, desde um ponto A até outro ponto B, sob a ação da força elástica exercida por uma mola deformada (comprimida ou esticada), o trabalho, T_{AB}, que esta força realiza sobre o corpo é igual à diferença entre as energias potenciais elásticas deste corpo naqueles pontos, isto é,**
>
> $$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Observe que esta expressão é análoga àquela obtida para o trabalho realizado pelo peso de um corpo, como vimos na secção anterior. Em ambos os casos, o trabalho realizado está relacionado com uma variação na energia potencial do corpo, sendo dado por

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

Apenas deve-se ter em mente que a energia potencial gravitacional é dada por $E_p = mgh$ e a energia potencial elástica é $E_p = (1/2)\, kX^2$.

Exemplo

Suponha que, para comprimir de X = 30 cm a mola da fig. 8-22, fosse necessário exercer sobre ela uma força F = 15 N.

a) Qual é a constante elástica da mola?

Como sabemos, $F = kX$ *e, então, calculando no S.I.:*

$$k = \frac{F}{X} = \frac{15\ \text{N}}{0{,}30\ \text{m}} \qquad \textit{donde} \qquad k = 50\ \text{N/m}$$

Este resultado significa que seria necessária uma força de 50 N *para deformar a mola de* 1 m.

b) Considere, na fig. 8-22, $X_A = 20$ cm e $X_B = 10$ cm. Quais os valores da E_p elástica do corpo em *A* e em *B*?

A energia potencial elástica é dada por $E_p(1/2)\ kX^2$. *Logo, teremos, calculando no S.I.,*

$$\text{em } A\text{: } E_{pA} = \frac{1}{2}\ kX_A^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (0{,}20)^2 \qquad \textit{donde} \qquad E_{pA} = 1{,}00\ \text{J}$$

$$\text{em } B\text{: } E_{pB} = \frac{1}{2}\ kX_B^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (0{,}10)^2 \qquad \textit{donde} \qquad E_{pB} = 0{,}25\ \text{J}$$

c) Qual o trabalho que a mola realizou ao empurrar o corpo de *A* para *B*?

O trabalho realizado pela força elástica é dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. *Assim,*

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB} = 1{,}00 - 0{,}25 \qquad \textit{donde} \qquad T_{AB} = 0{,}75\ \text{J}$$

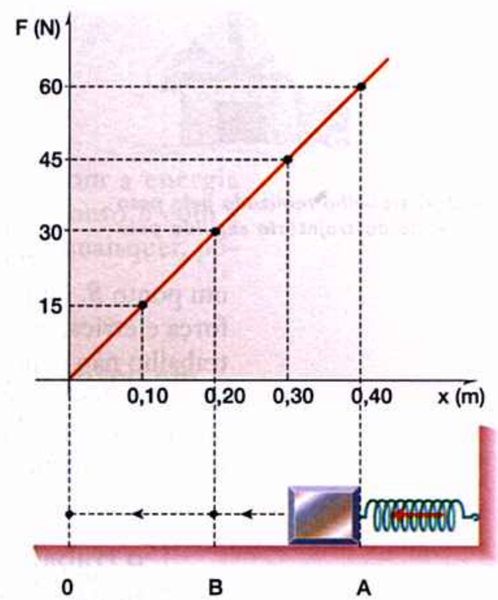
exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

19. Uma pessoa estica vagarosamente uma mola de constante elástica $k = 200$ N/m, cujo comprimento inicial (sem deformação) é de 50 cm, até que seu comprimento final seja de 60 cm.
    a) À medida que a mola vai sendo deformada, a força que ela exerce sobre a pessoa aumenta, diminui ou permanece constante?
    b) Expresse, em metros, a deformação final, *X*, sofrida pela mola.
    c) Qual o valor da força que a mola está exercendo na pessoa quando atinge o comprimento de 60 cm?

20. Uma mesma força $\vec{F}$ é aplicada, sucessivamente, a duas molas diferentes *A* e *B*. Observa-se que a deformação, X_A, da mola *A* é maior do que a deformação, X_B, da mola *B*.
    a) Você acha que a mola *A* é mais dura ou mais macia do que a mola *B*?
    b) A constante elástica, k_A, da mola *A* é maior ou menor do que a constante elástica, k_B, da mola *B*?
    c) Então, molas que têm constantes elásticas de valor elevado são molas mais duras ou mais macias?

21. A figura deste exercício mostra uma mola comprimida empurrando um bloco desde o ponto *A*, onde sua deformação é $X_A = 0{,}40$ m, até o ponto *O*, no qual a mola não apresenta deformação. O gráfico $F \times X$ mostra como varia a força $\vec{F}$ exercida pela mola sobre o bloco.



Exercício 21.

a) Calcule a inclinação deste gráfico. Então, qual é o valor da constante elástica da mola?

b) Podemos usar a expressão $T = F \cdot d \cdot \cos\theta$ para calcular o trabalho realizado pela mola ao empurrar o bloco? Por quê?

c) Diga como você poderia calcular este trabalho usando o gráfico $F \times X$.

22. Considerando a situação descrita no exercício anterior:

a) Qual o valor da E_p elástica do bloco quando ele se encontra na posição A?

b) Então, qual o trabalho que a mola realiza ao empurrar o bloco de A para O?

23. Considere o bloco do exercício 21 no instante em que ele está passando pelo ponto B, no qual a deformação da mola é $X_B = 0,20$ m.

a) Qual é a E_p elástica do bloco nesta posição?

b) Lembrando-se da relação entre trabalho e E_p elástica, calcule o trabalho T_{AB} que a mola realiza ao empurrar o bloco de A para B.

24. Um corpo encontra-se na extremidade de uma mola, deformada de um valor X. Aumentando-se a deformação da mola para um valor $2X$:

a) O valor da constante elástica da mola aumenta, diminui ou não varia?

b) Quantas vezes maior torna-se a força exercida pela mola sobre o corpo?

c) Quantas vezes maior torna-se a E_p elástica do corpo?

8.6. Conservação da energia

FORÇAS CONSERVATIVAS E DISSIPATIVAS

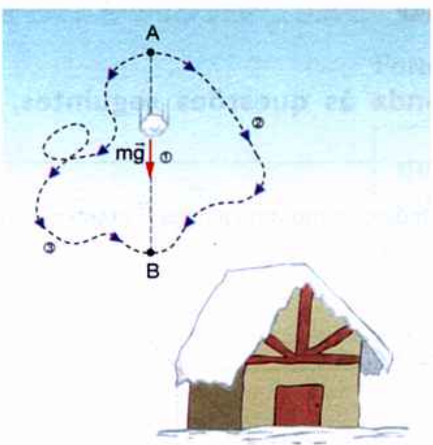


Fig. 8-23: ***O trabalho realizado pelo peso não depende da trajetória seguida pelo corpo.***

Já vimos que se um corpo se deslocar do ponto A até o ponto B, seguindo a trajetória 1 mostrada na fig. 8-23, o trabalho que o peso do corpo realiza é dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Imagine que o corpo se deslocasse, de A para B, ao longo de uma outra trajetória, como, por exemplo, a trajetória 2 da fig. 8-23. Pode-se demonstrar que *o trabalho realizado pelo peso do corpo seria o mesmo que foi realizado ao longo da trajetória* 1. Portanto, ainda para a trajetória 2 teríamos $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Este resultado é válido para qualquer trajetória que leve o corpo de A para B e, então, dizemos que *o trabalho realizado pelo peso do corpo não depende da trajetória.*

Outras forças, existentes na natureza, também possuem esta propriedade, isto é, o trabalho que elas realizam não depende da trajetória. Assim, o trabalho realizado pela força elástica de uma mola é dado por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$, para *qualquer* trajetória seguida pelo corpo ao se deslocar de um ponto A até um ponto B. Outro exemplo de força cujo trabalho não depende da trajetória é a força elétrica, que estudaremos em nosso curso de Eletricidade. As forças cujo trabalho não depende do caminho são denominadas *forças conservativas.* Sempre que uma dessas forças realiza um trabalho sobre um corpo, há uma variação na energia potencial deste corpo e esta variação é expressa por $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$. Devemos, então, destacar:

o trabalho realizado por uma força conservativa, entre dois pontos A e B, não depende da trajetória seguida pelo corpo para ir de A até B, sendo dado, sempre, pela expressão

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

As forças cujo trabalho *depende* do caminho são denominadas *forças dissipativas* ou *forças não-conservativas*. Um exemplo típico de força dissipativa é a força de atrito. De fato, se você deslocar um corpo sobre uma superfície, levando-o de um ponto A a outro ponto B, o trabalho realizado pelo atrito terá valores diferentes, conforme o caminho que for seguido. Ao contrário das forças conservativas, *não* existe uma energia potencial relacionada com uma força dissipativa.

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

Suponhamos que o corpo da fig. 8-24 esteja se deslocando de A para B, ao longo de uma trajetória qualquer, e que sobre ele estejam atuando apenas forças conservativas (no caso da fig. 8-24, o peso e a força elástica da mola). O trabalho realizado por estas forças, como já vimos, é dado por

$$T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$$

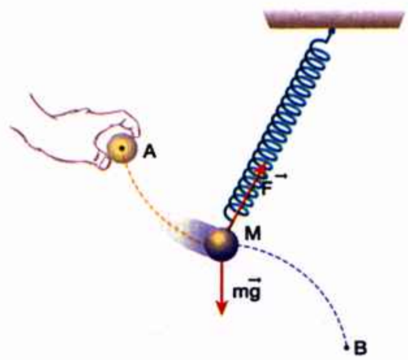


Fig.8-24: *A energia mecânica de um corpo não varia quando atuam, sobre ele, apenas forças conservativas.*

Sabemos também (secção 8.2) que, quaisquer que sejam as forças, o trabalho total realizado por elas é igual à variação da energia cinética do corpo, isto é,

$$T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$$

Então, igualando estas duas expressões para T_{AB}, teremos

$$E_{pA} - E_{pB} = E_{cB} - E_{cA}$$

que pode ser escrito

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

ou, em palavras: a soma da energia potencial no ponto A com a energia cinética neste ponto é igual à soma da energia potencial no ponto B com a energia cinética neste ponto. Então, como os pontos A e B são quaisquer, podemos dizer que:

> **se apenas forças conservativas atuam sobre um corpo em movimento, a soma da energia cinética do corpo com sua energia potencial permanece constante para qualquer ponto da trajetória.**

A soma da energia cinética de um corpo com sua energia potencial, em um dado ponto, é denominada *energia mecânica total* do corpo neste ponto, que representaremos por E, ou seja,

$$\boxed{E = E_p + E_c}$$

Voltando à expressão

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

vemos que $E_{pA} + E_{cA}$ representa a energia mecânica total, E_A, em A, e $E_{pB} + E_{cB}$ representa a energia mecânica total, E_B, em B. Portanto

$$E_A = E_B$$

Assim, o destaque anterior também pode ser expresso da seguinte maneira:

se apenas forças conservativas atuam sobre um corpo em movimento, sua energia mecânica total permanece constante para qualquer ponto da trajetória, isto é, a energia mecânica do corpo se conserva.

Portanto, quando atuam apenas forças conservativas, se a E_p de um corpo diminuir (ou aumentar), sua E_c aumentará (ou diminuirá), de modo que a sua energia mecânica total, E, permaneça constante, isto é, se conserve. É por este motivo que estas forças são denominadas forças conservativas.

Exemplo

Suponha que, na fig. 8-24, o corpo mostrado tenha, em A, uma energia potencial $E_{pA} = 20$ J e uma energia cinética $E_{cA} = 10$ J.

a) Qual a energia mecânica total do corpo em A?

A energia mecânica em A será:

$$E_A = E_{pA} + E_{cA} = 20 + 10 \quad \textit{donde} \quad E_A = 30 \text{ J}$$

b) Ao passar pelo ponto M (fig. 8-24), o corpo possui uma energia potencial $E_{pM} = 13$ J. Qual é a sua energia cinética neste ponto?

Como estão atuando apenas forças conservativas, a energia mecânica do corpo se conserva, isto é, devemos ter $E_M = E_A$ ou $E_M = 30$ J. Como

$$E_M = E_{pM} + E_{cM} \quad \text{vem} \quad 30 = 13 + E_{cM} \quad \textit{donde} \quad E_{cM} = 17 \text{ J}$$

Observe que a E_p do corpo diminuiu de 7 J, enquanto sua E_c foi aumentada desta mesma quantidade.

c) Ao chegar em B, o corpo possui uma energia cinética $E_{cB} = 25$ J. Qual é a sua E_p neste ponto?

O mesmo raciocínio usado na questão (b) permite-nos escrever que $E_B = 30$ J. Logo, como

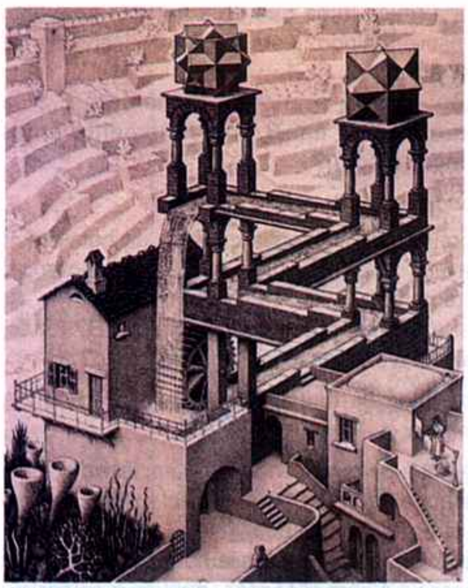
$$E_B = E_{pB} + E_{cB} \quad \text{vem} \quad 30 = E_{pB} + 25 \quad \textit{donde} \quad E_{pB} = 5 \text{ J}$$

PRINCÍPIO GERAL DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

Se, na fig. 8-24, estivesse atuando no corpo uma força dissipativa, a energia mecânica do corpo não seria conservada. Por exemplo, se uma força de atrito cinético atuasse no corpo, verificaríamos que sua energia mecânica em B seria *menor* do que em A. Entretanto, neste caso, observaríamos um aquecimento do corpo, o que não acontecia quando atuavam apenas forças conservativas.

Alguns físicos do século passado, destacando-se entre eles James P. Joule, analisando um grande número de experiências, chegaram à conclusão de que *o calor é uma forma de energia*. Concluiu-se, então, que no deslocamento do corpo sob a ação da força de atrito, o que ocorreu foi a *transformação em calor* da energia mecânica que desapareceu.

Este resultado é observado sempre: se uma dada quantidade de energia de um certo tipo desaparece, verifica-se o aparecimento de outro tipo de energia em quantidade equivalente à energia desaparecida, isto é, nunca se observa o desaparecimento de energia, mas apenas a transformação de uma forma de energia em outra. Assim, como você já sabe, a energia mecânica se transforma em energia elétrica (em uma usina hidroelétrica), a energia térmica em energia mecânica (em um automóvel), a energia elétrica em energia mecânica (no motor de uma enceradeira, por exemplo), a energia elétrica em calor (em um aquecedor) etc. Em todas estas transformações observa-se que não há criação nem destruição da energia, de modo que a quantidade total de energia envolvida em um fenômeno permanece sempre a mesma, isto é, se conserva.



A ilusão criada pelo artista dá origem a uma situação onde não haveria conservação de energia. Cascata. (Litografia por M. C. Escher, 1961.)

Hiroshi Higuchi/Stock Photos

A energia potencial de uma queda-d'água se transforma em energia cinética e pode ser convertida em outras formas de energia, como a energia elétrica.

Estas observações constituem a base do Princípio Geral de Conservação da Energia, que pode ser enunciado da seguinte maneira:

PRINCÍPIO GERAL DE CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

A energia pode ser transformada de uma forma em outra, mas não pode ser criada nem destruída; a energia total é constante.

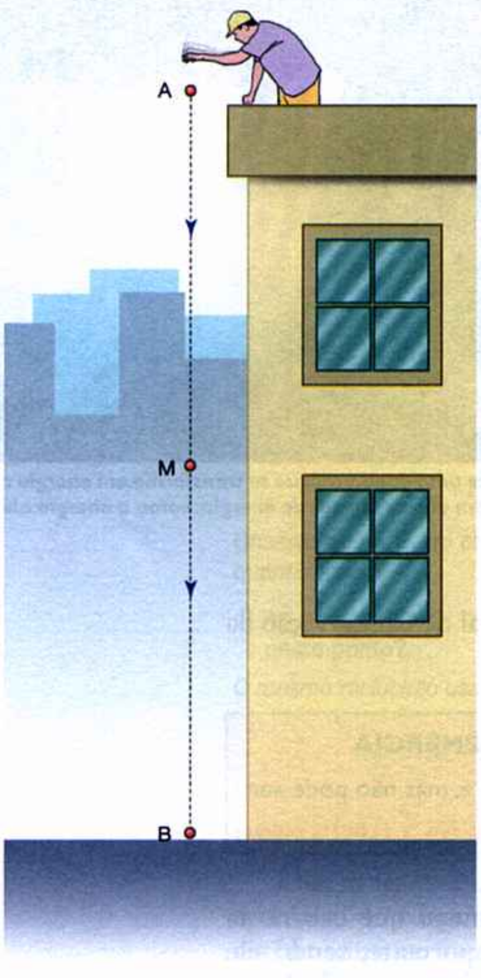
Este princípio é sempre válido, em qualquer fenômeno que ocorra na natureza. A sua generalidade torna-o extremamente importante, sendo ele amplamente empregado com grande sucesso, pelos cientistas, na solução de inúmeros problemas.

A conservação da energia mecânica é um caso particular do Princípio Geral de Conservação da Energia. A energia mecânica se conserva quando atuam, no corpo, apenas forças conservativas, e a energia total (considerando-se todas as suas formas) conserva-se sempre.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

Para os exercícios seguintes (de 25 a 30) considere a situação mostrada na figura, na qual uma pessoa arremessa uma bola, verticalmente para baixo, do alto de um edifício. No ponto *A*, quando a bola abandona a mão da pessoa, sua energia potencial (em relação ao solo) é $E_{pA} = 8,0$ J e sua energia cinética é $E_{cA} = 5,0$ J.



Exercícios 25 a 30.

25. Despreze o atrito com o ar durante a queda e responda:
   a) Qual é a energia mecânica total, E_A, da bola em *A*?
   b) Qual a única força que atua na bola enquanto ela estiver caindo? Esta força é conservativa ou dissipativa?
   c) Então, qual é a energia mecânica, E_M, da bola em *M*? e em *B* (imediatamente antes de tocar o solo)?

26. Nas condições do exercício anterior:
   a) Supondo que a energia cinética da bola em *M* seja $E_{cM} = 7,0$ J, qual é sua energia potencial neste ponto?
   b) Qual a energia potencial da bola em *B*? Então, qual é sua energia cinética neste ponto?

27. Considerando os dados dos exercícios 25 e 26, determine:
   a) Qual foi a perda de energia potencial da bola ao passar de *A* para *M*? Então, qual foi o acréscimo em sua energia cinética?
   b) Qual foi a perda de energia potencial da bola ao passar de *A* para *B*? Então, qual foi o acréscimo em sua energia cinética?

28. Suponha, agora, que a força de atrito com o ar durante a queda da bola *não* seja desprezível.
   a) Neste caso, quais as forças que atuam na bola durante a queda? Estas forças são ambas conservativas?
   b) Então, a energia mecânica da bola se conservará?

29. Considerando ainda que exista atrito entre a bola e o ar e lembrando dos dados do exercício 26, responda:
   a) A energia mecânica da bola em *M* será maior, menor ou igual a 13,0 J?
   b) A energia potencial da bola em *M* será maior, menor ou igual a 6,0 J?
   c) E a energia cinética da bola em *M* será maior, menor ou igual a 7,0 J?

30. Suponha que, ao chegar em B, a energia cinética da bola seja $E_{cB} = 10,0$ J.

a) Qual foi a perda de energia potencial da bola ao se deslocar de A para B?

b) Qual foi o acréscimo de energia cinética da bola entre A e B? Por que este acréscimo não foi igual à perda de energia potencial?

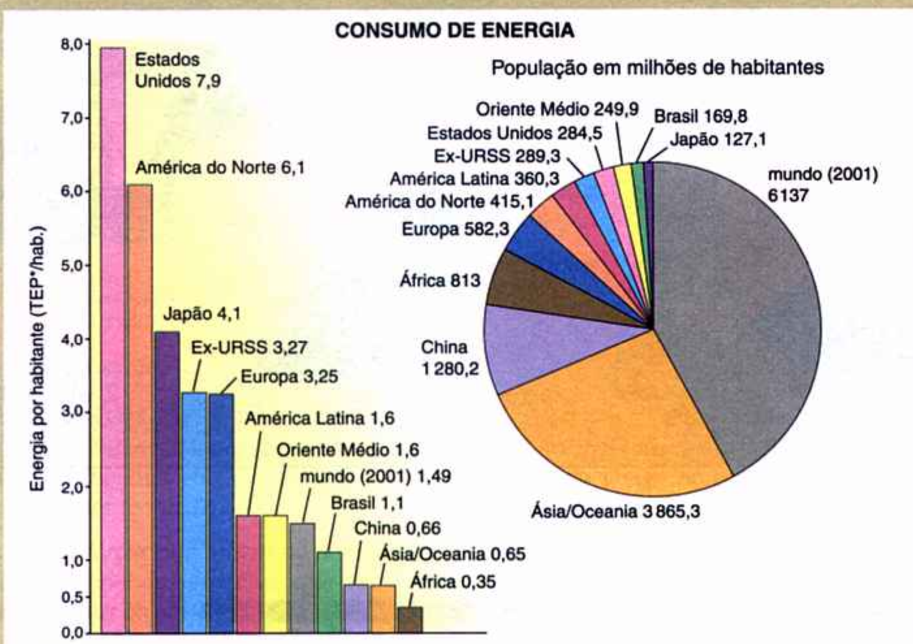
c) Qual é a energia mecânica total da bola em B?

d) De quanto diminuiu a energia mecânica da bola no movimento de A para B?

e) Qual a quantidade de calor que foi gerada pela força de atrito?

Consumo de energia e população

O gráfico a seguir apresenta o consumo de energia primária (petróleo, gás natural, carvão, energia nuclear e energia hidráulica) média, por pessoa, por grupo de países, em 2001. As energias chamadas alternativas (madeira, biomassa, Sol, vento, marés) não foram consideradas.



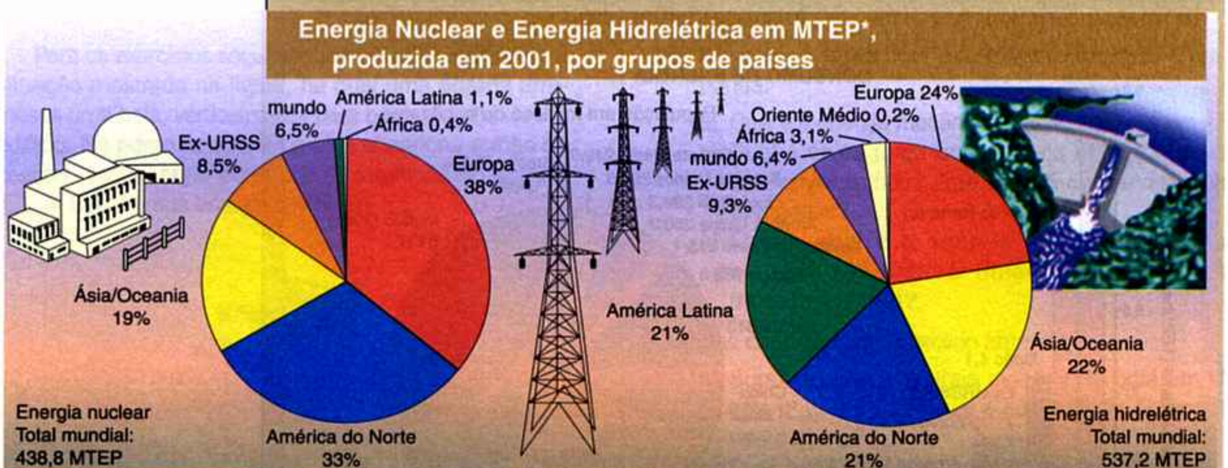
*TEP: tonelada equivalente de petróleo

Como se percebe através deste gráfico, há uma grande diferença de consumo entre os países ricos e os do terceiro mundo, isto é, a energia não é democraticamente distribuída entre os povos. Fica também evidenciado que o número total de pessoas que utiliza pequena quantidade de energia em suas vidas (com freqüência insuficiente para uma sobrevivência digna) é bem maior do que o daquelas que apresentam um consumo energético elevado ou até mesmo excessivo, que muitas vezes leva ao desperdício. Se os pequenos consumidores pudessem e conseguissem se igualar aos grandes, certamente as reservas mundiais seriam insuficientes e as conseqüências ambientais deste fato seriam, como não é difícil de se prever, desastrosas.

A unidade usada no gráfico, tonelada equivalente de petróleo (TEP), como o nome indica, se refere ao número de toneladas de petróleo que, ao se queimar, produziria a mesma quantidade de energia que seria liberada por outro combustível qualquer utilizado. O valor de 1 TEP é aproximadamente igual a 10^{10} J.

Energia nuclear e energia hidroelétrica no mundo

A energia utilizada mundialmente provém, em grande parte (mais de 60%), da queima de combustíveis fósseis (petróleo, carvão, gás natural etc.). Uma outra parte importante é fornecida pelas centrais nucleares e pelas diversas fontes de energia renovável (hidroelétrica, solar, eólica, madeira etc.). Os dados correspondentes ao consumo de cada uma são, porém, pouco confiáveis, principalmente aqueles correspondentes à combustão da madeira (lenha) nos países do terceiro mundo, nos quais esta costuma ser a principal fonte de energia. Os valores mais dignos de confiança, referentes ao consumo mundial, são os que se referem à energia nuclear e à energia hidroelétrica. Os gráficos seguintes apresentam dados do uso desses dois tipos de energia em grupos de países.



*A unidade MTEP se refere a milhões de TEP.

8.7. Exemplos de aplicação da conservação da energia

Os exemplos que apresentaremos a seguir destinam-se a ajudá-lo a entender melhor os fatos relacionados com a conservação da energia. Além disso, veremos que a aplicação da conservação da energia torna mais simples a solução de alguns problemas que, se abordados de outra maneira, poderiam apresentar maiores dificuldades ao serem resolvidos.

Fig. 8-25: *Para o exemplo 1.*

Exemplo 1

Um corpo é lançado verticalmente para cima com uma velocidade inicial $v_0 = 6,0$ m/s (fig. 8-25). Que altura atinge o corpo?

Para que o problema possa ser resolvido, devemos considerar desprezível a resistência do ar. Nessas condições, a única força que atua sobre o corpo é o seu peso, que é uma força conservativa e, então, a energia mecânica *do corpo permanece constante. Enquanto o corpo sobe, sua energia cinética diminui, mas ele adquire energia potencial em quantidade equivalente à energia cinética perdida.*

Designando por A o ponto onde o corpo tinha velocidade $\vec{v}_0$ (ponto onde o corpo abandona a mão da pessoa que o lançou) e por B o ponto mais alto da trajetória (fig. 8-25), podemos escrever

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

Medindo as alturas a partir do ponto A, isto é, considerando o nível de referência em A, teremos

$E_{pA} = 0$ — *pois, para o ponto A, tem-se $h = 0$*

$E_{cA} = \frac{1}{2} m v_0^2$ — *onde m é a massa do corpo*

$E_{pB} = mgh$ — *sendo h a altura de B em relação a A*

$E_{cB} = 0$ — *porque a velocidade do corpo é nula em B*

Assim:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh \qquad \text{donde} \qquad h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Observe que, qualquer que fosse a massa do corpo, ele atingiria a mesma altura, pois o valor de h não depende de m. Substituindo o valor $v_0 = 6,0$ m/s e considerando $g = 10$ m/s^2, obtemos

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(6,0)^2}{2 \times 10} \qquad \text{donde} \qquad h = 1,8 \text{ m}$$

Exemplo 2

Um menino desliza, sem atrito, ao longo do escorregador mostrado na fig. 8-26. Se ele parte do repouso em *A*, com que velocidade o menino chega ao ponto mais baixo do escorregador (ponto *B*)?

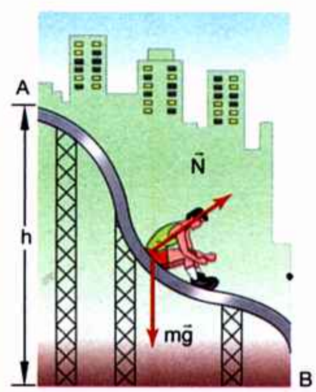


Fig. 8-26: *Para o exemplo 2.*

As únicas forças que atuam no menino são o seu peso, que é uma força conservativa, e a reação normal da superfície, que não realiza trabalho sobre o menino, pois ela é sempre perpendicular ao deslocamento. Podemos, então, aplicar a conservação da energia mecânica:

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

Medindo as alturas em relação a um nível horizontal que passa por B e designando por m a massa do menino, teremos

$$E_{pA} = mgh \qquad E_{cA} = 0 \qquad E_{pB} = 0 \qquad E_{cB} = \frac{1}{2} mv^2$$

onde v é a velocidade do menino ao chegar em B.

Logo,

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 \qquad \text{donde} \qquad v = \sqrt{2gh}$$

Se o menino caísse verticalmente , a partir de A, ele adquiriria esta mesma velocidade, como você poderá ver facilmente, se usar as equações do movimento de queda livre. Entretanto, se tentássemos analisar o movimento do menino, ao longo do escorregador, sem usar a conservação da energia mecânica, encontraríamos um problema de difícil solução. Como você viu, o uso da conservação da energia mecânica nos permitiu resolver o problema com grande facilidade.

Exemplo 3

Na fig. 8-27, um bloco de massa $m = 2,0$ kg está apoiado em uma superfície horizontal lisa encostado a uma mola de constante elástica $k = 32$ N/m. A mola está comprimida de $X = 10$ cm e assim mantida por meio de um barbante amarrado a ela. Queimando-se o barbante, a mola se distende, empurrando o bloco. Qual é a velocidade com que o bloco abandona a mola?

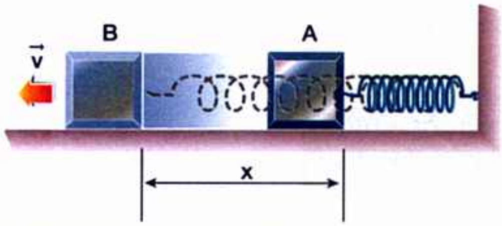


Fig. 8-27: *Para o exemplo 3.*

Observe que a mola empurra o bloco com uma força variável ($F = kX$) e, portanto, a aceleração adquirida pelo bloco não é constante, isto é, o bloco adquire um movimento acelerado mas este não é uniformemente acelerado. Desta maneira, as equações que estudamos na Cinemática não se aplicam a este movimento.

Entretanto, como o peso do bloco e a reação normal da superfície se equilibram, a única força atuante é a força elástica da mola, que é uma força conservativa. Assim, à medida que a mola se distende, a energia potencial elástica do corpo vai diminuindo, enquanto sua energia cinética aumenta. Pela conservação da energia mecânica, vem

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}$$

Mas $E_{pA} = (1/2)\,kX^2$, $E_{cA} = 0$, $E_{pB} = 0$ e $E_{cB} = (1/2)\,mv^2$

Então:

$$\frac{1}{2}kX^2 = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{donde} \qquad v = \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)X$$

Do mesmo modo que no exemplo anterior, devemos destacar a grande facilidade com que foi calculada a velocidade adquirida pelo bloco. Se tivéssemos tentado resolver o problema, sem empregar a conservação da energia, a solução teria sido muito mais complicada.

Substituindo os valores k, m e X expressos em unidades S.I., teremos

$$v = \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)X = \sqrt{\frac{32}{2}} \times 0{,}10 \qquad \text{donde} \qquad v = 0{,}40 \text{ m/s}$$

Exemplo 4

Suponha que existisse atrito no movimento do menino, ao descer o escorregador da fig. 8-26. Sabendo-se que a altura do escorregador é $h = 8{,}0$ m, a massa do menino é $m = 50$ kg e que ele chega em B com uma velocidade $v = 10$ m/s, determine:

a) A energia mecânica total do menino em A e em B.

No ponto A, a energia mecânica do menino é representada apenas por sua energia potencial, pois sua energia cinética, neste ponto, é nula. Então, considerando $g = 10$ m/s^2, *temos:*

$$E_A = mgh = 50 \times 10 \times 8{,}0 \qquad \text{donde} \qquad E_A = 4{,}0 \times 10^3 \text{ J}$$

Ao chegar em B, o menino possui apenas energia cinética, pois $h = 0$ (as alturas estão contadas em relação a B). Assim, a energia mecânica do menino, em B, é

$$E_B = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^2 \qquad \text{donde} \qquad E_B = 2{,}5 \times 10^3 \text{ J}$$

b) Qual a quantidade de calor gerada pelo atrito no deslocamento do menino?

Observe que a energia em B é menor do que a energia mecânica em A, isto é, a energia mecânica não se conservou. Este resultado já era esperado, pois atua no menino uma força de atrito que não é conservativa. O trabalho realizado pelo atrito faz com que parte da energia mecânica se transforme em calor. Pelo Princípio Geral de Conservação da Energia, podemos concluir que a quantidade de calor gerada será igual à diminuição da energia mecânica do menino, isto é,

$$\text{calor gerado} = E_A - E_B = 4,0 \times 10^3 - 2,5 \times 10^3$$

$$\textit{donde} \qquad \text{calor gerado} = 1,5 \times 10^3 \text{ J}$$

Velocidade de escape

Sabemos que, lançando-se um corpo verticalmente para cima, quanto maior for o módulo da velocidade comunicada a ele, maior a altura que ele atinge acima da superfície da Terra. Pode-se pensar, então, que deve existir uma velocidade que faria um corpo se afastar indefinidamente da Terra, conseguindo atingir uma posição onde a força gravitacional sobre ele seria nula. Nestas condições, o corpo não retornaria mais à Terra e, por esta razão, a velocidade mínima com que o corpo deve ser lançado para que isto ocorra é denominada *velocidade de escape*. A seguir, mostraremos como se calcula o valor desta velocidade de escape $\vec{v}_e$.

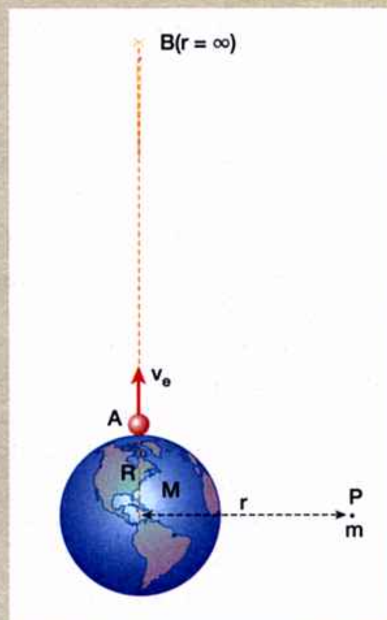


Figura I.

Suponhamos um corpo de massa m, situado em um ponto P, a uma distância r do centro da Terra, cuja massa e raio são representados por M e R, como está mostrado na figura I. Considerando o ponto P bastante afastado da Terra, o peso do corpo, como sabemos, tem um valor diferente daquele que ele possui nas proximidades da superfície da Terra (o valor de g varia com a altitude). Nestas condições a energia potencial, E_p, do corpo *não* pode ser calculada pela expressão $E_p = mgh$. Esta expressão só é válida para pontos próximos da superfície da Terra e quando se considera $E_p = 0$ nesta superfície. Podemos mostrar que existe uma expressão geral que nos permite calcular a energia potencial de uma partícula em uma posição qualquer, como aquela mostrada na figura I. Esta expressão é

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

e nos fornece o valor de E_p em relação a um nível de referência muito afastado do centro da Terra, isto é, temos $E_p = 0$ em $r = \infty$.

Consideremos, então, um corpo de massa m, lançado para cima, a partir de um ponto A na superfície da Terra, com a velocidade de escape $\vec{v}_e$(fig. I). Este corpo, de acordo com a definição que apresentamos para $\vec{v}_e$, ao alcançar o ponto B, infinitamente afastado da Terra (portanto, livre da atração gravitacional), deverá ter uma velocidade nula, isto é, $v_B = 0$.

Desprezando a força de resistência do ar e lembrando-se da conservação da energia mecânica, temos:

$$E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB},$$

sendo

$$E_{cA} = \frac{1}{2}mv_e^2 \qquad E_{pA} = -G\frac{M \cdot m}{R}$$

$E_{cB} = 0$ (pois $v_B = 0$) e $E_{pB} = 0$ (pois B é o nível de referência)

Logo

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{M \cdot m}{R} = 0 \qquad \text{donde} \qquad v_e = \sqrt{\frac{2\,GM}{R}}$$

Substituindo os valores de G, M e R obtemos $v_e = 11{,}2$ km/s.

Portanto, se lançarmos um corpo da superfície da Terra, com essa velocidade, ele não retornará, pois atingirá uma posição infinitamente afastada do nosso planeta, onde estará livre de sua atração gravitacional. Na realidade, para que isso ocorra, a velocidade de lançamento deverá ser bem maior do que 11,2 km/s, porque as forças de resistência do ar que atuam sobre corpos com velocidades desta ordem de grandeza são muito grandes e não podem ser desprezadas.

rcícios de fixação exercícios de fixação exercícios d

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

31. No exemplo 1 desta secção, suponha que a massa do corpo lançado para cima seja $m = 200$ g.
    a) Qual o valor da energia cinética do corpo ao abandonar a mão da pessoa (E_{cA})?
    b) Então, qual será o valor da energia potencial do corpo ao atingir o ponto mais alto (E_{pB})?
    c) Qual o valor da energia cinética com que o corpo retorna ao ponto de lançamento? E o valor de sua velocidade ao voltar a este ponto?

32. No exercício anterior, considere o corpo ao subir, passando por um ponto P situado a 1/3 da altura máxima que ele atinge.
    a) Qual é a sua energia potencial neste ponto?
    b) Então, qual é sua energia cinética ao passar por P?

33. No exemplo 2 desta secção, suponha que o menino fosse substituído por um adulto de massa duas vezes maior. Considere a energia potencial do menino no alto do escorregador $E_{pA} = 800$ J e sua velocidade ao chegar ao solo $V_B = 7{,}0$ m/s.
    a) Qual seria a energia potencial do adulto no alto do escorregador?
    b) Então, qual seria a energia cinética do adulto ao chegar ao solo?
    c) A velocidade do adulto, ao chegar ao solo, seria maior, menor ou igual a 7,0 m/s?

34. Imagine o bloco do exemplo 3 desta secção substituído por um segundo bloco, de maior massa que o primeiro, mantendo-se inalteradas as demais condições do problema.
   a) A energia potencial elástica do segundo bloco, em *A*, será maior, menor ou igual àquela que o primeiro bloco possuía neste ponto?
   b) A energia cinética do segundo bloco, ao abandonar a mola, será maior, menor ou igual àquela que o primeiro bloco possuía nesta situação?
   c) A velocidade do segundo bloco, ao abandonar a mola, será maior, menor ou igual à velocidade com que o primeiro bloco a abandonou?

35. a) No exemplo 4, quais são as forças que estão atuando no menino enquanto ele desliza no escorregador?
   b) Qual dessas forças realiza um trabalho positivo? Qual realiza um trabalho negativo? E qual não realiza trabalho?
   c) Todas estas forças são conservativas?
   d) Então, ao chegar ao solo (em *B*), a energia potencial que o menino possuía no alto do escorregador terá se transformado integralmente em energia cinética?
   e) Se não existisse atrito, qual seria o valor da energia cinética do menino ao chegar ao solo?

um tópico especial para você aprender um pouco mais

8.8. A relação massa-energia

No Tópico Especial do capítulo 5, onde apresentamos algumas noções sobre a Teoria da Relatividade de Einstein, vimos que se um corpo em repouso possui uma massa m_0, quando ele está se movendo com uma velocidade v sua massa varia, passando a ter um valor m, dado pela expressão

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \times 10^8$ m/s). Esta equação nos mostra que a massa m de um corpo é tanto maior quanto maior for sua velocidade. Entretanto, esta variação de massa torna-se apreciável apenas quando a velocidade do corpo é muito grande (aproximando-se da velocidade da luz).

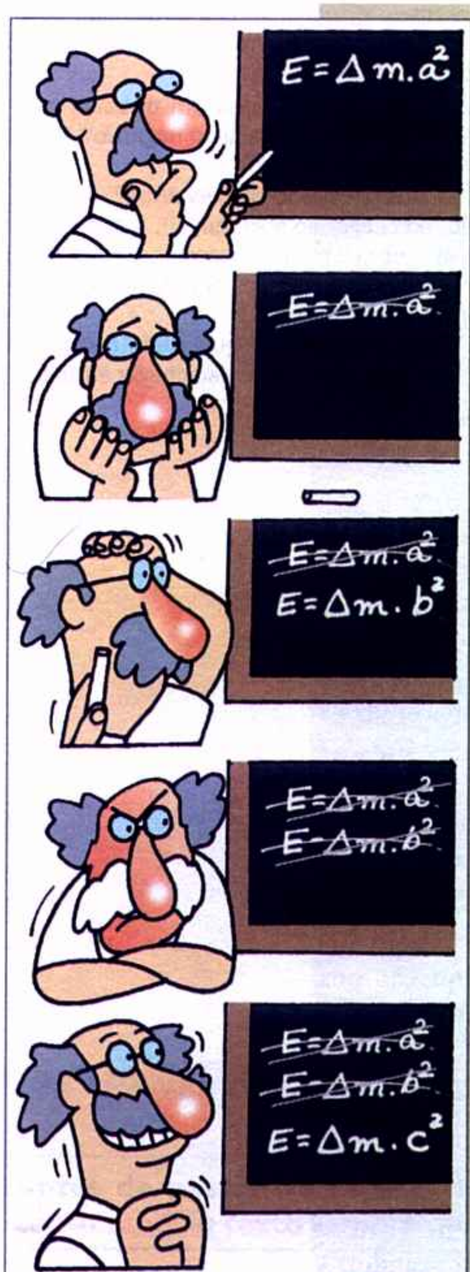
A EXPRESSÃO RELATIVÍSTICA DA ENERGIA CINÉTICA

Einstein percebeu que, nestas condições (quando v é muito grande), a expressão clássica $E_c = (1/2)mv^2$ não fornece corretamente o valor da energia cinética do corpo. Usando as novas idéias que ele havia lançado na Teoria da Relatividade, Einstein conseguiu demonstrar que a expressão correta para calcular a energia cinética de um corpo é

$$E_c = (m - m_0)c^2 \text{ ou } E_c = \Delta m \cdot c^2$$

isto é, ele mostrou que um corpo em movimento apresenta, em relação à sua massa de repouso, um aumento Δm e que o produto deste acréscimo de massa pelo quadrado da velocidade da luz fornece a energia cinética do corpo.

Pode-se mostrar que, para velocidades pequenas comparadas com a velocidade da luz, esta expressão é equivalente a $E_c = (1/2)mv^2$, como era de esperar.



O SIGNIFICADO DA EQUAÇÃO $E_c = \Delta m \cdot c^2$

Através da equação $E_c = \Delta m \cdot c^2$ fica claro, então, que quando um corpo adquire energia cinética sua massa sofre um acréscimo e, vice-versa, quando a energia cinética de um corpo diminui, há uma correspondente diminuição na massa deste corpo, isto é, existe uma equivalência entre a variação de massa de um corpo e a energia cinética que ele ganha ou perde.

O próprio Einstein generalizou estas idéias, concluindo que a variação da massa de um corpo pode ser provocada não apenas por energia cinética, mas por qualquer outra forma de energia que seja fornecida a este corpo ou dele retirada. Assim, se um corpo receber ou liberar uma quantidade de energia E (energia cinética, energia potencial, calor, energia luminosa etc.), sua massa sofrerá uma variação Δm tal que

$$\boxed{E = \Delta m \cdot c^2}$$

Esta é a famosa equação de Einstein que estabeleceu definitivamente a equivalência entre a massa e a energia, de acordo com os princípios da Teoria da Relatividade.

Portanto, de acordo com estas idéias, uma mola comprimida (possui energia potencial) tem maior massa do que em seu comprimento normal e um carro em movimento (possui energia cinética) tem massa maior do que se estivesse em repouso. Entretanto, as variações na massa, tanto da mola quanto do carro, que poderiam ser calculadas por $\Delta m = E/c^2$, são extremamente pequenas (devido ao elevado valor de c^2), sendo praticamente impossível detectá-las experimentalmente.

A REDUÇÃO DE MASSA NA FISSÃO NUCLEAR

Por outro lado, quando tratamos com partículas atômicas ou nucleares, que podem adquirir energias de valores relativamente elevados, estas variações de massa tornam-se significativas e não podem ser ignoradas.

Consideremos o seguinte exemplo: um núcleo de urânio, ao ser bombardeado por um nêutron, sofre fissão, isto é, se desintegra dando origem a um núcleo de bário e um núcleo de criptônio, emitindo ainda 3 nêutrons, conforme ilustra a fig. 8-28. Nesta reação nuclear, verifica-se que a massa total dos produtos (bário, criptônio e nêutrons) é inferior à massa inicial da reação (nêutron e urânio). A variação de massa Δm ocorre em virtude de uma enorme quantidade de energia E liberada na reação, verificando-se que esta energia é dada exatamente por $E = \Delta m \cdot c^2$.

Na fissão de cada átomo de urânio é liberada uma quantidade de energia de aproximadamente 10^{-11} J, que é um valor extremamente elevado em comparação com a energia desprendida em reações químicas comuns.

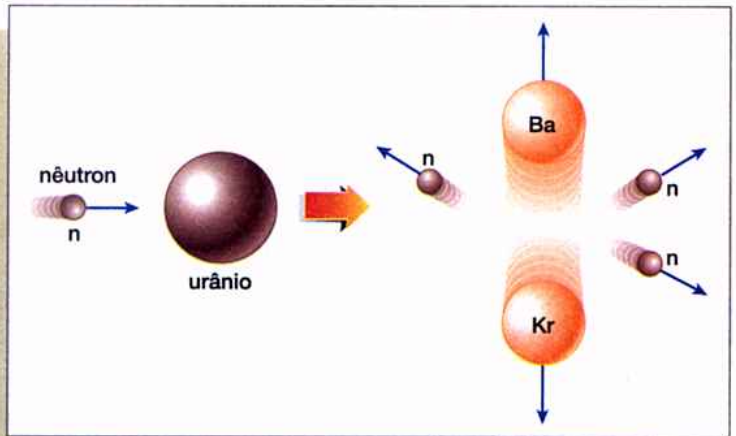


Fig. 8-28: *A energia liberada na desintegração de um átomo de urânio pode ser calculada pela equação $E = \Delta m \cdot c^2$*

Em uma bomba atômica, ocorre uma redução significativa de massa durante a fissão sucessiva e rápida de um número enorme de átomos de urânio. Conseqüentemente, observa-se a liberação de uma quantidade de energia extremamente grande, que é responsável pelo tremendo poder de destruição desta arma (fig. 8-29). Nos reatores atômicos ocorrem também fissões de átomos de urânio que, no entanto, se processam sob controle, tornando possível a utilização da energia aí liberada para fins de pesquisas científicas, produção de energia elétrica etc. (fig. 8-30).

Lucas Martins/Pulsar

Fig. 8-29: *A desintegração em cadeia de um grande número de átomos de urânio é responsável pelo enorme poder de destruição de uma bomba atômica.*

U.S. Dept. of Energy/SPL/Stock Photos

Fig. 8-30: *Em um reator atômico (de uma usina nuclear, por exemplo) a desintegração em cadeia dos átomos de urânio se processa sob controle.*

A ANIQUILAÇÃO DE UM PAR

Um dos exemplos mais notáveis da equivalência entre massa e energia é o fenômeno conhecido como *aniquilação de par*. Os cientistas descobriram que existe uma partícula, denominada pósitron, idêntica ao elétron, exceto quanto ao sinal de sua carga que é positiva. Quando um par constituído por um pósitron e um elétron se encontra, pode desaparecer completamente, dando origem a radiações gama (fig. 8-31) cuja energia é dada por $E = \Delta m \cdot c^2$, sendo Δm a massa total das duas partículas que desapareceram.

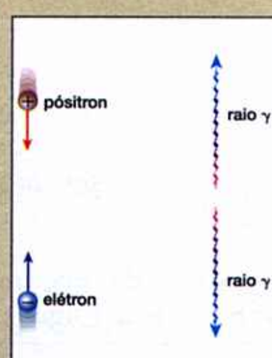


Fig. 8-31: *Um elétron e um pósitron "se aniquilam", dando origem a raios gama de alta energia.*

POTÊNCIA IRRADIADA PELO SOL

A fabulosa quantidade de energia que o Sol irradia continuamente para o espaço também pode ser analisada através da equação $E = \Delta m \cdot c^2$.

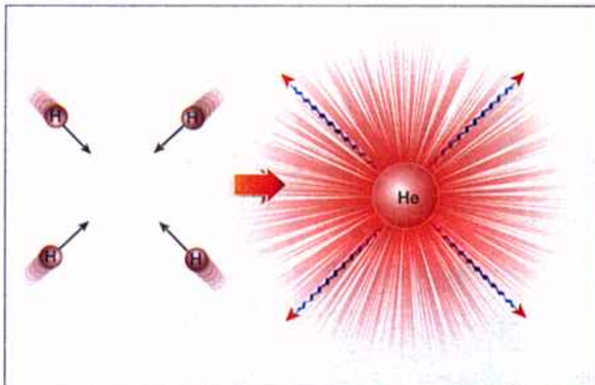


Fig. 8-32: *Os cientistas acreditam que a energia solar se origina em reações de fusão nuclear, como esta representada na figura.*

Os cientistas acreditam que esta energia solar tem sua origem em reações nucleares, nas quais 4 átomos de hidrogênio se unem para formar um átomo de hélio, reações estas que são acompanhadas de uma grande emissão de energia (fig. 8-32). Uma reação como esta, em que núcleos leves se unem originando um núcleo mais pesado, é denominada *fusão nuclear*.

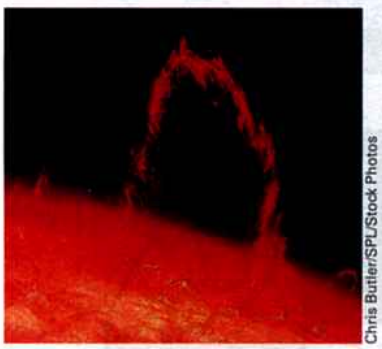
Verifica-se que a massa do hélio formado ($6{,}646 \times 10^{-27}$ kg) é inferior à soma das massas dos 4 núcleos de hidrogênio ($6{,}694 \times 10^{-27}$ kg). Há, portanto, nesta fusão, uma redução de massa

$$\Delta m = (6{,}694 - 6{,}646) \times 10^{-27}\,\text{kg} = 4{,}8 \times 10^{-29}\,\text{kg}$$

A energia E irradiada nesta reação é equivalente à redução observada na massa e pode ser calculada facilmente da seguinte maneira:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = (4{,}8 \times 10^{-29}) \times (3{,}0 \times 10^8)^2$$

$$\text{donde } E = 4{,}3 \times 10^{-12}\ \text{J}$$



Fotografia da superfície do Sol, mostrando o momento de uma erupção solar. Este fenômeno é constituído pela projeção de enormes labaredas provocadas por reações nucleares, e cujas dimensões são muito maiores do que as da própria Terra.

Deve-se notar que esta quantidade de energia é liberada em apenas uma reação de fusão. Avalia-se que, no Sol, ocorrem cerca de 10^{38} reações deste tipo em cada segundo. Assim, a quantidade total de energia irradiada pelo Sol, em cada 1 s, é

$$(4{,}3 \times 10^{-12}) \times (10^{38}) \qquad \text{isto é} \qquad 4{,}3 \times 10^{26}\ \text{J/s}$$

Em outras palavras, a potência total P irradiada pelo Sol é cerca de $4{,}3 \times 10^{26}$ W. Apesar do fantástico valor desta potência e, portanto, da enorme quantidade de átomos de hidrogênio que são transformados em hélio por segundo, os cientistas calculam que, como a maior parte da massa do Sol é constituída de átomos de hidrogênio, o nosso astro central poderá manter esta emissão de energia ainda por muitos milhões de anos.

exercícios de fixação

Antes de passar ao estudo da próxima secção, responda às questões seguintes, consultando o texto sempre que julgar necessário.

36. Considere o fenômeno de aniquilação de um par, representado na fig. 8-31.

a) Determine a energia total liberada nesta aniquilação. Sabe-se que a massa de repouso tanto do elétron quanto do pósitron é $m_0 = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg.

b) Qual a energia de cada raio gama originado nesta aniquilação?

37. Em um acelerador linear, como aquele apresentado na secção 5.7, um elétron foi acelerado até adquirir uma velocidade igual a 90% da velocidade da luz. Determine para este elétron:
   a) Quantas vezes sua massa m é maior do que sua massa de repouso m_0.
   b) A variação Δm, de sua massa, em kg.
   c) A energia cinética que ele adquire no acelerador.

38. Considerando, ainda, o elétron do exercício anterior, responda:
   a) Qual seria sua energia cinética de acordo com a Mecânica Clássica? ($E_c = m_0v^2/2$)
   b) O valor encontrado na questão (a) é maior, menor ou igual ao valor encontrado na questão (c) do exercício anterior? Quantas vezes?

39. Um dos aceleradores de partículas construído em Genebra (Suíça), pelo CERN (Centre Européan de Recherches Nucléaires), é capaz de acelerar um próton até que sua energia cinética alcance o valor $E_c = 450\ Gev$. Sabe-se que G é o símbolo do prefixo grego *giga*, usado nas unidades para indicar um múltiplo da mesma, de valor 10^9 vezes maior do que ela. Sabe-se, também, que $1\ ev = 1$ elétron-volt $= 1{,}6 \times 10^{-19}\ J$ é uma unidade de energia muito usada em Física.
   a) Expresse, em *ev*, a energia cinética daquele próton.
   b) Determine o valor desta energia cinética em joules.

40. Considerando o próton do exercício anterior, responda:
   a) Qual é o aumento Δm de sua massa, em virtude da energia cinética que ele adquiriu no acelerador?
   b) Quantas vezes a massa do próton nestas condições é maior do que sua massa de repouso m_0? (Considere $m_0 = 1{,}7 \times 10^{-27}\,kg$.)

41. Suponha que uma estrela semelhante ao Sol irradie uma potência $E_c = (1/2)mv^2$. Considerando que esta potência seja mantida pela energia liberada em reações de fusão nuclear, semelhantes àquelas que ocorrem no Sol, responda:
   a) Quantas reações de fusão, como aquela mostrada na fig. 8-32, ocorrem por segundo nesta estrela?
   b) Quantos átomos de hidrogênio, por segundo, são "consumidos" nesta estrela?

42. Imagine que na estrela considerada no exercício anterior existam presentemente $1{,}2 \times 10^{56}$ átomos de hidrogênio. Considerando que as reações nucleares se processem mantendo a mesma velocidade, determine quantos anos esta estrela continuará irradiando energia proveniente daquelas reações.
(Considere 1 ano $= 3 \times 10^7\,s$.)

43. Nesta secção, ao nos referirmos à fissão nuclear de um átomo de urânio (fig. 8-28), dissemos que nesta reação é liberada uma quantidade de energia da ordem de 10^{-11} J. Suponha um reator nuclear de potência, no qual 10^{20} átomos de urânio, por segundo, sofram fissão.
   a) Qual a ordem de grandeza da variação de massa, Δm, que ocorre na fissão de cada átomo de urânio?
   b) Supondo que toda a energia liberada por fissão no reator mencionado fosse transformada em energia elétrica, qual seria a potência de uma usina alimentada por ele?

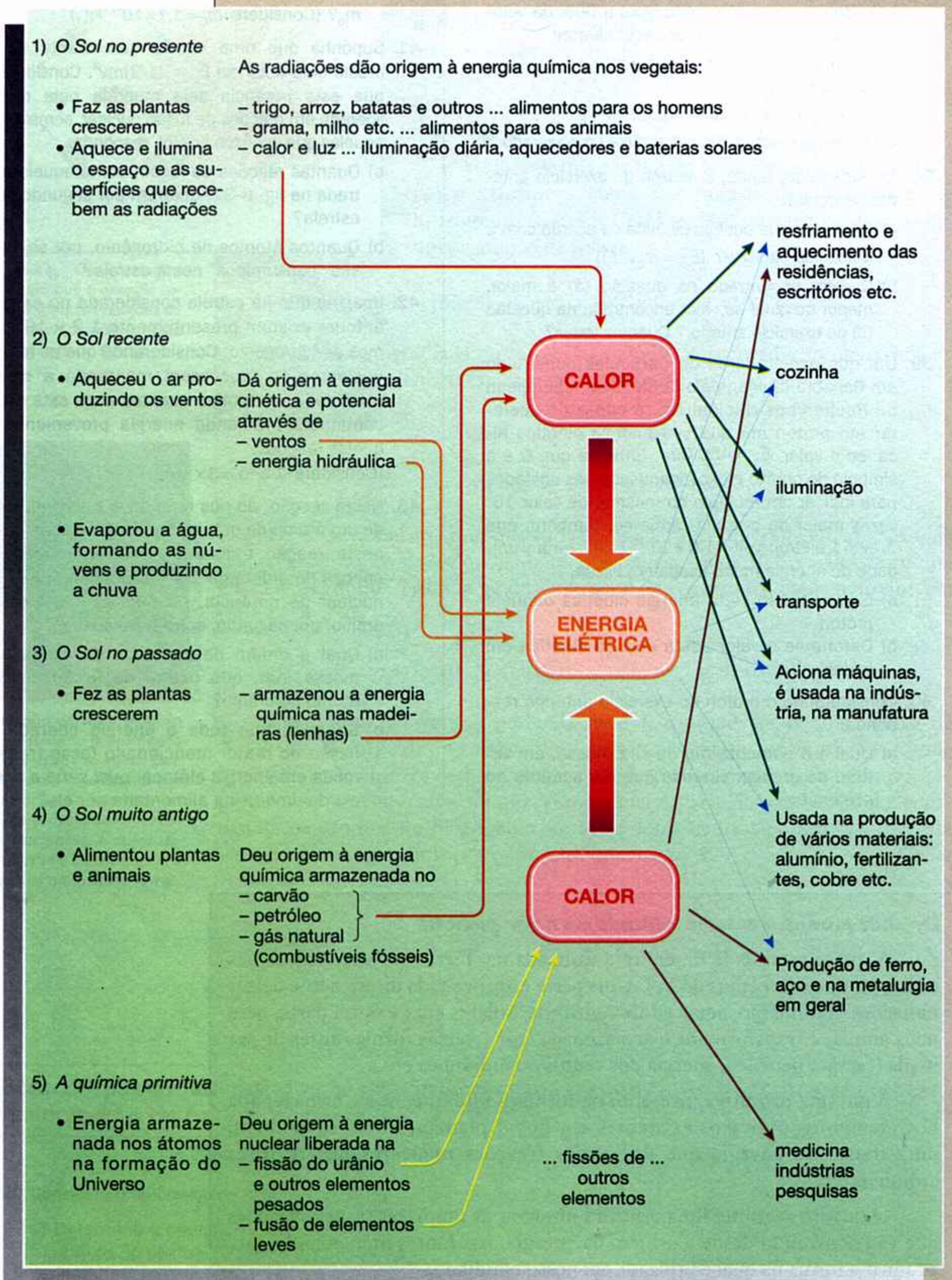
De onde provém a energia utilizada em nosso planeta

A quase totalidade de energia utilizada na Terra tem sua origem nas radiações que recebemos do Sol. Uma parte é aproveitada diretamente dessas radiações (iluminação, aquecedores e baterias solares etc.) e outra parte, bem mais ampla, é transformada e armazenada sob diversas formas antes de ser usada (carvão, petróleo, energia dos ventos ou hidráulica etc.).

A energia primitiva, presente na formação do universo e armazenada nos elementos químicos existentes em nosso planeta, fornece, também, uma fração da energia que utilizamos (reações nucleares nos reatores atômicos etc.).

O quadro seguinte lhe permitirá observar as inúmeras transformações que vão ocorrendo desde a origem da energia, nas fontes mencionadas, até adquirir a forma na qual é utilizada em nosso cotidiano.

Energia solar e energia dos átomos



reVisão

As questões seguintes foram formuladas para que você faça uma revisão dos pontos mais importantes abordados neste capítulo. Ao respondê-las, volte ao texto sempre que tiver dúvidas.

1. a) Escreva a equação que define o trabalho T realizado por uma força constante. Explique o significado de cada um dos símbolos que aparecem na equação (faça uma figura para esclarecer sua explicação).
   b) Como se denomina a unidade de trabalho no S.I.? Dê a sua definição.
   c) Em que condições uma força realiza um trabalho positivo? E um trabalho negativo? E um trabalho nulo? Dê exemplos ilustrando cada um desses casos.
   d) Quando várias forças atuam sobre um corpo, como se determina o trabalho total realizado sobre ele?
2. a) Expresse, em palavras, a definição de potência de uma força (ou de uma máquina). Escreva a expressão matemática desta definição.
   b) O trabalho é uma grandeza escalar ou vetorial? E a potência?
   c) Como se denomina a unidade de potência no S.I.? Qual é a sua definição?
3. a) Diga, com suas palavras, o que você entende por *energia*. Esta grandeza é escalar ou vetorial?
   b) Cite algumas formas de energia que sejam de seu conhecimento.
   c) Dê exemplos de situações em que uma forma de energia se transforma em outra.
4. a) Quando dizemos que um corpo possui energia cinética?
   b) Se um corpo de massa m possui uma velocidade $\vec{v}$, qual é a expressão que nos permite calcular a sua energia cinética E_c?
   c) Expresse, em palavras, a relação entre o trabalho total realizado sobre um corpo que se desloca entre dois pontos e as energias cinéticas do corpo nestes pontos. Expresse matematicamente esta relação.
5. a) O que você entende por *energia potencial*? Dê exemplos de situações em que um corpo possui energia potencial.
   b) Um corpo de massa m encontra-se a uma altura h acima de um certo nível horizontal. Qual a expressão que nos permite calcular a E_p gravitacional deste corpo em relação àquele nível?
   c) Escreva a relação matemática entre o trabalho T_{AB} realizado pelo peso de um corpo, quando ele se desloca de A para B, e as energias potenciais gravitacionais do corpo nestes pontos.
6. a) Enuncie e expresse matematicamente a lei de Hooke.
   b) Faça um desenho mostrando o aspecto do gráfico $F \times X$ (*força* × *deformação*) para uma mola.
   c) O que representa a inclinação deste gráfico?
   d) O que representa a área sob este gráfico?
7. a) Um corpo encontra-se na extremidade de uma mola cuja constante elástica é k, que apresenta uma deformação X. Qual é a expressão matemática da E_p elástica deste corpo?
   b) Seja T_{AB} o trabalho realizado por uma mola deformada ao empurrar (ou puxar) um corpo de A para B. Escreva a relação matemática entre T_{AB} e as energias potenciais elásticas do corpo em A e B.
8. a) O que são forças conservativas e forças dissipativas? Dê exemplos de ambas.
   b) A expressão $T_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$ é válida para forças conservativas? E para forças dissipativas?
   c) A expressão $T_{AB} = E_{cB} - E_{cA}$ é válida para forças conservativas? E para forças dissipativas?
9. a) O que você entende por energia mecânica (total) de um corpo?
   b) Em que condições a energia mecânica de um corpo permanece constante?
   c) Quando atuam apenas forças conservativas em um corpo, se a E_p do corpo aumenta, o que se passa com sua E_c? E se a E_p diminui?
10. a) Um corpo no qual atua uma força de atrito cinético perde toda a energia mecânica que ele possuía. Você diria que esta energia mecânica *desapareceu* ou se *transformou*? Explique.
    b) Faça um resumo explicando o que você entendeu ao ler o texto sobre o Princípio Geral de Conservação da Energia.

algumas experiências simples

Para você fazer

Primeira experiência

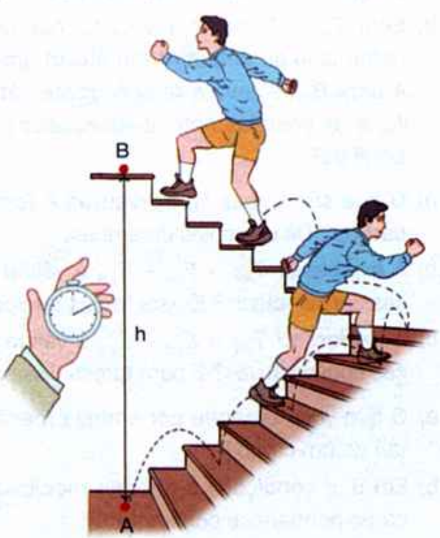
Tome uma bola (de borracha, de couro etc.) e determine sua massa m em uma balança. Solte a bola de uma altura h_1 conhecida e meça a altura h_2 à qual ela retorna após colidir com o solo. Com os valores de m, h_1 e h_2 que você mediu, responda:

a) Qual a energia potencial que a bola possuía no instante em que você a abandonou?
b) Qual o valor da energia potencial da bola quando ela retornou à altura h_2?
c) Baseando-se em suas respostas anteriores, calcule a quantidade de energia mecânica que a bola perdeu ao colidir com o solo.
d) O que ocorreu com esta energia mecânica perdida pela bola?

Repita a experiência usando bolas de outros materiais e compare os resultados, identificando a bola com a qual houve a maior perda de energia mecânica.

Segunda experiência

Esta experiência lhe permitirá determinar a potência máxima que você é capaz de desenvolver ao subir uma escada.



Segunda experiência.

Para chegar a este resultado, suba correndo uma escada, entre dois ou três andares de uma casa, por exemplo, e meça o tempo que você gastou (use um cronômetro ou um relógio que marque os segundos). Procure obter o valor da altura h de que você se elevou (veja a figura desta experiência). Como você certamente já conhece o valor de sua massa, poderá responder às questões seguintes:

a) Qual o trabalho que você realizou ao subir a escada?
b) Qual a potência desenvolvida por você ao realizar esta tarefa? Compare este valor com a potência desenvolvida por outros colegas ao realizarem a mesma tarefa.
c) Verifique qual é a potência de uma lâmpada qualquer em uso na sua casa. Quantas lâmpadas iguais a essa poderiam ser mantidas acesas usando a potência que você desenvolveu ao subir a escada?

Terceira experiência

Para analisar o consumo de energia elétrica em sua residência e ter uma idéia de quanto você paga por esta energia, siga a orientação seguinte:

1º) Consultando a última conta de energia elétrica de sua casa, anote o consumo em kWh e o preço total da conta.

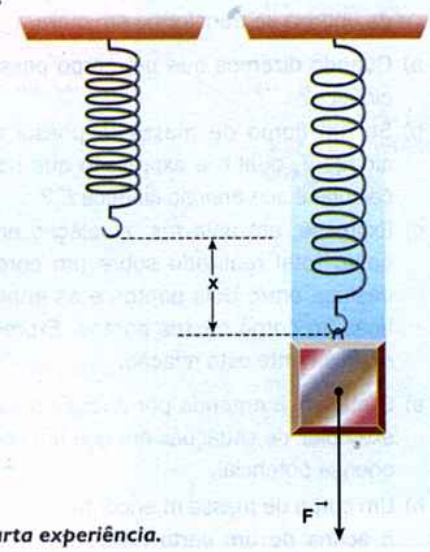
2º) Nos chuveiros elétricos vem indicada a potência que ele consome. Anote o valor da potência de seu chuveiro.

3º) Meça, aproximadamente, quanto tempo o chuveiro permanece ligado enquanto você toma seu banho. Com os dados que você colheu, responda:

a) Quanto se paga pela energia elétrica de 1 kWh em sua cidade?
b) Expresse, em kWh, o valor aproximado da energia elétrica que você consome durante um banho.
c) Qual é, então, o preço aproximado de seu banho?

Quarta experiência

Nesta experiência vamos estudar a relação entre a força que atua em uma mola (ou elástico) e a deformação que ela provoca. Para isto, proceda da seguinte maneira:



Quarta experiência.

1º) Suspenda verticalmente uma mola (ou elástico) e pendure em sua extremidade livre um corpo de massa *m* conhecida (veja a figura desta experiência). Observe a deformação *X* que o peso, $\vec{F}$, deste corpo provocou na mola (evite pendurar corpos muito pesados que poderiam provocar deformações permanentes na mola ou no elástico).

2º) Repita esta operação algumas vezes, usando corpos de massas diferentes e anote a deformação *X* correspondente a cada massa suspensa. Disponha suas medidas em uma cópia da tabela apresentada nesta experiência (lembre-se de que F = peso do corpo suspenso $= mg$).

Usando os dados desta tabela:

m (g)	*F (N)*	*X (cm)*

Quarta experiência.

a) Construa o gráfico $F \times X$. Qual a forma do gráfico obtido? Era esta a forma que você esperava?

b) Calcule, através do gráfico, a constante elástica da mola, em N/m.

c) Determine, usando o gráfico, o valor da energia potencial elástica da mola quando ela apresentava sua maior deformação.

Uma atividade interessante

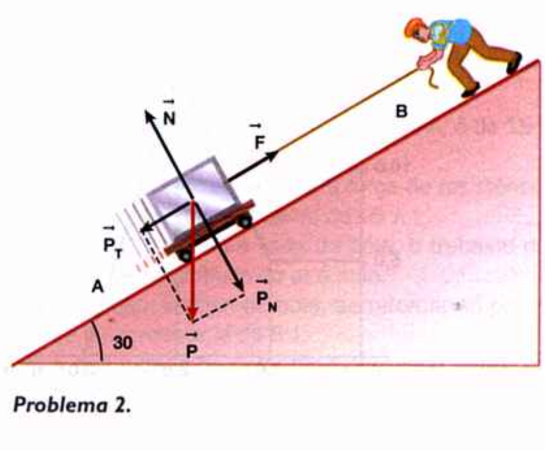
Conforme dissemos neste capítulo, o termo *energia* é, provavelmente, entre os conceitos da Física, o mais presente em nossa vida diária. As autoridades, o povo de um modo geral, as estações de TV, os jornais etc. estão constantemente envolvidos com problemas relacionados com a *energia*. Para você tomar conhecimento e começar a participar destes problemas, que indiscutivelmente também lhe dizem respeito, sugerimos realizar, individualmente ou com um grupo de colegas, a atividade seguinte:

Colecione recortes de jornais e revistas ou pequenos artigos sobre o assunto (produção de energia, reservas, consumo, poluição etc.). Faça uma exposição do seu material em um mural na sala de aula ou no saguão de sua escola. Com auxílio e orientação do professor, organize discussões em torno das idéias apresentadas no mural.

problemas e testes

1. Uma caixa-d'água, cuja capacidade é de 2 000 L, está situada a 6,0 m de altura acima de um reservatório. Uma bomba, funcionando durante 20 minutos, eleva verticalmente a água, enchendo completamente a caixa.
   a) Qual é, em newtons, o peso total da água elevada pela bomba? (Considere $g = 10$ m/s^2 e lembre-se de que a massa de 1 L de água é de 1 kg.)
   b) Qual foi o trabalho total realizado pela bomba para elevar a água até a caixa?
   c) Qual foi a potência desenvolvida pelo motor da bomba para realizar este trabalho?

2. Um menino, exercendo uma força $F = 30$ N, está puxando um carrinho cujo peso é $P = 50$ N, ao longo da rampa mostrada na figura deste problema. Desprezando o atrito entre o carro e a rampa e considerando o deslocamento $AB = 4,0$ m assinale, entre as afirmativas seguintes, aquela que está *errada*.
   a) O trabalho realizado pela reação normal $\vec{N}$ nulo.
   b) O ângulo formado pela força $\vec{F}$ com o deslocamento do carrinho é de 30°.
   c) O trabalho realizado pela componente $\vec{P}_T$ é de -100 J.
   d) O ângulo formado pela componente $\vec{P}_N$ com o deslocamento do carrinho é de 90°.
   e) O trabalho total realizado sobre o carrinho é de 20 J.



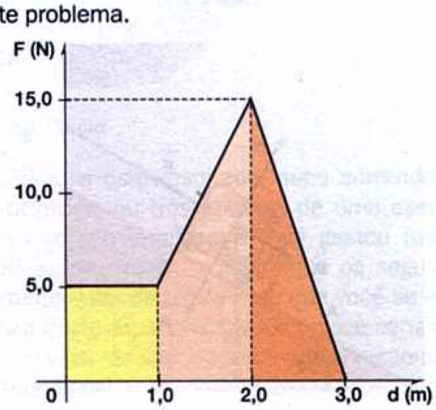
Problema 2.

3. 1 cavalo-vapor (1 cv) é uma unidade muito usada na prática para medir a potência de máquinas e motores. Sabe-se que 1 cv = 735 W.
   a) Seu colega, usando uma linguagem cotidiana, lhe informa que o motor de um carro "tem 40 cavalos" (40 cv). Qual é a potência deste motor em watts?
   b) A potência do motor de um aspirador de pó é cerca de 370 W. Expresse esta potência em cv.

4. 1 quilowatt-hora (1 kWh) é uma unidade comumente usada para medir energia elétrica. A energia de 1kWh corresponde ao trabalho de uma máquina, que desenvolve a potência de 1 kW, durante 1 hora.
   a) Determine, em joules, o valor de 1 kWh.
   b) Uma lâmpada, que consome uma potência de 100 W, permanece acesa 10 horas por dia. Qual é, em kWh, a energia elétrica consumida por esta lâmpada durante 1 dia?
   c) Se o preço de 1 kWh é cerca de R$ 0,08, o funcionamento desta lâmpada irá acrescer de quantos reais a conta mensal de energia elétrica?

5. Um caminhão carregado e um pequeno automóvel movem-se ambos com a mesma energia cinética. Entre as afirmativas seguintes, assinale aquelas que estão *corretas*.
   a) A velocidade do automóvel é maior do que a do caminhão.
   b) O trabalho que deve ser realizado para fazer parar o automóvel é menor do que o trabalho que deve ser realizado para fazer parar o caminhão.
   c) Se ambos são freados (até parar) por meio de forças de mesmo valor, a distância percorrida pelo automóvel será maior do que a percorrida pelo caminhão.
   d) Se ambos colidirem contra um muro e pararem, o trabalho realizado pelo automóvel será igual ao realizado pelo caminhão.

6. Uma força resultante $\vec{F}$ atua sobre uma partícula, em movimento retilíneo, na direção e no sentido de sua velocidade. O módulo de $\vec{F}$ varia com a posição d da partícula de acordo com o gráfico na figura deste problema.

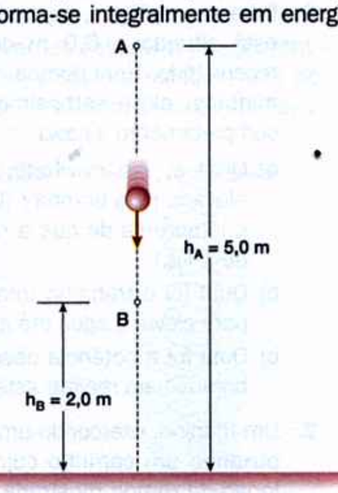


Problema 6.

   a) Qual o trabalho realizado por $\vec{F}$ quando a partícula se desloca de $d = 0$ até $d = 3,0$ m?
   b) Sabendo-se que a partícula possuía uma energia cinética de 7,5 J ao passar por $d = 0$, qual será sua energia cinética ao atingir a posição $d = 3,0$ m?
   c) É possível determinar a velocidade da partícula ao passar por $d = 3,0$ m? Explique.

7. Um fazendeiro possui, em suas terras, uma pequena queda-d'água, cuja altura é de 10 m, tendo verificado que, nesta cachoeira, caem 6,0 m^3 de água em 2,0 minutos.
   a) Qual é a energia potencial que 6,0 m^3 de água possuem quando situados no alto desta cachoeira? (Considere $g = 10$ m/s^2.)
   b) Qual o trabalho que esta massa de 6,0 m^3 de água é capaz de realizar ao chegar à base da cachoeira?
   c) O fazendeiro necessita de uma potência de 7,0 kW para a instalação elétrica de sua fazenda. Uma usina hidroelétrica, instalada nesta cachoeira, supriria as necessidades do fazendeiro?

8. Uma pedra, de massa igual a 2,0 kg, é abandonada ($v_0 = 0$) do ponto A, caindo verticalmente, como mostra a figura deste problema. Supondo que a resistência do ar *não* seja desprezível assinale, entre as afirmativas seguintes, aquelas que são *corretas*. (Considere $g = 10$ m/s^2.)
   a) A energia mecânica total da pedra, em A, é igual a 100 J.
   b) A energia mecânica total da pedra, em B, é igual a 100 J.
   c) A energia potencial da pedra, em B, é igual a 40 J.
   d) A energia cinética da pedra, em B, é igual a 60 J.
   e) A energia potencial perdida pela pedra, durante a queda, transforma-se integralmente em energia cinética.



Problema 8.

9. Uma mola, de 10,0 cm de comprimento e cuja constante elástica é k = 150N/m, está suspensa verticalmente por uma de suas extremidades.
   a) Pendurando-se na outra extremidade da mola um peso P, seu comprimento passa a ser de 13,0 cm. Qual é o valor de P?

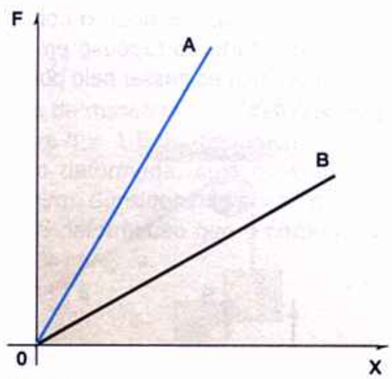
b) Qual seria o comprimento da mola se pendurássemos, em sua extremidade livre, um corpo de massa igual a 900 g? (Considere $g = 10$ m/s^2.)

c) Na questão (b), calcule a energia potencial elástica do corpo pendurado na mola.

10. A figura deste problema mostra o gráfico $F \times X$ (*força* $\times$ *deformação*) para duas molas, *A* e *B*.

a) Qual das duas molas possui constante elástica de valor mais elevado?

b) Qual é a mola mais dura?



Problema 10.

11. Uma pequena esfera, de massa $m = 2{,}0$ kg, desliza, sem atrito, ao longo do trilho *ABCD* mostrado na figura deste problema. Em *A*, a energia cinética da esfera é de 10 J e sua energia potencial vale 54 J. Quais das afirmativas seguintes estão corretas?

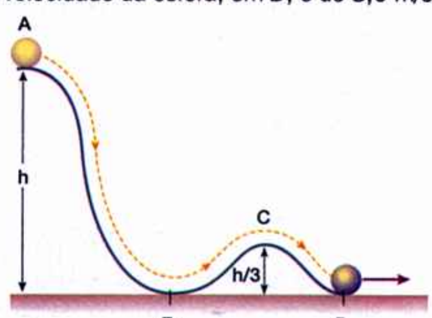
a) A energia cinética da esfera, ao passar por *B*, é de 64 J.

b) A energia potencial da esfera, em *C*, vale 18 J.

c) A energia cinética da esfera, em *C*, vale 46 J.

d) A energia mecânica total da esfera, em *D*, vale 64 J.

e) A velocidade da esfera, em *D*, é de 8,0 m/s.



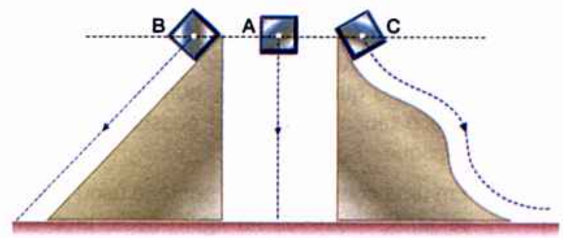
Problema 11.

12. Três objetos, *A*, *B* e *C*, partindo do repouso, caem de uma mesma altura. O objeto *A* cai verticalmente, *B* desliza ao longo de um plano inclinado sem atrito e *C* ao longo de um escorregador também sem atrito (veja a figura deste problema). Sabe-se que suas massas são tais que $m_A > m_B > m_C$.

a) Coloque em ordem crescente as energias potenciais que estes corpos possuíam no início da queda.

b) Coloque em ordem crescente as energias cinéticas que estes corpos possuem ao chegarem ao solo.

c) Sejam v_A, v_B e v_C as velocidades destes corpos ao chegarem ao solo. O valor de v_B é maior, menor ou igual a v_A? E o valor de v_C?



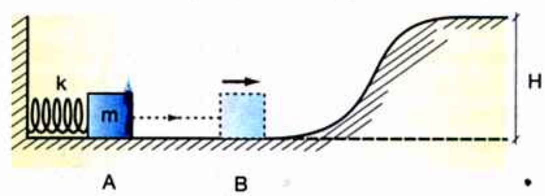
Problema 12.

13. Um bloco, de massa $m = 160$g, está encostado em uma mola, comprimida de $X = 8{,}0$ cm, como mostra a figura deste problema. Partindo do repouso em *A*, o bloco é empurrado pela mola, abandonando-a em *B* e dirigindo-se para a rampa, cuja altura máxima é $H = 50$ cm.

a) Sabendo-se que a constante da mola é $k = 200$ N/m, determine a energia potencial elástica do bloco em *A*.

b) Supondo que o atrito seja desprezível e usando a conservação da energia, mostre que o bloco não conseguirá subir até o alto da rampa.

c) Determine a altura *h* que o bloco consegue atingir ao subir a rampa. (Considere $g = 10$ m/s^2.)



Problema 13.

14. Uma bola é lançada verticalmente para cima com uma energia cinética de 15 J, a partir de um ponto *A*, subindo até um ponto *B* e retornando ao ponto de lançamento. Em *B*, a energia potencial da bola (em relação a *A*) vale 10 J. Entre as afirmativas seguintes, indique aquela que está *errada*.

a) A energia mecânica total da bola, em *A*, é de 15 J e, em *B*, é de 10 J.

b) Durante a subida da bola, a força de resistência do ar realizou um trabalho de –5 J.

c) No trajeto de ida e volta da bola, o trabalho da força de resistência do ar é nulo.

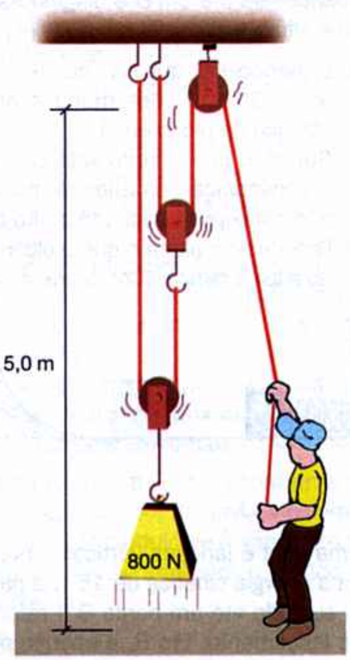
d) A energia cinética da bola, ao retornar ao ponto de lançamento, é de 5 J.

e) A quantidade de calor produzido pelo atrito, no trajeto de ida e volta da bola, foi de 10 J.

15. Um projétil, de massa igual a 1,0 kg, é lançado verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de 60 m/s. Devido ao atrito com o ar, o projétil dissipa, durante a subida, $8,0 \times 10^2$ J de sua energia sob a forma de calor.
   a) Qual é a energia potencial do projétil ao atingir a altura máxima?
   b) Qual o valor desta altura máxima? (Considere $g = 10$ m/s^2.)

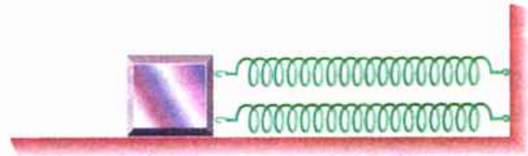
16. Um bloco de chumbo cai de uma certa altura sobre um chão duro, atingindo o repouso logo após a queda. O que aconteceu com a energia mecânica que o bloco de chumbo possuía? Desapareceu? Explique.

17. Em uma construção, um operário usou o sistema de roldanas mostrado na figura deste problema para elevar um peso de 800 N a uma altura de 5,0 m.
   a) O trabalho que ele realizou é maior, menor ou igual ao que ele realizaria se elevasse diretamente o peso?
   b) Então, qual o comprimento de corda que o operário puxou para realizar este trabalho?



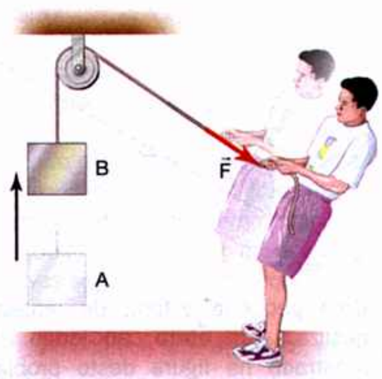
Problema 17.

18. Um bloco encontra-se preso a duas molas, de mesmo comprimento inicial e de constantes elásticas k_1 e k_2 (veja a figura deste problema).
   a) Quando o bloco estiver deslocado para a esquerda de uma distância X, qual será a força elástica resultante que atua sobre ele?
   b) Se você desejasse substituir as duas molas por uma única mola equivalente a elas, qual deveria ser o valor da constante elástica, k, desta mola equivalente?



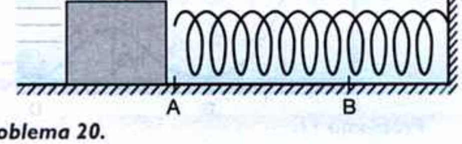
Problema 18.

19. Um corpo, de massa $m = 5,0$ kg, encontra-se suspenso em uma corda que passa por uma pequena roldana sem atrito (veja a figura deste problema). Na outra extremidade da corda, uma pessoa exerce uma força de 100 N e puxa 2,0 m de corda, elevando o corpo de A para B. Se o corpo parte do repouso em A, qual é a sua energia cinética ao passar pelo ponto B? Considere $g = 9,8$ m/s^2.



Problema 19.

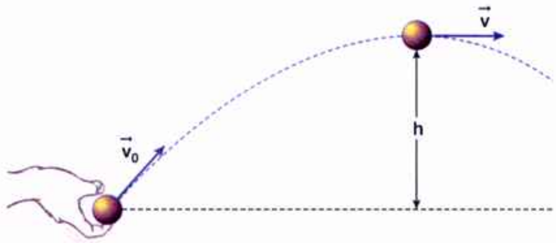
20. Um corpo, de massa $m = 2,0$ kg, move-se sobre uma superfície horizontal *com* atrito, indo de encontro a uma mola cuja constante elástica é $k = 100$ N/m (veja a figura deste problema). A velocidade do corpo imediatamente antes de atingir a mola é $v = 3,0$ m/s (ponto A). O corpo comprime a mola de $X = 40$ cm, chegando ao repouso no ponto B.
   a) Qual o trabalho realizado pelo atrito no deslocamento do corpo de A até B?
   b) Supondo que o corpo, após atingir o repouso, seja empurrado pela mola de volta ao ponto A, qual será sua energia cinética ao abandonar a mola?



Problema 20.

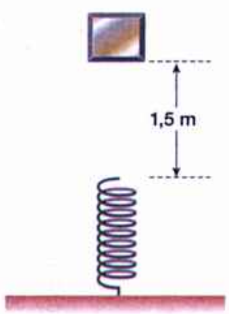
21. Um bloco, de massa $m = 100$ kg, cai de uma altura $h = 5,0$ m sobre uma estaca (bate-estaca). Supondo que toda a energia do bloco seja transferida para a estaca e sabendo-se que ela penetra 10 cm no chão, calcule a força com que o solo se opõe à sua penetração. Considere $g = 9,8$ m/s^2.

22. Um projétil é lançado com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ e passa pelo ponto mais alto de sua trajetória com uma velocidade $\vec{v}$ (veja a figura deste problema). Despreze a resistência do ar e, usando a conservação da energia, calcule o valor de $\vec{v}$.



Problema 22.

23. Um corpo de massa $m = 2{,}0$ kg é abandonado de uma altura $h = 1{,}5$ m, diretamente acima de uma mola não deformada, cuja constante elástica é $k = 200$ N/m. Considerando $g = 10$ m/s^2, determine a máxima deformação que o corpo provocará na mola, após atingi-la.



Problema 23.

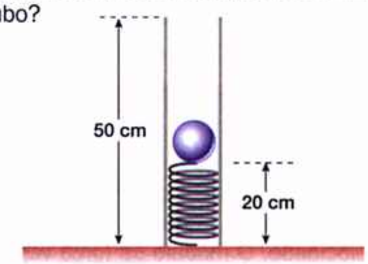
24. Uma pessoa atira uma pedra verticalmente para baixo, com uma velocidade inicial $v_0 = 4{,}0$ m/s, de uma janela situada a uma altura $h = 6{,}0$ m acima do solo. Desprezando a resistência do ar e considerando a massa da pedra $m = 1{,}0$ kg, determine o valor de sua energia cinética ao atingir o solo.

25. Um menino desliza ao longo de um escorregador, semelhante àquele da fig. 8-26, partindo do repouso no ponto A. Suponha que 20% da energia mecânica do menino seja dissipada por forças de atrito. Sendo $h = 4{,}0$ m e $g = 10$ m/s^2, calcule a velocidade deste menino ao chegar à base do escorregador.

26. No problema 13, suponha que a mola tenha sido comprimida de $X = 10{,}0$ cm e que 10% da energia mecânica do bloco seja dissipada em seu percurso ao longo da superfície mostrada na figura. Determine a energia cinética deste bloco quando ele chega no alto da rampa.

27. Uma mola de 30 cm de comprimento (não deformada) está presa no fundo de um tubo vertical, liso, de 50 cm de altura. Comprime-se a mola até que seu comprimento se reduza a 20 cm e coloca-se sobre ela uma pequena esfera de massa $m = 10$ g (veja a figura deste problema). Abandonando-se a mola, ela se distende empurrando a esfera, que sobe atingindo uma altura de 1,0 m acima da extremidade superior do tubo. Considerando $g = 10$ m/s^2 e desprezando as forças de atrito, responda:

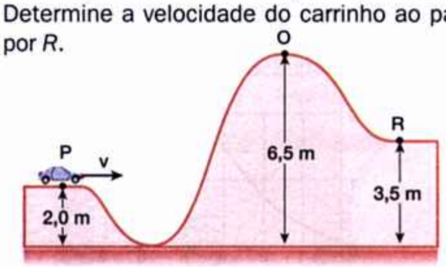
a) Qual é o valor da constante elástica da mola?
b) Qual é a velocidade com que a esfera abandona o tubo?



Problema 27.

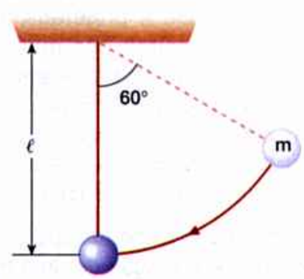
28. Um carrinho de massa $m = 2{,}0$ kg move-se, sem atrito, ao longo da superfície mostrada na figura deste problema, passando pelo ponto P com uma velocidade $v = 10$ m/s (considere $g = 10$ m/s^2).

a) Mostre que o carrinho alcançará o ponto R.
b) Determine a velocidade do carrinho ao passar por R.



Problema 28.

29. Uma pedra, de massa m, está oscilando como um pêndulo, partindo do repouso de uma posição na qual o fio forma um ângulo de 60° com a vertical (veja a figura deste problema). Calcule a tensão no fio quando a pedra passa pela posição mais baixa de sua trajetória (expresse a resposta em função do peso mg da pedra).



Problema 29.

30. Uma bala de revólver, cuja massa é de 20 g, tem uma velocidade de 100 m/s ao atingir um bloco fixo de madeira, no qual penetra 5,0 cm, até parar. Determine o valor da força de resistência média que o bloco oferece à penetração da bala.

questões de vestibular

As questões de vestibular se encontram no final do livro.

problemas suplementares

1. Uma partícula desloca-se em linha reta sob ação de uma força, $\vec{F}$, que atua paralelamente à sua velocidade. O módulo da força varia com a distância, *d*, de acordo com o gráfico mostrado na figura deste problema.
   a) Qual o trabalho correspondente à área de cada retângulo da figura?
   b) Qual é o valor aproximado do trabalho realizado pela força desde $d = 0$ até $d = 9$ m?
   c) Qual é a variação da energia cinética da partícula no deslocamento considerado?

Problema suplementar 1.

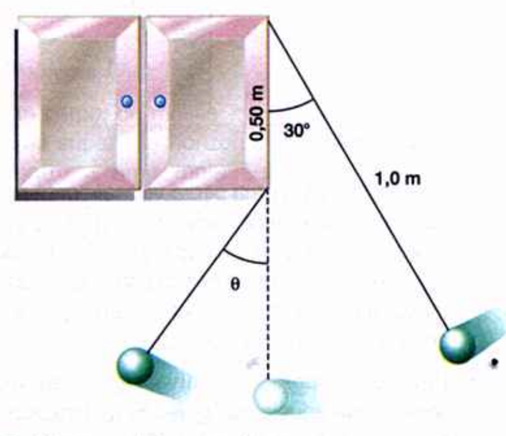
2. Uma bola de futebol é lançada com uma energia cinética inicial E_{co} e com um ângulo de lançamento de 45°. Despreze a resistência do ar e calcule, em função de E_{co}, a energia cinética da bola ao passar pelo ponto mais alto de sua trajetória.

3. Uma escada rolante transporta passageiros entre dois pisos separados por uma distância vertical de 10 m. Ela é projetada para transportar até 200 passageiros por minuto. Supondo que a massa média dos passageiros seja de 60 kg, calcule a potência que deve ter o motor que movimenta esta escada, supondo que metade do trabalho que ele realiza seja dissipado em calor (considere $g = 10$ m/s^2).

4. Suponha um corpo, deslocando-se em movimento retilíneo sob a ação de uma força $\vec{F}$, paralela e no mesmo sentido de sua velocidade. Mostre que a potência da força $\vec{F}$, em um instante qualquer no qual a velocidade do corpo seja $\vec{v}$, é dada por $P = F \cdot v$. (Sugestão: para calcular P considere um intervalo de tempo Δt infinitesimal, no qual F e v possam ser consideradas constantes.)

5. Um carro, em uma estrada horizontal, desenvolve uma velocidade constante de 20 m/s. A resultante das forças de resistência ao seu movimento vale 800 N. Qual é, então, a potência necessária para manter o carro em movimento?

6. Um pêndulo de 1,0 m de comprimento é amarrado no alto de um armário, sendo mantido inicialmente formando um ângulo de 30° com a vertical, como mostra a figura deste problema. Abandonando o pêndulo, qual será o ângulo θ que a corda irá formar com a vertical, quando a massa suspensa atingir o ponto mais alto, sob o armário? Despreze os efeitos do atrito.



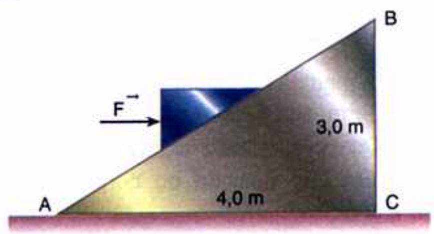
Problema suplementar 6.

7. Uma bola de borracha de massa igual a 1,0 kg é abandonada de uma altura igual a 0,50 m. Em cada colisão com o solo ela perde 60% de sua energia. Qual a altura que a bola atinge após sua segunda colisão com o solo?

   (Considere $g = 10$ m/s^2 e despreze o atrito com o ar.)

8. Um projétil de 30 g de massa, com velocidade de 400 m/s, incide perpendicularmente em uma placa de madeira de 15 cm de espessura. A placa exerce uma força de resistência ao movimento do projétil, cujo valor médio é de $4,0 \times 10^3$ N. Qual a velocidade do projétil no momento em que ele abandona a placa?

9. Um corpo, de peso igual a 20 N, é empurrado de *A* até *B* ao longo do plano inclinado mostrado na figura deste problema, por uma força horizontal $F = 25$N. Supondo que o corpo partiu do repouso em *A* e desprezando as forças de atrito, determine a energia cinética com que ele chega em *B*.



Problema suplementar 9.

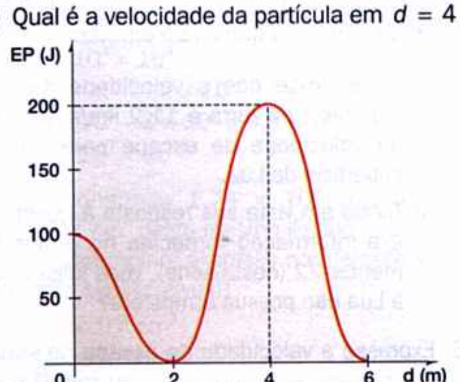
Os problemas 10, 11 e 12, a seguir, referem-se à situação examinada na Questão de Vestibular 29 deste capítulo, no final do livro.

10. Qual é o módulo da resultante das forças que atuam no corpo no ponto *C*?

11. Qual é o valor da reação normal do trilho sobre o corpo:
   a) no ponto *B*?
   b) no ponto *D*?

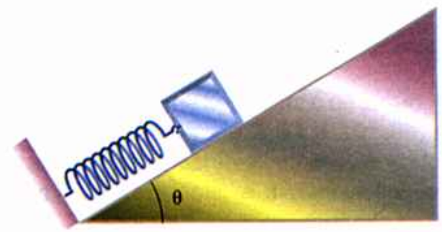
12. Qual deve ser o mínimo valor da altura *h* (em função de *R*) para que o corpo passe pelo ponto *D* sem exercer compressão sobre o trilho?

13. A figura deste problema mostra a variação da energia potencial de uma partícula que se desloca em uma linha reta, em função da distância *d* contada a partir de uma origem 0 desta reta. Suponha que sobre a partícula atuem somente forças conservativas e que sua energia mecânica total, em $d = 0$, valha 200 J.
   a) Qual é a energia cinética da partícula em $d = 0$?
   b) Qual é a energia mecânica da partícula em $d = 2$ m?
   c) Qual é a velocidade da partícula em $d = 4$ m?



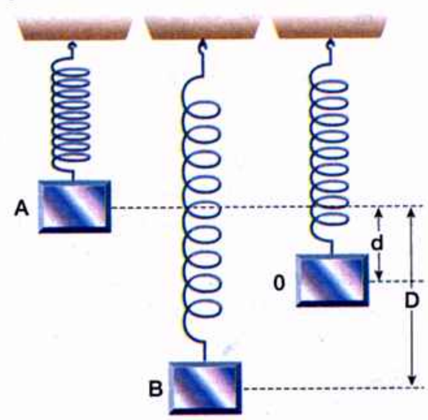
Problema suplementar 13.

14. A figura deste problema mostra uma mola, de constante elástica 100 N/m, e cujo comprimento, quando ela não está deformada, é de 60 cm. A mola está presa à base de um plano inclinado liso, que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Uma pessoa comprime a mola de 40 cm e encosta a ela um corpo de peso igual a 10 N, mantendo-a com esta compressão. Se o conjunto é abandonado pela pessoa, qual será a energia cinética do bloco no instante em que ele perde contato com a mola?



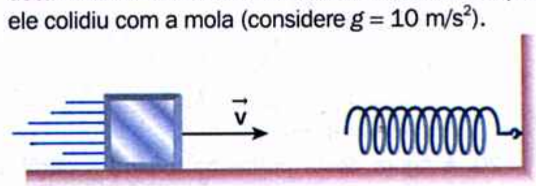
Problema suplementar 14.

15. Se prendermos um corpo à extremidade de uma mola vertical não distendida (posição *A* da figura deste problema) e o deixarmos baixar lentamente, verificamos que o corpo fica em repouso quando a mola estiver distendida de $d = 15$ cm (ponto *O* da figura). Em uma segunda experiência, deixamos o corpo cair, a partir do repouso, do ponto *A*, e verificamos que, neste caso, o corpo distende a mola até o ponto *B*, provocando nela uma deformação máxima *D*. Calcule o valor de *D*.



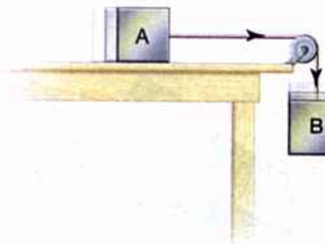
Problema suplementar 15.

16. Um bloco de massa igual a 1,0 kg colide com uma mola horizontal, cuja constante elástica vale 20 N/m (veja a figura deste problema), comprimindo-a de 40 cm. Supondo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície horizontal valha 0,30, determine a velocidade do bloco no instante em que ele colidiu com a mola (considere $g = 10$ m/s²).



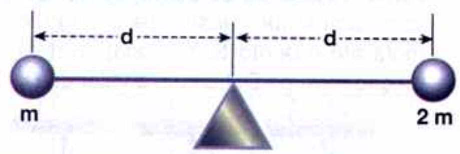
Problema suplementar 16.

17. No sistema mostrado na figura deste problema, a roldana e a corda têm massas desprezíveis e tanto a roldana quanto o tampo da mesa não apresentam atrito. Supondo que o sistema seja liberado do repouso, use a conservação da energia para calcular as velocidades dos corpos *A* e *B*, após o corpo *B* descer uma distância $d = 2,0$ m. Considere $m_A = 2,0$ kg, $m_B = 3,0$ kg e $g = 10$ m/s^2.



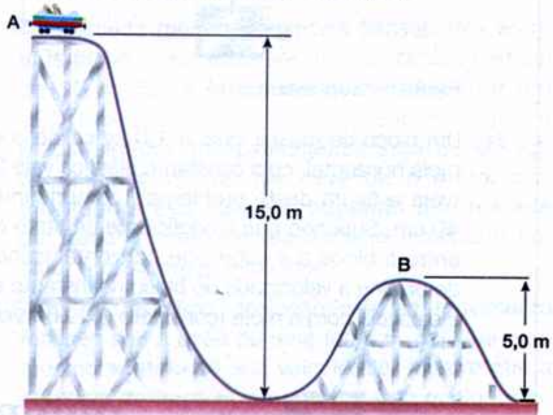
Problema suplementar 17.

18. Um bastão de peso desprezível tem presas em suas extremidades as massas *m* e 2 *m*, estando articulado sem atrito em seu centro (veja a figura deste problema). O bastão está mantido na posição horizontal, sendo então liberado a partir do repouso. Qual é a velocidade de cada massa quando o bastão passar pela posição vertical?



Problema suplementar 18.

19. Um corpo de massa igual a 400 g está preso à extremidade inferior de uma mola, suspensa verticalmente, cuja constante elástica vale 20 N/m. Abandona-se o corpo a partir do repouso, de uma posição na qual a mola não está deformada. Calcule a velocidade do corpo quando ele atinge a superfície de uma mesa, situada 20 cm abaixo do ponto do qual o corpo foi abandonado (considere $g = 10$ m/s^2).



Problema suplementar 20.

20. A figura deste problema mostra o perfil de uma montanha-russa, na qual cada carro parte do repouso da posição *A* e desloca-se com atrito desprezível. Por questão de segurança deseja-se que o carro passe por *B* sem perder contato com o trilho. Qual deve ser o mínimo valor do raio da curva em *B*, para que isto ocorra?

21. Considere a equação $E_p = -\dfrac{GMm}{r}$, apresentada na secção 8.7 e responda:

a) À medida que o corpo de massa *m* se afasta da Terra, sua E_p aumenta ou diminui?

b) Qual o valor máximo de E_p?

c) Em que posição do corpo ocorre este valor máximo?

22. Conforme estudaremos no capítulo 11, em uma mistura de gases, como o ar, por exemplo, as moléculas se movimentam incessantemente e em uma dada temperatura todas elas possuem a mesma energia cinética média.

a) Considerando as moléculas de hélio, oxigênio e nitrogênio, existentes em uma certa região da atmosfera, com temperatura uniforme, qual delas possui a maior velocidade média?

b) Tendo em vista a resposta da questão anterior, procure explicar por que o gás hélio é muito raro na atmosfera terrestre.

23. Um satélite, de massa *m*, encontra-se em órbita circular de raio *r*, em torno do centro da Terra, cuja massa é *M*. Calcule a energia mecânica total, *E*, deste satélite, expressando sua resposta em termos de *G*, *M*, *m* e *r*.

24. Suponha que um corpo fosse lançado verticalmente para cima com uma velocidade v_0 igual à metade da velocidade de escape. Desprezando a resistência do ar calcule a altura, *h*, acima da superfície da Terra, que o corpo atingirá. Expresse sua resposta em função do raio, *R*, da Terra.

25. Sabe-se que a massa da Lua é 81 vezes menor do que a massa da Terra e que o seu raio é cerca de 6 vezes menor do que o raio terrestre.

a) Sabendo-se que a velocidade de escape na superfície da Terra é 11,2 km/s, calcule o valor da velocidade de escape para um corpo na superfície da Lua.

b) Tendo em vista sua resposta à questão anterior e a informação fornecida no problema suplementar 22 (desta série), você julga razoável que a Lua não possua atmosfera?

26. Expresse a velocidade de escape na superfície de um planeta em função de seu raio *R* e da aceleração da gravidade, *g*, na superfície deste planeta.

ular questões de vestibular questões de vestibu

As questões seguintes foram selecionadas em provas de concursos vestibulares das principais universidades e faculdades de vários estados brasileiros. Seu objetivo é transmitir ao estudante uma idéia de como são formuladas as provas de Física dos exames vestibulares em nosso país.

CAPÍTULO I – Algarismos significativos

1. Considerando seus conhecimentos sobre a notação de potências de 10, marque a opção *errada*:

a) $2\,434 = 2{,}434 \times 10^3$
b) $0{,}00025 = 2{,}5 \times 10^{-4}$
c) dois milhões $= 2 \times 10^6$
d) um centésimo $= 10^{-2}$
e) oitenta e sete mil $= 8{,}7 \times 10^3$

2. Assinale o resultado da operação seguinte:

$$\frac{10^3 \times (10^2)^3 \times \sqrt{10^{-6}}}{10^{-5}}$$

a) 10^{11}
b) 10^8
c) 10
d) 10^{-2}
e) 10^{-3}

3. Dadas as potências 8×10^2, 6×10^{-5}, 10^2, 5×10^4 e 2×10^{-2}, é correto concluir que:

a) $8 \times 10^2 > 5 \times 10^4 > 10^2 > 6 \times 10^{-5} > 2 \times 10^{-2}$
b) $5 \times 10^4 > 8 \times 10^2 > 10^2 > 2 \times 10^{-2} > 6 \times 10^{-5}$
c) $5 \times 10^4 > 8 \times 10^2 > 6 \times 10^{-5} > 2 \times 10^{-2} > 10^2$
d) $8 \times 10^2 > 6 \times 10^{-5} > 5 \times 10^4 > 2 \times 10^{-2} > 10^2$
e) $6 \times 10^{-5} > 5 \times 10^4 > 8 \times 10^2 > 2 \times 10^{-2} > 10^2$

4. Das igualdades abaixo, assinale a que não for correta:

a) $10^8 + 10^7 = 10^{15}$
b) $10^8 : 10^4 = 10^4$
c) $10^{15} + 10^{15} = 2 \times 10^{15}$
d) $3{,}4 \times 10^7 - 3 \times 10^6 = 3{,}1 \times 10^7$
e) $10^8 \times 10^7 = 10^{15}$

5. Se adicionarmos $1{,}74 \times 10^5$ cm³ de água a $2{,}3 \times 10^3$ cm³ deste mesmo líquido, o volume total obtido será melhor expresso por (lembre-se dos algarismos significativos):

a) $1{,}97 \times 10^5$ cm³
b) $1{,}97 \times 10^3$ cm³
c) $1{,}97 \times 10^8$ cm³
d) $1{,}76 \times 10^5$ cm³
e) $1{,}76 \times 10^3$ cm³

6. A distância média do Sol à Terra é de $1{,}496 \times 10^8$ km e a da Terra à Lua, de $3{,}84 \times 10^5$ km. Quando estes três astros estão alinhados, ficando a Terra entre os outros dois, a distância do Sol à Lua será:

a) $5{,}336 \times 10^8$ km
b) $5{,}336 \times 10^5$ km
c) $1{,}500 \times 10^8$ km
d) $5{,}34 \times 10^8$ km
e) $5{,}34 \times 10^5$ km

7. Desejamos expressar $2{,}34$ m² em cm², sem deixar dúvidas quanto aos algarismos significativos. Assinale a opção adequada:

a) $2{,}34$ m² $= 234$ cm²
b) $2{,}34$ m² $= 2\,340$ cm²
c) $2{,}34$ m² $= 2{,}34 \times 10^4$ cm²
d) $2{,}34$ m² $= 2{,}34 \times 10^2$ cm²
e) $2{,}34$ m² $= 23\,400$ cm²

8. A medida de 4,7 kg foi obtida para a massa de um corpo. Uma maneira correta de expressar essa medida, em gramas, considerando os algarismos significativos, é:

a) 4,700 g
b) 0,047 g
c) $4{,}7 \times 10^3$ g
d) $47{,}0 \times 10^2$ g
e) $4{,}7 \times 10^{-3}$ g

9. A freqüência, v, do fóton emitido por um átomo ao sofrer uma transição, na qual sua energia muda de E_2 para E_1, é dada pela fórmula:

$$v = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

Para $E_2 = 1{,}4 \times 10^4$ eV
$E_1 = 0$
$h = 4{,}14 \times 10^{-15}$ eV · s

o valor de v, que pode ser calculado com o número correto de algarismos significativos, é:

a) $3{,}4 \times 10^{18}$ s⁻¹
b) $0{,}34 \times 10^{-11}$ s⁻¹
c) $3{,}382 \times 10^{18}$ s⁻¹
d) $0{,}3382 \times 10^{19}$ s⁻¹
e) $0{,}338 \times 10^{-11}$ s⁻¹

10. A aceleração da gravidade pode ser calculada pela fórmula

$$g = \frac{MG}{R_T^2}, \text{ onde}$$

$M = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

$R_T = 6{,}34 \times 10^6$ m

O valor de g, que pode ser calculado com os dados fornecidos, com o número correto de algarismos significativos, é:

a) $1{,}00 \times 10$ m/s^2
b) $0{,}01 \times 10^3$ m/s^2
c) 1×10 m/s^2
d) $0{,}1 \times 10^2$ m/s^2
e) $0{,}001 \times 10^4$ m/s^2

As questões **11**, **12** e **13** referem-se ao enunciado seguinte:

Estimativas razoáveis mostram que o oceano contém um total aproximado de $1{,}5 \times 10^{19}$ kg de sódio. Além disso avalia-se que os rios levam ao oceano sais que aumentam a massa total de sódio na água do oceano de $1{,}5 \times 10^{11}$ kg por ano.

11. Baseando-se nos dados acima pode-se concluir que a idade do oceano é da ordem de:

a) 10^{17} anos
b) $10^{1,73}$ anos
c) 10^{209} anos
d) 10^{8} anos
e) 10^{30} anos

12. A massa total de sódio no oceano poderia ser determinada conhecendo-se a concentração de sódio na água do oceano e:

a) A área total da superfície do oceano.
b) O volume total de água no oceano.
c) A diferença entre a densidade da água pura e da água do oceano.
d) A densidade da água do oceano.
e) A densidade da água pura.

13. Determinação da idade das rochas mais antigas da Terra, por processos radiativos, indica uma idade de cerca de 5×10^9 anos e por observações astronômicas a idade do Universo é avaliada em 5×10^9 anos. Comparando esses resultados com os obtidos pelo método do sódio no oceano, é *certo* concluir que:

a) A determinação da idade da Terra e da idade do oceano estão necessariamente erradas.
b) A Terra é certamente mais velha que o oceano.
c) A determinação da idade do oceano está errada.
d) A determinação, pelo método radiativo, da idade da Terra está errada.
e) As conclusões acima não poderiam ser tiradas apenas por comparação dos dados fornecidos.

CAPÍTULO 2 – Movimento retilíneo

1. Suponha que um colega, não muito "forte" em Física, olhando os companheiros já assentados em seus lugares, tenha começado a recordar seus conceitos de movimento, antes do início desta prova. Das afirmações seguintes, formuladas "afobadamente" na mente de seu colega, a *única* correta é:

a) Eu estou em repouso em relação aos meus colegas, mas todos nós estamos em movimento em relação à Terra.
b) Como não há repouso absoluto, nenhum de nós está em repouso, em relação a nenhum referencial.
c) Mesmo para o fiscal, que não pára de andar, seria possível achar um referencial em relação ao qual ele estivesse em repouso.
d) A trajetória descrita por este mosquito, que não pára de me amolar, tem uma forma complicada, qualquer que seja o referencial do qual ela seja observada.
e) A velocidade de todos os estudantes que eu consigo enxergar agora, assentados em seus respectivos lugares, é nula para qualquer observador humano.

2. Dois carros A e B deslocam-se no mesmo sentido, em linha reta, um ao lado do outro, ambos a 80 km/h. Em relação ao motorista do carro A, podemos afirmar que o carro B está:

a) Parado.
b) Com $v = 60$ km/h.
c) Com $v = 80$ km/h.
d) Com $v = 160$ km/h.
e) Se movendo para trás.

3. Dois carros percorrem uma estrada, separados pela distância de 50 m, com a mesma velocidade constante de 15 m/s. Um terceiro carro percorre a mesma estrada, no mesmo sentido que os dois primeiros, com velocidade de 20 m/s. Qual é o intervalo de tempo que separa as duas ultrapassagens do terceiro carro pelo primeiro e segundo, respectivamente:

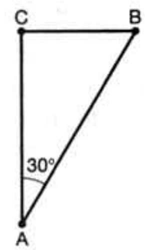
a) 20 s
b) 20/7 s
c) 40 s
d) 10 s
e) 10/7 s

4. Uma rua EF é reta e tem 4,0 km de comprimento. Um carro A, com velocidade constante de módulo 20 m/s, parte da extremidade E indo para a extremidade F e outro carro B, com velocidade constante de módulo 25 m/s, parte de F indo para E, 20 s depois da partida de A. Com relação a este enunciado, podemos afirmar que os carros A e B se cruzam:

a) 44 s após a partida de A, num ponto mais próximo da extremidade E.
b) 80 s após a partida de B, no ponto médio da rua EF.
c) 100 s após a partida de B, num ponto mais próximo da extremidade E.
d) 100 s após a partida de A, num ponto mais próximo da extremidade F.
e) 89 s após a partida de A.

5. Um avião dirige-se de *B* para *C*. Uma pessoa em *A* ouve o barulho do avião emitido em *B* justamente quando o avião está em *C*. Nestas condições, se a velocidade do som vale 340 m/s, a velocidade do avião era:

a) 170 m/s
b) 340 m/s
c) 680 m/s
d) Nenhuma dessas.



Questão 5.

6. Dois trens, um de 120 m e outro de 90 m de comprimento, movimentam-se em sentidos opostos em trilhos retos e paralelos com velocidades de módulos constantes e iguais a 20 m/s e 10 m/s, respectivamente. O tempo necessário para um trem passar totalmente pelo outro é:

a) 21 s b) 9,0 s c) 7,0 s d) 6,0 s e) 4,0 s

7. Um automóvel percorre a estrada *ABC* mostrada na figura ao lado, da seguinte maneira: trecho *AB* = velocidade média de 60 km/h durante 2 horas; trecho *BC* = velocidade média de 90 km/h durante 1 hora. A velocidade média do automóvel no percurso *AC* será:

a) 75 km/h
b) 70 km/h
c) 65 km/h
d) Nenhuma dessas.

Questão 7.

8. Um trenzinho de brinquedo move-se com velocidade constante de 3 m/s, durante 20 s. Após parar na estação durante 10 s, continua viajando mais 30 s, com uma velocidade constante de 2 m/s. A sua velocidade média durante toda a viagem foi de:

a) 2,5 m/s
b) 2,0 m/s
c) 3,4 m/s
d) 3,0 m/s
e) 5,0 m/s

9. Uma patrulha rodoviária mede o tempo que cada veículo leva para percorrer um trecho de 400 m da estrada. Um automóvel percorre a primeira metade do trecho com velocidade de 140 km/h. Sendo de 80 km/h a velocidade limite permitida, qual deve ser a maior velocidade média do carro na segunda metade do trecho, para evitar ser multado?

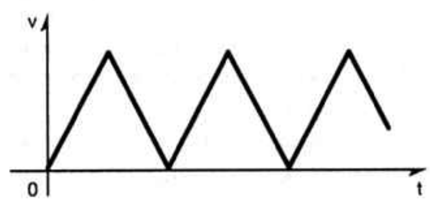
a) 20 km/h
b) 48 km/h
c) 56 km/h
d) 60 km/h
e) 80 km/h

10. Durante uma gincana, um candidato, residente em *M*, deve ir à cidade *N* cumprir uma tarefa e voltar a *M*. O regulamento lhe permite duas alternativas: ir desenvolvendo uma velocidade média de 60 km/h e voltar com uma média de 40 km/h ou ir e voltar com a mesma média de 50 km/h. Para ser mais rápido, o candidato:

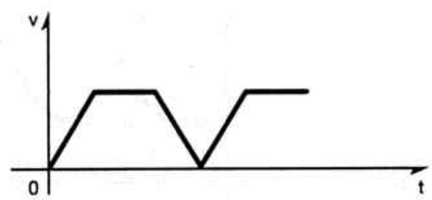
a) Poderá escolher qualquer uma das alternativas, pois a velocidade média em ambas será a mesma.
b) Deverá descobrir, exatamente, a distância entre as duas cidades, pois só depois de possuir este dado é que ele terá condições de saber qual o esquema mais rápido.
c) Deverá estudar bem os diversos trechos da estrada e os recursos que seu carro lhe oferece, pois uma certa distância pode ser percorrida com uma dada velocidade média em tempos variáveis, dependendo da habilidade do motorista.
d) Deverá optar pela primeira alternativa.
e) Deverá optar pela segunda alternativa.

11. Qual dos gráficos abaixo representa melhor a velocidade *v*, em função do tempo *t*, de uma composição do metrô em viagem normal, parando em várias estações?

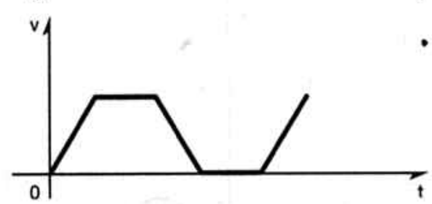
(a)



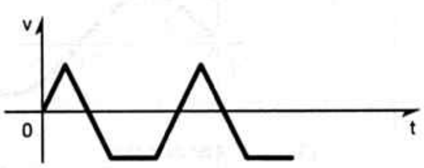
(b)



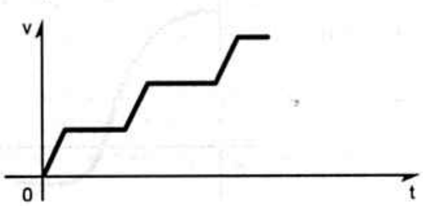
(c)



(d)

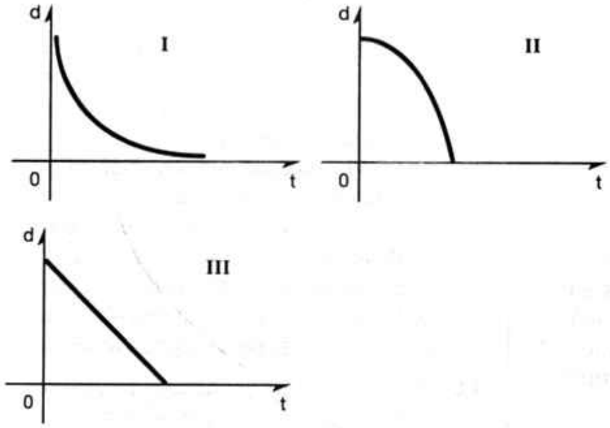


(e)



12. Os gráficos abaixo referem-se às distâncias percorridas por três móveis à medida que o tempo passa. Podemos afirmar que o módulo da velocidade diminui em:

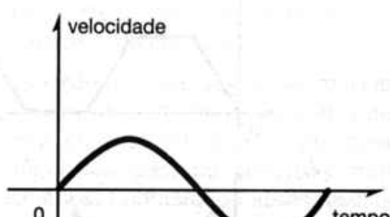
a) I
b) II
c) III
d) I, II e III
e) Nenhum dos movimentos.

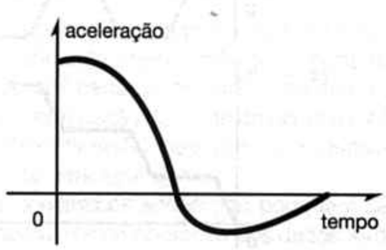


13. Ao observar o movimento de um corpo que se desloca sempre numa mesma direção e num mesmo sentido, um aluno levantou os seguintes gráficos. Qual ou quais dentre os gráficos abaixo podem representar corretamente o movimento em questão?

a) Apenas o gráfico 1.
b) Apenas o gráfico 2.
c) Apenas o gráfico 3.
d) Apenas os gráficos 2 e 3.
e) Todos os gráficos.

(1)

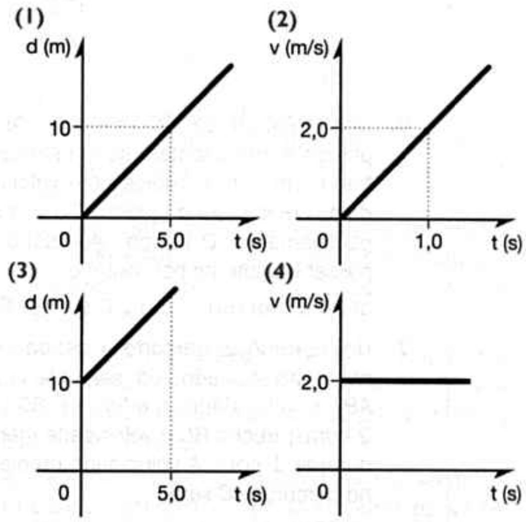

(2)


(3)


14. Um veículo parte do repouso em movimento retilíneo e acelera a 2 m/s². Pode-se dizer que sua velocidade e a distância percorrida, após 3 segundos, valem, respectivamente:

a) 6 m/s e 9 m
b) 6 m/s e 18 m
c) 3 m/s e 12 m
d) 12 m/s e 36 m
e) 2 m/s e 12 m

15. Dos gráficos *distância* × *tempo* e *velocidade* × *tempo* abaixo, aqueles que representam um mesmo movimento retilíneo são:



a) 1 e 4
b) 3 e 2
c) 3 e 4
d) 1 e 3
e) 1 e 2

16. Duas esferas, E_1 e E_2, de raio 0,10 m cada uma e de pesos P_1 e P_2, são abandonadas de uma altura de 3 m, no mesmo lugar e ao mesmo tempo. Pode-se afirmar que (desprezando-se a resistência do ar):

a) E_1 e E_2 chegarão juntas ao chão somente se $P_1 = P_2$.
b) Se P_1 for maior que P_2, E_1 chegará ao chão primeiro que E_2.
c) E_1 e E_2 chegarão juntas ao chão, mesmo se seus pesos forem diferentes.
d) A esfera que tiver maior densidade chegará primeiro ao chão.
e) Se P_1 for maior que P_2, E_2 chegará primeiro ao chão.

17. O gato consegue sair ileso de muitas quedas. Suponha que a maior velocidade com a qual ele possa atingir o solo sem se machucar seja de 8 m/s. Então, desprezando-se a resistência do ar, a altura máxima de queda, para que o gato nada sofra, deve ser:

a) 3,2 m
b) 6,4 m
c) 10 m
d) 8 m
e) 4 m

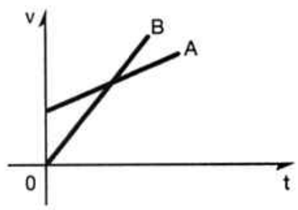
18. Suponha que um atleta esteja treinando salto com vara. Partindo do repouso ele percorre uma certa distância, ao fim da qual a sua velocidade vale

10 m/s. Se nesse momento ele salta, a altura máxima que ele pode atingir, pelo menos teoricamente, é:

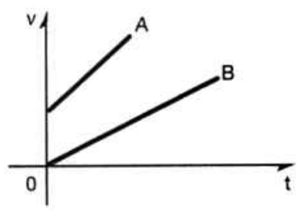
a) 2,0 m c) 5,0 m e) 7,0 m
b) 3,5 m d) 6,5 m

19. Dois corpos partem em queda livre no mesmo instante. Ao corpo *A* é aplicada uma velocidade inicial para baixo, enquanto *B* parte do repouso. Se *A* é mais pesado que *B*, temos o seguinte gráfico *velocidade* × *tempo*:

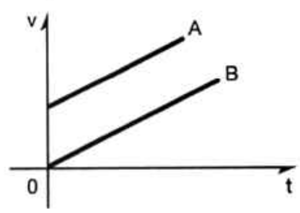
(a)



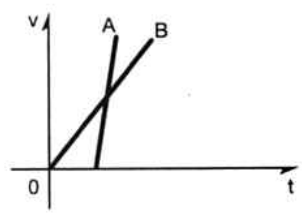
(b)



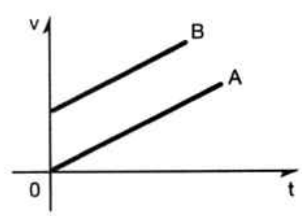
(c)



(d)



(e)



20. Um garoto está em uma ponte, sobre uma estrada de ferro, e observa um trem aproximando-se com velocidade constante. Quando o trem está a 30 m da ponte, ele solta uma pedra que atinge o solo a 4 m da frente do trem. A altura da ponte é 20 m e $g = 10\ m/s^2$. Analise as afirmativas seguintes e indique aquelas que estão corretas:

I - O tempo de queda da pedra é 2 s.
II - A velocidade final da pedra é 20 m/s.
III - A velocidade do trem é 13 m/s.

21. Uma pedra é lançada verticalmente para cima, no vácuo, onde a aceleração de gravidade é $g = 9{,}8\ m/s^2$. No ponto mais alto da trajetória, a velocidade é nula. Neste ponto, a aceleração da pedra é:

a) Também nula.
b) Vertical para cima e vale $9{,}8\ m/s^2$.
c) Vertical para baixo e vale $9{,}8\ m/s^2$.
d) Vertical para baixo e maior que $9{,}8\ m/s^2$.
e) Vertical para baixo e menor que $9{,}8\ m/s^2$.

22. Um corpo é lançado verticalmente para cima, a partir da superfície da Terra, com uma velocidade inicial $v_0 = 20$ m/s. Desprezando a resistência do ar e considerando $g = 10\ m/s^2$, concluímos que o tempo total que o corpo permanece no ar é:

a) 1,0 s
b) 2,0 s
c) 4,0 s
d) 10 s
e) 20 s

23. Na questão anterior, o corpo atingiu uma altura máxima igual a:

a) 40 m
b) 80 m
c) 10 m
d) 5 m
e) 20 m

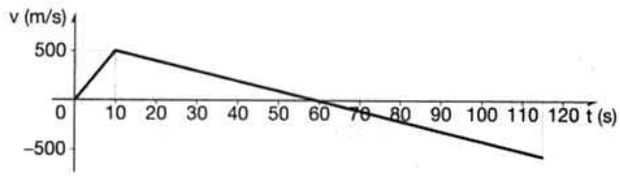
24. Em uma experiência, verificou-se que a velocidade inicial necessária para que um corpo atingisse a altura *H*, quando lançado verticalmente para cima, era igual a v_0. Se o mesmo corpo for lançado com uma velocidade inicial igual a $2v_0$, a sua velocidade ao atingir a altura *H* (desprezada a resistência do ar) será:

a) v_0
b) $v_0/2$
c) $v_0/4$
d) $v_0 \cdot \sqrt{3}$
e) $v_0/3$

25. Do alto de uma torre deixa-se cair um corpo *A* e, após 2,0 s, deixa-se cair um outro corpo *B*. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que a distância entre os dois corpos:

a) Permanecerá constante durante a queda de ambos.
b) Diminuirá se *B* for mais pesado do que *A*.
c) Diminuirá mesmo que *A* e *B* tenham o mesmo peso.
d) Aumentará continuamente, independentemente dos pesos de *A* e *B*.
e) Somente aumentará se *A* for mais pesado do que *B*.

26. O diagrama representa, aproximadamente, a velocidade de um pequeno foguete, com um só estágio, lançado verticalmente. Sobre o seu movimento podemos afirmar, *exceto*:

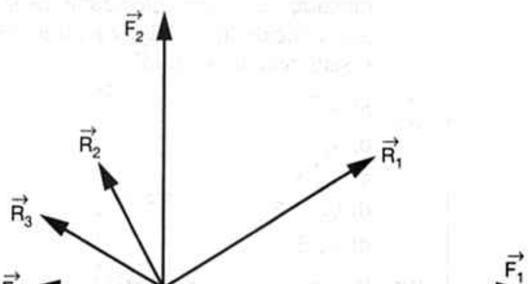


a) Durante os 10 s iniciais do movimento, sua aceleração é constante e igual a 50 m/s^2.
b) A altura máxima atingida pelo foguete é $1{,}50 \times 10^4$ m.
c) O foguete começa a descer depois de 10 s.
d) Durante todo o tempo que o foguete fica no ar, os movimentos que ele descreve são uniformemente variados.
e) A aceleração do foguete, após 10 s do início do movimento, se mantém constante e com módulo igual a 10 m/s, pois esta é aproximadamente a aceleração da gravidade.

CAPÍTULO 3 – Vetores - Movimento curvilíneo

1. A resultante das quatro forças, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$, mostradas na figura, é melhor representada pelo vetor:

a) $\vec{R}_1$. b) $\vec{R}_2$. c) $\vec{R}_3$. d) $\vec{R}_4$. e) $\vec{R}_5$.



Questão 1.

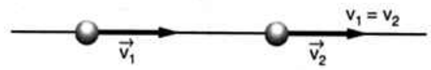
2. A resultante de dois vetores de módulos 20 unidades e 30 unidades:

a) Nunca pode ser igual a 50 unidades.
b) É certamente menor do que 50 unidades.
c) Nunca é menor do que 10 unidades.
d) É sempre dada por $\sqrt{20^2 + 30^2}$.
e) Pode ser nula.

3. Um satélite gravita em torno de um planeta de $6{,}0 \times 10^3$ km de raio, descrevendo uma órbita circular estável a $1{,}0 \times 10^3$ km de altura. Se o seu período é de 2,0 anos, qual será o valor da aceleração comunicada ao satélite pelo planeta?

a) Nulo.
b) $\dfrac{1}{28} \times 10^{-3}$ km/ano^2
c) $9{,}8 \times 10^3$ km/ano^2
d) 69×10^3 km/ano^2
e) Faltam dados para resolver o problema.

4. Um automóvel desloca-se em uma estrada reta. A figura mostra o vetor velocidade do automóvel em dois instantes diferentes (movimento uniforme). É correto afirmar que:

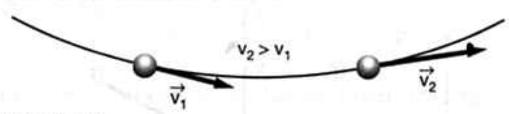


Questão 4.

a) A aceleração centrípeta do movimento é diferente de zero.
b) A aceleração tangencial do movimento é nula.
c) O movimento é uniformemente acelerado.
d) A aceleração tangencial é diferente de zero e a aceleração centrípeta é nula.
e) Todas as afirmativas acima podem estar corretas.

5. Um automóvel desloca-se em uma estrada curva. A figura mostra o vetor velocidade do automóvel em dois instantes diferentes. É correto afirmar que:

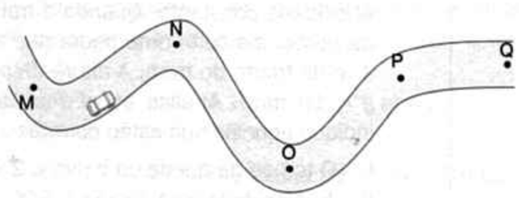
a) A aceleração centrípeta do movimento é diferente de zero.
b) A aceleração tangencial do movimento é nula.
c) O movimento é uniformemente acelerado.
d) A aceleração tangencial é diferente de zero e a aceleração centrípeta é nula.
e) Todas as afirmativas acima podem estar corretas.



Questão 5.

6. Um carro percorre o trecho de estrada mostrado na figura, com o velocímetro marcando o tempo todo 60 km/h. A aceleração do carro foi nula no ponto:

a) *M* b) *N* c) *O* d) *P* e) *Q*



Questão 6.

7. Um corpo descreve um movimento circular uniforme, efetuando 240 rotações por minuto. O período deste movimento é de:

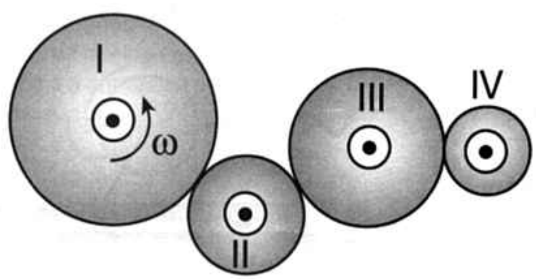
a) 4,0 s
b) 0,25 s
c) (1/240) s
d) 240 min
e) 4 min

8. A velocidade angular do corpo da questão anterior vale:

a) 8π rad/s
b) 4π rad/s
c) 2π rad/s
d) π rad/s
e) $\frac{\pi}{2}$ rad/s

9. Uma engrenagem é constituída por várias rodas ligadas de maneira que uma não desliza sobre a outra (figura abaixo). Sabe-se que a roda I gira no sentido anti-horário com velocidade angular ω. Qual delas possui maior velocidade angular e qual o sentido do seu movimento?

a) Roda I; sentido anti-horário.
b) Roda II; sentido horário.
c) Roda III; sentido horário.
d) Roda III; sentido anti-horário.
e) Roda IV; sentido horário.

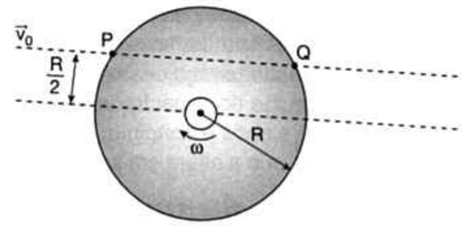


Questão 9.

10. Suponha que a Terra seja uma esfera de raio $R = 6{,}0 \times 10^6$ m e considere apenas seu movimento de rotação. Qual é aproximadamente o valor da velocidade tangencial de um ponto da superfície terrestre à latitude de 60°?

a) $4{,}4 \times 10^2$ m/s
b) $2{,}2 \times 10^2$ m/s
c) $1{,}1 \times 10^2$ m/s
d) $7{,}0 \times 10^1$ m/s
e) $6{,}0 \times 10^2$ m/s

11. Um disco horizontal, de raio $R = 0{,}50$ m, gira em torno do seu eixo com velocidade angular $\omega = 2\pi$ rad/s. Um projétil é lançado de fora no mesmo plano do disco e rasante a ele, sem tocá-lo, com velocidade v_0 (figura), passando sobre o ponto P. O projétil sai do disco pelo ponto Q, no instante em que o ponto P está passando por aí pela primeira vez. Qual é a velocidade v_0?



Questão 11.

a) 2,6 m/s
b) 1,5 m/s
c) 6,28 m/s
d) 5,2 m/s
e) 3,0 m/s

12. Um navio desloca-se na direção Norte-Sul com movimento retilíneo e uniforme de velocidade 10 m/s. Um passarinho, pousado numa das paredes do navio, levanta vôo na direção Leste-Oeste, com velocidade constante de 20 m/s, em relação ao navio. Para um observador parado, no navio, o pássaro:

a) Voa na direção Leste-Oeste, com velocidade $\sqrt{500}$ m/s.
b) Voa na direção aproximada de Sudoeste, com velocidade $\sqrt{500}$ m/s.
c) Voa na direção Leste-Oeste, com velocidade 20 m/s.
d) Voa aproximadamente na direção Noroeste, com velocidade 20 m/s.
e) Voa com direção e velocidade não identificáveis com as respostas anteriores.

13. Um barco descendo um rio cuja correnteza se desloca a 10 km/h gasta 6,0 h para viajar de uma cidade a outra, situadas na mesma margem e distanciadas em 180 km. Quanto tempo o barco gastaria para fazer esta mesma viagem se não existisse correnteza?

a) 20 h
b) 18 h
c) 12 h
d) 9,0 h
e) 6,0 h

14. O motor de um barco lhe imprime uma velocidade (relativa à água) $V_B = 4{,}0$ m/s, orientada perpendicularmente às margens de um rio. Existe uma correnteza com velocidade $V_C = 3{,}0$ m/s. Um observador, situado na margem, veria o barco se mover com uma velocidade:

a) 4,0 m/s
b) 3,0 m/s
c) 7,0 m/s
d) 1,0 m/s
e) 5,0 m/ s

15. Na questão anterior, sabendo que o rio tem 40 m de largura, podemos dizer que o barco gastará, para atravessar o rio:

a) 5,5 s
b) 8,0 s
c) 40 s
d) 10 s
e) 16 s

16. Um estudante de Física, querendo saber a altura de um edifício, arremessou horizontalmente uma pedra, do terraço existente no alto do edifício. Ouviu o barulho do impacto da pedra com o asfalto cerca de 2 s após e concluiu, desprezando a resistência do ar, que a altura era aproximadamente:

$h = (1/2)\,gt^2 = (1/2) \times 10 \times 2^2 = 20$ m

Julgar as observações que lhe fez um colega, indicando aquelas que estão corretas:

I - "Sua experiência não está correta, pois arremessando a pedra horizontalmente ela leva mais tempo para cair do que se tivesse sido largada, sem velocidade inicial".

II - "Desprezando o tempo que o som, produzido pelo impacto da pedra com o asfalto, gastou para chegar ao seu ouvido, você cometeu um erro de cerca de 50% em seus cálculos".

III - "O fato de você ter feito cálculos aproximados, desprezando a resistência do ar e não levando em conta a velocidade do som, levou-o a obter, para a altura do edifício, um valor superior ao verdadeiro".

17. Um barco, com velocidade $\vec{v}$, quer atravessar um rio cuja correnteza tem uma velocidade $\vec{u}$. Suponha $v > u$. Sobre este movimento podemos afirmar:

a) O tempo de travessia será mínimo se o barco orientar-se de tal maneira que a travessia se faça normalmente às margens.

b) Conforme a orientação do barco, a componente de sua velocidade resultante, na direção normal às margens, poderá ser superior a v.

c) Conforme a orientação do barco, a componente de sua velocidade resultante, na direção da corrente, poderá ser nula.

d) Quando o barco orienta sua velocidade $\vec{v}$ normalmente às margens, ele vai percorrer o menor caminho possível na travessia.

e) A maior velocidade resultante que o barco conseguirá dar-se-á quando ele se orientar normalmente às margens.

18. Considere o equador terrestre e uma torre de altura H montada sobre ele, conforme a figura. Uma partícula de massa m é solta do alto da torre. Desprezando a resistência do ar e supondo que não haja ventos, o ponto em que a partícula atinge o solo estará em relação ao ponto P:

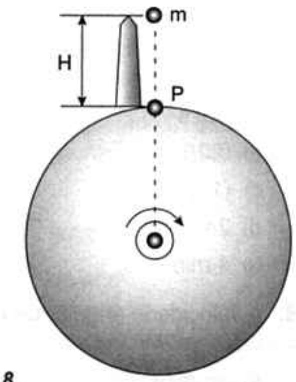
a) Ao Norte.

b) Ao Sul.

c) Sobre o ponto P.

d) A Oeste.

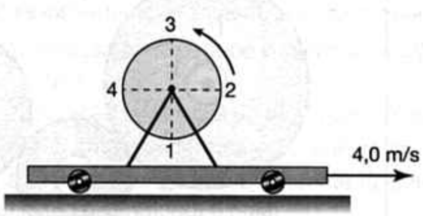
e) A Leste.



Questão 18.

19. Um disco de 1,0 m de raio, situado sobre um vagão (veja figura), é colocado em rotação anti-horária, com uma velocidade angular de 3,0 rad/s, em torno de um eixo que passa por seu centro. O vagão desloca-se nos trilhos com uma velocidade de 4,0 m/s. Considerando um ponto na periferia do disco, podemos afirmar que os módulos das velocidades deste ponto, em relação à Terra, quando ele passa nas posições (1), (2), (3) e (4) da figura, valem (em m/s):

a) $v_1 = 4{,}0$; $v_2 = 3{,}0$; $v_3 =$ zero; $v_4 = 3{,}0$.
b) $v_1 = 4{,}0$; $v_2 = 5{,}0$; $v_3 =$ zero; $v_4 = 5{,}0$.
c) $v_1 = 7{,}0$; $v_2 = 5{,}0$; $v_3 = 1{,}0$; $v_4 = 5{,}0$.
d) $v_1 = 1{,}0$; $v_2 =$ zero; $v_3 = 1{,}0$; $v_4 =$ zero.
e) $v_1 = 7{,}0$; $v_2 = 3{,}0$; $v_3 = 7{,}0$; $v_4 = 3{,}0$.



Questão 19.

CAPÍTULO 4 – Primeira e terceira leis de Newton

1. Analise as afirmativas seguintes e indique aquelas que estão corretas:

I - Uma força de 5 N e outra de 3 N podem ser combinadas de modo a terem resultante nula.

II - Dois vetores de módulos diferentes nunca podem ser combinados de modo a dar resultante nula.

III - A resultante de dois vetores de módulos iguais será sempre nula.

2. Sobre um corpo atuam duas forças de intensidade 3 N e 4 N. A intensidade da força resultante é:

a) 7 N
b) 5 N
c) $\sqrt{7}$ N
d) 1 N
e) Impossível de calcular.

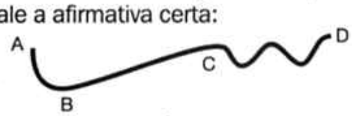
3. Complete corretamente a frase abaixo, relativa à 1ª lei de Newton: "Se a resultante das forças que atuam numa partícula é *nula*, então ela...

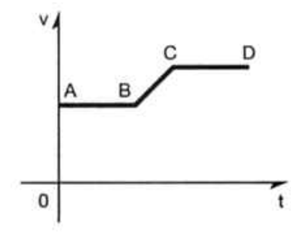
a) ... estará em repouso".
b) ... terá uma aceleração de 9,8 m/s^2, pois esta é a aceleração da gravidade".
c) ... estará certamente em movimento retilíneo uniforme".
d) ... poderá estar em movimento circular uniforme".
e) ... estará em repouso ou em movimento retilíneo uniforme".

4. Considere um automóvel deslocando-se em uma estrada plana e reta, em movimento uniformemente acelerado. É *errado* afirmar que:

a) A resultante das forças que atuam no carro é, certamente, diferente de zero.
b) Em qualquer instante, sua aceleração centrípeta é nula.
c) Sendo Δd a distância que ele percorre em um intervalo de tempo Δt qualquer, sua velocidade instantânea é dada por $v = \Delta d/\Delta t$.
d) Se o automóvel partiu do repouso ($v_0 = 0$), a distância percorrida por ele é proporcional ao quadrado do tempo de viagem.
e) Se, durante o intervalo de tempo Δt, sua velocidade varia de Δv, sua aceleração, em qualquer instante, vale $a = \Delta v/\Delta t$.

5. Na figura mostramos a trajetória seguida por uma abelha voando e o gráfico que descreve a velocidade da abelha em função do tempo.
Assinale a afirmativa certa:





Questão 5.

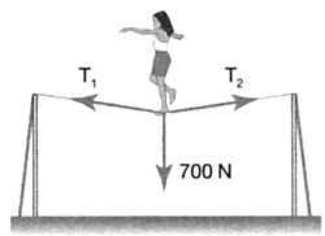
a) No trecho *AB*, a resultante das forças que atuam sobre a abelha é igual a zero.
b) No trecho *BC*, o movimento é retilíneo uniforme.
c) No trecho *CD*, não existe aceleração.
d) No trecho *BC*, o módulo e a direção da velocidade não variam.
e) No trecho *AB*, o movimento é uniforme e tem aceleração.

6. Qual dos seguintes grupos de forças pode atuar em uma partícula e a partícula permanecer em equilíbrio?

a) 20 kgf, 30 kgf e 50 kgf
b) 10 kgf, 20 kgf e 50 kgf
c) 15 kgf, 15 kgf e 15 kgf
d) 5 kgf, 10 kgf e 20 kgf
e) 8 kgf, 8 kgf e 20 kgf

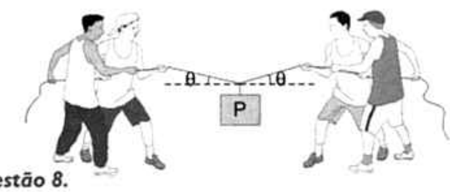
7. Uma artista de circo, de peso 700 N, está em equilíbrio no centro de um cabo de aço, como mostra a figura. Valores possíveis para as tensões T_1 e T_2 são:

a) $T_1 = T_2 = 250$ N
b) $T_1 = 250$ N; $T_2 = 450$ N
c) $T_1 = 350$ N; $T_2 = 450$ N
d) $T_1 = T_2 = 350$ N
e) $T_1 = T_2 = 500$ N



Questão 7.

8. Uma corda, que tem presa ao seu meio um peso $\vec{P}$, é tracionada de ambos os lados por quatro (4) atletas (veja figura). As afirmações que se seguem, relativas à situação descrita, são todas corretas, *exceto*:

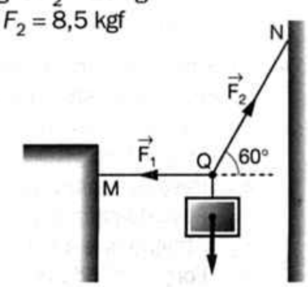


Questão 8.

a) Se o chão onde os atletas se apóiam não oferecer atrito, eles não conseguirão tracionar a corda da maneira indicada na figura.
b) Quanto maior a força que cada atleta fizer, menor será o ângulo θ.
c) Mesmo que os atletas sejam muito fortes, eles não conseguirão colocar a corda na horizontal.
d) O esforço dos atletas será mínimo quando $\theta = 90°$.
e) O esforço que cada atleta deve fazer, para manter o equilíbrio, é igual a $P/4$.

9. Um corpo de 8,7 kgf é suportado por duas cordas: *MQ*, horizontal, e *QN*, que forma um ângulo de 60° com a horizontal, conforme indica a figura ao lado. Sendo cos 30° = 0,87 e cos 60° = 0,50, as forças que agem ao longo das cordas valem:

a) $F_1 = 5$ N e $F_2 = 8{,}5$ N
b) $F_1 = 0$ e $F_2 = 10$ kgf
c) $F_1 = 8{,}5$ N e $F_2 = 10$ N
d) $F_1 = 5$ kgf e $F_2 = 10$ kgf
e) $F_1 = 0$ e $F_2 = 8{,}5$ kgf



Questão 9.

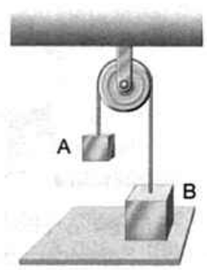
10. Dois corpos *A* e *B*, de mesmo peso, estão suspensos por barbantes, da maneira mostrada nos desenhos ao lado. Podemos afirmar, com relação à intensidade das forças exercidas pelos barbantes:

a) 1 é menor que 2
b) 4 é menor que 5
c) 1 é igual a 4
d) 3 é igual a 6
e) 4 é igual a 5

Questão 10.

11. Na figura temos dois corpos *A* e *B*, de pesos $P_A = 20$ N e $P_B = 40$ N, ligados por um fio que passa por uma roldana suposta ideal. O bloco *B* está apoiado no solo. Desprezando o peso do fio e os atritos, qual o módulo da força exercida pelo solo sobre o bloco *B*?

a) 20 N
b) 40 N
c) 60 N
d) 30 N
e) zero



Questão 11.

12. Um trator, de peso igual a $5{,}0 \times 10^3$ kgf, puxa uma carreta cujo peso é $7{,}0 \times 10^3$ kgf. A força de tração $\vec{F}$ é transmitida à carreta através de uma corda que se mantém esticada, paralela ao plano horizontal e cujo valor é $9{,}0 \times 10^3$ N. Qual é a força que a carreta exerce sobre o trator?

a) $2{,}0 \times 10^4$ N
b) $7{,}0 \times 10^4$ N
c) $5{,}0 \times 10^4$ N
d) $9{,}0 \times 10^3$ N
e) zero

13. Um bloco de peso $\vec{P}$ encontra-se apoiado sobre uma mesa horizontal. A reação normal da mesa no bloco é $\vec{N}$ e a força com que o bloco atrai a Terra é $\vec{F}$. Considere os seguintes grupos de forças:

I - $\vec{P}$ e $\vec{N}$ II - $\vec{P}$ e $\vec{F}$ III - $\vec{N}$ e $\vec{F}$

Temos um par de ação e reação:

a) Apenas em I.
b) Apenas em II.
c) Apenas em III.
d) Em I, II e III.
e) Em nenhum grupo apresentado.

14. Suponha que um automóvel e um caminhão tenham colidido em uma estrada. Considere as seguintes forças, presentes durante a trombada:

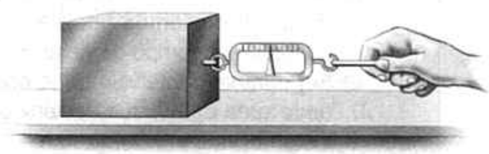
$\vec{F}_1$ - Força exercida pelo caminhão no automóvel.
$\vec{F}_2$ - Peso do automóvel.
$\vec{F}_3$ - Peso do caminhão.
$\vec{F}_4$ - Atração que o automóvel exerce sobre a Terra.
$\vec{F}_5$ - Força exercida pelo automóvel no caminhão.

Constituem um par de ação e reação as forças:

a) $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$
b) $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$
c) $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$
d) $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_5$
e) $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_4$

15. A figura mostra uma pessoa puxando um objeto através de um dinamômetro, deslocando-o sobre uma superfície ao longo da qual o coeficiente de atrito varia. O deslocamento do objeto é retilíneo e a leitura do dinamômetro é mantida invariável. Isto indica que:

a) A força de atrito entre o objeto e a superfície é constante.
b) A força resultante que atua no objeto é constante.
c) O valor da força de atrito entre o objeto e a superfície é dado pela leitura do dinamômetro.
d) O objeto está deslocando-se com velocidade constante.
e) A força que a pessoa aplica no objeto é constante.



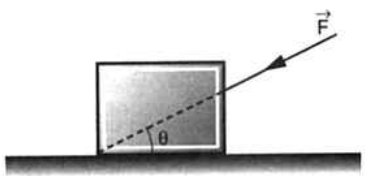
Questão 15.

16. Um corpo de peso $\vec{P}$ está sobre uma superfície plana horizontal, submetido a uma força $\vec{F}$ paralela ao plano, menor do que a força necessária para movê-lo. Sendo μ_e o coeficiente de atrito estático entre o corpo e o plano, a 1ª lei de Newton aplica-se a este caso sob a seguinte forma:

a) $\vec{P} = 0$
b) F_a (força de atrito) $= \mu_e N$ (N = reação do plano ao peso do corpo).
c) $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_a + \vec{F} = 0$
d) $F = \mu_e N$
e) Nenhuma das expressões acima é correta.

17. Um corpo de peso $\vec{P}$, apoiado sobre uma superfície horizontal, é submetido à força, $\vec{F}$, apresentada no diagrama. Sendo μ_c o coeficiente de atrito cinético, o módulo da força de atrito entre o corpo e a superfície é:

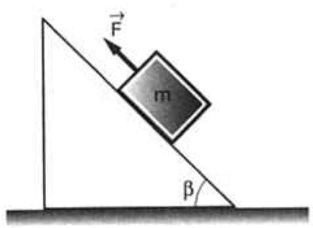
a) Igual à componente horizontal de $\vec{F}$, quer o corpo esteja parado, quer esteja em movimento retilíneo uniforme.
b) Igual a $\mu_c P$, se o corpo estiver em movimento retilíneo uniforme.
c) Maior do que a componente horizontal de $\vec{F}$, se o corpo permanecer parado.
d) Igual a $\mu_c (P + F \cos \theta)$, se o corpo estiver em movimento retilíneo uniforme.
e) Não poderá ser inferior a $\mu_c (P + F \operatorname{sen} \theta)$.



Questão 17.

18. A figura abaixo representa um bloco de peso igual a 1,0 kgf, apoiado sobre um plano inclinado, que faz com o plano horizontal um ângulo $\beta = 60°$. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano inclinado é igual a 0,50, para que este bloco fique em repouso sobre o plano inclinado, qual deverá ser o mínimo valor da força $\vec{F}$?

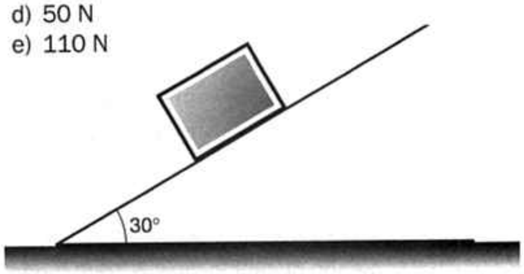
a) 0,6 N
b) 2,5 N
c) 6,1 N
d) 9,4 N
e) 11,1 N



Questão 18.

19. Um bloco está em repouso sobre um plano inclinado (veja figura). Se o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é $\mu_e = 0,70$ e o peso do bloco é $P = 100$ N, a força de atrito no bloco vale:

a) 70 N
b) 60 N
c) 100 N
d) 50 N
e) 110 N



Questão 19.

20. Se o bloco da questão anterior estiver subindo o plano em velocidade constante, puxado por uma força $\vec{F}$ paralela ao plano, concluímos que o módulo de $\vec{F}$ deverá ser (considere $\mu_c = 0,50$):

a) 50 N
b) 100 N
c) 60 N
d) 93 N
e) 43 N

CAPÍTULO 5 – Segunda lei de Newton

1. Suponha que o motor de um automóvel, durante a aceleração, exerça no carro uma força constante de 1 500 N. Admitindo que o carro parta do repouso e que a força atue durante 6,0 s, sendo 900 kg a massa do carro, a velocidade adquirida no fim desse tempo será:

a) 10 m/s
b) 10 km/h
c) 36 m/s
d) 30 m/s
e) 15 km/h

2. Um bloco é puxado sobre uma superfície horizontal por uma força também horizontal que vale 20 N. Uma força de atrito constante e igual a 5,0 N atua no bloco. Nestas condições, se o bloco tem uma massa de 5,0 kg e parte do repouso, sua velocidade depois de 3,0 s será:

a) 20 m/s
b) 9,0 m/s
c) 5,0 m/s
d) 15 m/s
e) 3,0 m/s

3. Um bloco, cuja massa é $m = 5,0$ kg, é arrastado em movimento retilíneo sobre uma superfície horizontal, por uma força $\vec{F}$ também horizontal. Atua no bloco uma força de atrito cujo valor é $f = 2,0$ N. Observamos que a velocidade do bloco varia de 0,5 m/s para 2,0 m/s em um intervalo de 3,0 s. A resultante das forças que atuam no bloco vale:

a) 5,0 N
b) 2,0 N
c) 2,5 N
d) 10 N
e) Impossível calcular.

4. Um corpo de massa igual a 100 kg é atraído pela Terra, que provoca no mesmo uma aceleração. Este corpo, por sua vez, também exerce uma força sobre a Terra, comunicando-lhe uma aceleração. Sabendo-se que a massa da Terra é cerca de 10^{24} kg, calcular a aceleração que a Terra adquire como conseqüência da interação com o referido corpo:

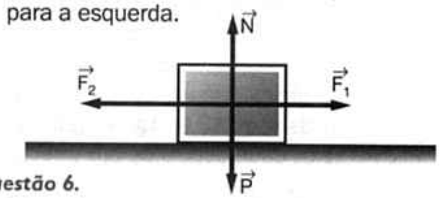
a) 10^{-22} m/s²
b) 10^{-21} m/s²
c) 10^{-1} m/s²
d) 10 m/s²
e) 10^{25} m/s²

5. Uma força constante de 5,0 N atua sobre uma partícula de massa 5,0 kg e velocidade inicial $v_0 = 2,0$ m/s, colocada sobre um plano horizontal liso. Sabe-se que a força atua sempre na direção do movimento e que, quando ela cessa, a velocidade da partícula é $v = 5,0$ m/s no sentido oposto ao inicial. O intervalo de tempo no qual a força atuou foi:

a) 2,5 s
b) 3,0 s
c) 7,0 s
d) 15 s
e) 25 s

6. No desenho desta questão mostramos um corpo sobre uma superfície horizontal sem atrito e todas as forças que agem sobre ele em um certo instante. Podemos afirmar que o corpo:

a) Está iniciando um movimento para a esquerda, com velocidade constante.
b) Está, certamente, movimentando-se da direita para a esquerda.
c) Está, certamente, sendo freado e se movimentando da esquerda para a direita.
d) Movimenta-se, com velocidade constante, da direita para a esquerda.
e) Pode estar movimentando-se para a direita ou para a esquerda e sua aceleração está dirigida para a esquerda.



Questão 6.

7. A resultante das forças que agem sobre um corpo é diferente de zero. Considerando a afirmativa acima, indique a alternativa certa:

a) O movimento não pode ser curvilíneo.
b) O movimento é certamente retilíneo.
c) O módulo da velocidade pode estar diminuindo.
d) O módulo da velocidade não pode ser constante.
e) O módulo da velocidade certamente está aumentando.

8. Alguém nos deu a seguinte informação: "Sobre um corpo de massa igual a 5,0 kg age uma força resultante de módulo igual a 25 N". De posse dessa única informação, podemos supor várias situações em que o corpo poderá se apresentar. Assinale, entre as situações citadas, aquela em que o corpo *não* poderá se apresentar.

a) O corpo desloca-se em linha reta e sua velocidade aumenta de 5,0 m/s em cada segundo.
b) O corpo desloca-se em linha reta e sua velocidade diminui de 5,0 m/s em cada segundo.
c) O corpo desloca-se com velocidade constante de 5,0 m/s numa circunferência de raio igual a 5,0 m.
d) O corpo descreve movimento circular uniforme.
e) O movimento do corpo pode não apresentar aceleração.

9. Uma nave espacial pousa na Lua (aceleração da gravidade igual a 1,7 m/s^2). Um astronauta recolhe e mede a massa de uma amostra de ouro, encontrando para ela 9,8 kg. Ao regressar à Terra (aceleração da gravidade igual a 9,8 m/s^2), medindo novamente a massa da amostra, ele encontra:

a) 56 kg
b) 16,7 kg
c) 5,8 kg
d) 1,0 kg
e) 9,8 kg

10. Das afirmativas abaixo, escolher qual é verdadeira:

a) A massa de um corpo é uma medida de sua inércia.
b) A massa de um corpo pode variar de um ponto para outro da Terra.
c) O quilograma-força e o quilograma-massa (ou, simplesmente, quilograma) são unidades diferentes de uma mesma grandeza.
d) O kgf e o kg são unidades de grandezas diferentes, pertencentes a um mesmo sistema de unidades.
e) Em um mesmo lugar da Terra, peso e massa são grandezas inversamente proporcionais.

11. Analise as afirmativas seguintes e indique aquelas que estão corretas:

I - Em um determinado instante, um corpo pode ter aceleração igual a zero e a resultante das forças que atuam sobre ele ser diferente de zero.
II - Se um corpo, em um certo instante, possui velocidade, estará atuando, necessariamente, sobre o corpo, uma força resultante de mesma direção e mesmo sentido da velocidade.
III - Se um bloco está em repouso sobre uma mesa horizontal, sobre ele estão atuando, necessariamente, três forças: seu peso, a reação normal da mesa e a força de atrito estático.

12. Um automóvel tem freio nas quatro rodas e se movimenta em um plano horizontal com velocidade constante de módulo v_0. Num dado instante os freios são acionados de modo a travar as quatro rodas e o carro percorre, até parar, uma distância D em um intervalo de tempo T. Não se considera o efeito do ar e o coeficiente de atrito entre os pneus e o chão é mantido constante. Se, no instante da freada, a velocidade tivesse módulo $2v_0$, a distância percorrida e o tempo decorrido até o carro parar seriam, respectivamente, iguais a:

a) $2D$ e $2T$
b) D e T
c) $4D$ e $2T$
d) $2D$ e $4T$
e) $4D$ e $4T$

13. No assoalho de um vagão ferroviário são colocados caixotes cujo coeficiente de atrito estático com o assoalho é 0,40. Se o vagão se move a 72 km/h, a menor distância que o trem pode percorrer até parar sem que os caixotes deslizem é de:

a) 20 m
b) 35 m
c) 50 m
d) 80 m
e) NRA

14. Observa-se que um bloco, de massa m, desliza para baixo, com velocidade constante, quando abandonado em um plano inclinado cujo ângulo de inclinação é θ. A força de atrito cinético que o plano exerce no bloco vale:

a) zero
b) mg
c) mg sen θ
d) mg tg θ
e) $mg \cos\theta$

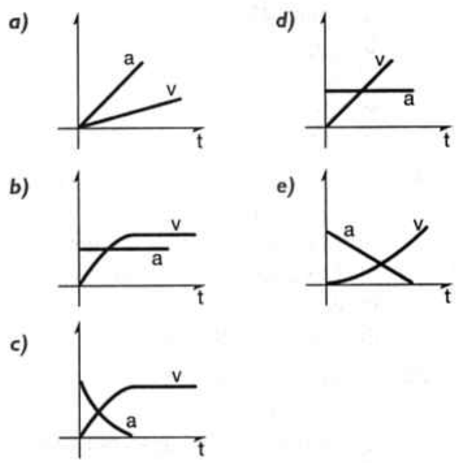
15. Suponha que o mesmo bloco da questão anterior fosse lançado, para cima, ao longo do mesmo plano inclinado. O valor da aceleração do bloco, neste movimento, seria:

a) zero
b) g
c) g sen θ
d) $2g$ sen θ
e) Dependente do valor da velocidade com que o bloco foi lançado ao longo do plano.

16. A leitura de uma balança dentro de um elevador, subindo com uma aceleração constante para cima de 2,0 m/s², quando uma pessoa de massa 70,0 kg está parada em cima dela, será:

a) 0,00 N c) 700 N e) 1 400 N
b) 140 N d) 840 N

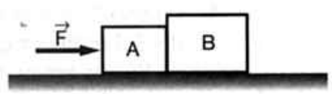
17. Uma gota de chuva parte, do repouso, de uma grande altura e cai verticalmente. Sabe-se que, sobre ela, atua uma força de resistência do ar que é tanto maior quanto maior for a velocidade da gota. Suponha que representássemos, em um mesmo gráfico, a aceleração *a* e a velocidade *v* da gota em função do tempo. Das opções seguintes, assinale aquela que poderia corresponder aos gráficos citados.



Questão 17.

18. A figura representa dois corpos *A* e *B* sendo empurrados por uma força $F = 10$ N em uma superfície sem atrito. Sendo $m_A = 2{,}0$ kg e $m_B = 3{,}0$ kg, a aceleração do conjunto será:

a) 1,0 m/s²
b) 2,0 m/s²
c) 3,0 m/s²
d) 5,0 m/s²
e) 10 m/s²



Questão 18.

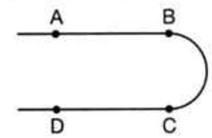
19. Na questão anterior, concluímos que a força que *A* exerce em *B* vale:

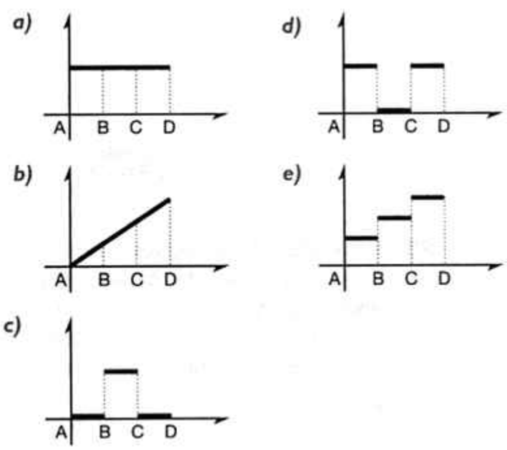
a) 1,0 N c) 6,0 N e) 15 N
b) 2,0 N d) 10 N

20. Ainda em relação à questão **18** podemos afirmar que a força que *B* exerce em *A* vale:

a) 1,0 N d) 10 N
b) 2,0 N e) 15 N.
c) 6,0 N

21. Um automóvel descreve a trajetória abaixo com velocidade escalar constante. Os trechos *AB* e *CD* são retilíneos, enquanto o trecho *BC* é um arco de circunferência. Dentre os gráficos abaixo, assinale o que melhor representa a resultante das forças que atuam no automóvel ao longo da trajetória *ABCD*.

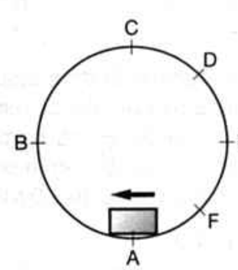




Questão 21.

22. A uma partícula é dada uma velocidade no ponto *A*, de modo que ela descreve um movimento circular no interior de um anel vertical perfeitamente liso. A força de reação normal do anel sobre a partícula é maior em:

a) *A* b) *B* c) *C* d) *D* e) *E*



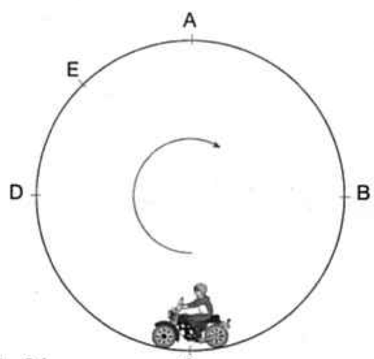
Questão 22.

23. Os módulos da velocidade da partícula da questão anterior são iguais em:

a) *A* e *C* d) *B* e *E*
b) *D* e *E* e) *A* e *F*
c) *D* e *F*

24. Um motociclista descreve o "globo da morte" (veja figura), em movimento uniforme, no sentido indicado pela seta curva. Os vetores a seguir, usados para representar grandezas relacionadas com este movimento, nos diversos pontos da trajetória, estão corretos, *exceto*:

a) ↓ velocidade do motociclista em *B*.
b) → aceleração da motocicleta em *D*.
c) ↑ força resultante sobre o motociclista em *A*.
d) ↓ força resultante sobre o globo quando o motociclista passa em *C*.
e) ↘ aceleração do motociclista em *E*.



Questão 24.

25. Um motociclista descreve uma circunferência num "globo da morte" de raio 4 m. Que força é exercida sobre o globo no ponto mais alto da trajetória se a velocidade da moto aí é de 12 m/s? A massa total (motociclista + moto) é de 150 kg.

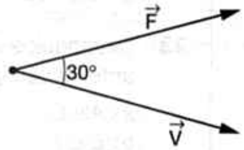
a) 1 500 N
b) 2 400 N
c) 3 900 N
d) 5 400 N
e) 6 900 N

26. Um toca-discos tem o prato na posição horizontal e realiza 3 revoluções em π s. Colocando-se uma pequena moeda sobre o prato, ela deslizará se estiver a mais de 10 cm do centro. Então, o coeficiente de atrito estático entre a moeda e o prato é de:

a) 0,12 c) 0,36 e) NRA
b) 0,24 d) 0,48

27. Uma partícula de massa $m = 3{,}0$ kg descreve uma trajetória circular de raio *R*. Num instante t_0 a força resultante ($\vec{F}$) na partícula tem módulo 60 N, a velocidade ($\vec{V}$) tem módulo 2,0 m/s e o ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{V}$ é de 30°. O raio *R* vale, em metros:

a) 4,0
b) $4{,}0 \cdot 10^{-1}$
c) $2{,}0 \cdot 10^{-1}$
d) 2,0
e) $\dfrac{4{,}0}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-1}$



Questão 27.

28. Um projétil é lançado com velocidade inicial $\vec{v}_0$ e ângulo de inclinação de 30°. Considere nula a resistência do ar. A aceleração do móvel será perpendicular à sua velocidade:

a) No instante do lançamento.
b) Quando o projétil voltar à superfície da Terra.
c) No ponto mais alto da trajetória.
d) Durante todo o movimento.
e) Em nenhum instante do movimento.

As questões de **29** a **31** referem-se ao enunciado seguinte: Uma bola é lançada para cima, em uma direção que faz um ângulo de 45° com a horizontal, com velocidade $\vec{v}_0$. Despreze a resistência do ar.

29. A força que atua sobre a bola é:

a) Sempre nula.
b) Constante.
c) Cresce até que a bola atinja o ponto mais alto e depois decresce.
d) Diminui com a altura.
e) Decresce durante todo o tempo em que a bola estiver no ar.

30. A componente horizontal, v_x, da velocidade da bola é:

a) $v_0/\cos 45°$
b) $v_0 \operatorname{tg} 45°$
c) $v_0 \operatorname{cotg} 45°$
d) $v_0 \cos 45°$
e) $v_0/\operatorname{sen} 45°$

31. A componente vertical, v_y, da velocidade $\vec{v}$ da bola:

a) É constante.
b) É função do 1º grau do tempo.
c) É função do 2º grau do tempo.
d) Tem o mesmo sentido em qualquer instante.
e) É sempre diferente de zero.

32. Sobre o movimento de um projétil, é errado afirmar que:

a) Ele possui aceleração tangencial.
b) Ele possui aceleração centrípeta.
c) Sua trajetória é uma parábola.
d) Sua velocidade horizontal é constante.
e) Sua velocidade, no ponto mais alto, é nula.

CAPÍTULO 6 – Gravitação Universal

1. O período de translação do Planeta Vênus em torno do Sol é menor que o da Terra, donde, pelas Leis de Kepler, temos que:

a) A massa de Vênus é menor que a da Terra.
b) O raio da órbita de Vênus é menor que o da Terra.
c) Vênus está mais distante do Sol que a Terra.
d) O diâmetro de Vênus é menor que o da Terra.
e) O período de rotação de Vênus é menor que o da Terra.

2. De quantos anos seria o período de um planeta, girando em torno do Sol, se a sua distância ao seu centro de gravidade é de 8 vezes a distância Terra-Sol?

a) 8 anos.
b) 23 anos.
c) 64 anos.
d) 512 anos.
e) Nenhuma das respostas anteriores.

3. Suponha que foi descoberto um pequeno planeta, 4 vezes mais afastado do Sol do que a Terra. Quanto tempo este planeta gastaria para dar uma volta em torno do Sol?

a) 8 anos.
b) 4 anos.
c) 64 anos.
d) 10 anos.
e) Impossível determinar sem conhecer a massa do Sol.

4. Com relação à questão anterior, o tempo que o planeta gastaria para dar uma volta completa em torno de seu eixo seria:

a) 8 dias.
b) 4 dias.
c) 64 dias.
d) 10 dias.
e) Impossível determinar.

5. Marte está 52% mais afastado do Sol do que a Terra. O ano (período do movimento de revolução em torno do Sol) de Marte, expresso em anos terrestres, é:

a) 1,52
b) 1,87
c) 2,3
d) 3,7
e) Um resultado diferente dos anteriores.

6. A massa da Terra vale, aproximadamente, 6×10^{24} kg e o raio de sua órbita é de $1{,}5 \times 10^{11}$ m. Para Júpiter temos, respectivamente, 2×10^{27} kg e $7{,}5 \times 10^{11}$ m. A força que o Sol faz em Júpiter será, aproximadamente:

a) 25 vezes menor do que a força do Sol na Terra.
b) 13 vezes maior do que a força do Sol na Terra.
c) 66 vezes maior do que a força do Sol na Terra.
d) 5 vezes menor do que a força do Sol na Terra.
e) 48 vezes maior do que a força do Sol na Terra.

7. Se um corpo fosse levado para a superfície de um astro, de forma esférica, cuja massa fosse 8 vezes maior do que a da Terra, e cujo raio fosse 4 vezes maior que o raio terrestre, a força gravitacional desse astro sobre o corpo seria:

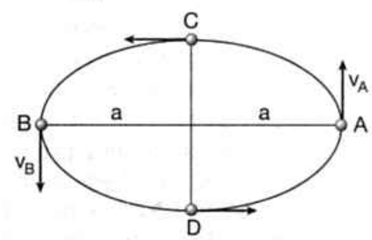
a) 2 vezes o seu peso na Terra.
b) 0,5 vezes o seu peso na Terra.
c) 32 vezes o seu peso na Terra.
d) 4 vezes o seu peso na Terra.
e) 16 vezes o seu peso na Terra.

8. Um estudante, consultando uma tabela, verificou que a distância do planeta Saturno ao Sol é cerca de 10 vezes maior do que a distância da Terra ao Sol. Em relação a este planeta, as observações que se seguem, feitas pelo estudante, são corretas, *exceto*:

a) A força que o Sol exerce sobre ele é cerca de 100 vezes menor do que a força que o Sol exerce sobre a Terra.
b) Seu tempo de revolução em torno do Sol independe de sua massa.
c) Seu movimento obedece às leis de Kepler e à lei de Newton.
d) Seu tempo de revolução em torno do Sol é cerca de 31 anos.
e) A aceleração centrípeta que atua sobre Saturno, devido à atração do Sol, é cerca de 0,01 da aceleração centrípeta que atua sobre a Terra.

9. Na figura, representamos a trajetória do planeta Marte em torno do Sol. Como se sabe, esta trajetória é elíptica e *AB* e *CD* representam, respectivamente, o eixo maior e o eixo menor da elipse. É correto afirmar que:

a) O Sol está localizado exatamente no ponto de concorrência das retas *AB* e *CD* (centro da elipse).
b) Sendo v_A e v_B os valores da velocidade de Marte em *A* e *B*, tem-se $v_A = v_B$.
c) Sendo $\vec{F}_C$ e $\vec{F}_D$ as forças que o Sol exerce sobre Marte em *C* e *D*, é certo que $\vec{F}_C$ e $\vec{F}_D$ são iguais, paralelas, mas de sentidos contrários.
d) Sendo *a* o valor do semi-eixo maior da elipse, a aceleração de Marte, a_M, em *A*, vale $a_M = GM/a^2$, onde *M* é a massa do Sol.
e) Sendo F_A e F_B os valores das forças que o Sol exerce sobre Marte em *A* e em *B*, teremos F_A diferente de F_B.



Questão 9.

10. Se a massa da Lua é cerca de 1/81 da massa da Terra, e se a distância de seu centro ao centro da Terra é 60 vezes o raio terrestre, a que distância da superfície da Terra a força gravitacional exercida pela Lua sobre uma nave espacial é igual à força gravitacional exercida pela Terra sobre a referida nave?

a) A 31 raios terrestres, contados a partir do centro da Terra.
b) A 53 raios terrestres, contados a partir da superfície da Terra.
c) A 33 raios terrestres, contados a partir da superfície da Terra.
d) A 94 raios terrestres, contados a partir do centro da Terra.
e) A 59 raios terrestres, contados a partir do centro da Terra.

11. A velocidade do som, no ar, é de 330 m/s. O satélite Intelsat encontra-se a 36 000 km de altura. O tempo decorrido, entre o instante que um locutor, no México, anunciava um gol do Brasil e o instante em que ouvíamos sua voz era de, aproximadamente:

a) $1,1 \times 10^5$ s
b) $2,2 \times 10^5$ s
c) 330 s
d) 10 min
e) Um valor diferente dos anteriores.

12. Em relação a um satélite artificial estacionário (tipo Intelsat) girando em torno do centro da Terra, é *falso* afirmar que:

a) Sua velocidade angular é de $\pi/12$ rad/hora.
b) O eixo de rotação da Terra é paralelo ao plano de sua órbita.
c) Sua aceleração centrípeta é maior do que a aceleração centrípeta do movimento da Lua em torno da Terra.
d) A força gravitacional da Terra proporciona a força centrípeta que o mantém em órbita.
e) Sendo v a sua velocidade, m a sua massa e r o raio de sua órbita, a força com que ele atrai a Terra vale mv^2/r.

13. Analise as afirmativas seguintes e indique aquelas que estão corretas: Dois satélites, A e B, giram em torno da Terra em órbitas circulares de raios iguais a 2 raios terrestres e a 4 raios terrestres, respectivamente. Se A tem massa 2 vezes maior do que B, podemos dizer:

I - A relação entre os períodos de A e de B é $\sqrt{1/8}$.
II - A relação entre as velocidades de A e de B é $\sqrt{2}$.
III - A relação entre as forças que a Terra exerce sobre A e sobre B, respectivamente, é igual a 8.

14. Um satélite de massa m descreve uma órbita circular de raio R_1 em torno de um planeta de massa M. A constante de gravitação universal vale G. Se este satélite passar a girar em outra órbita circular de raio $R_2 = R_1/3$ em torno do mesmo planeta, a relação v_1/v_2, entre os módulos de suas velocidades tangenciais ao longo das órbitas de raios R_1 e R_2, respectivamente, será:

a) 1/9
b) 1/3
c) $\sqrt{3}/3$
d) 3
e) Um valor diferente dos anteriores.

15. Quando um satélite estacionário (tipo Intelsat) está em órbita em torno do Sol, é *errado* afirmar que:

a) Seu período é de 24 horas.
b) A força centrípeta que atua nele é representada pela força de atração da Terra.
c) O valor de sua velocidade não depende do valor de sua massa.
d) A altura do satélite é de, aproximadamente, 10^3 km.
e) O plano de sua órbita coincide com o plano do equador da Terra.

16. Um satélite artificial descreve uma órbita circular em torno da Terra em um período $T = 4\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$, onde R é o raio da Terra e g é a aceleração da gravidade na superfície terrestre. A que altura acima da superfície se encontra o satélite?

a) R
b) $R/2$
c) $2R$
d) $R\sqrt{2}$
e) $R\sqrt{3}$

17. Uma balança de mola (dinamômetro) acusa, para o peso de certo pedaço de ouro, o valor de 1,0 N. O conjunto é colocado em um satélite em órbita de raio 500 km ao redor da Terra. Dentro do satélite o dinamômetro marcará zero porque:

a) Nesta altura já não existe ação da gravidade.
b) Dinamômetro só dá leitura na superfície da Terra.
c) A força da gravidade simplesmente mantém o corpo em órbita, dando a sensação de imponderabilidade.
d) A afirmação de que o dinamômetro marcará zero é falsa, pois nem sempre isto acontece dentro de satélites em órbita.
e) Certamente sua órbita contém o plano do Equador.

18. Considere que o valor de g na superfície da Terra é de 10 m/s². Em um ponto a uma altura igual ao raio da Terra, o valor de g será:

a) zero
b) 2,5 m/s²
c) 5,0 m/s²
d) 7,5 m/s²
e) 10 m/s²

19. Um homem, na superfície da Terra, pesa 80 kgf. Se este homem fosse transportado para uma altura igual ao raio da Terra, sua massa e seu peso passariam a valer:

a) 80 kg e 80 kgf
b) 40 kg e 40 kgf
c) 80 kg e 40 kgf
d) 20 kg e 20 kgf
e) 80 kg e 20 kgf

20. Mediu-se, numa mesma latitude, o valor da aceleração da gravidade terrestre, para várias altitudes. Para qual altitude o valor desta grandeza será a metade de seu valor na superfície da Terra? Suponha a Terra esférica de raio R e de densidade constante.

a) 0,41 R
b) 0,50 R
c) 1,4 R
d) 2,0 R
e) 4,0 R

21. O diâmetro da Terra é 4 vezes o da Lua. A aceleração da gravidade na superfície da Terra é 6 vezes a aceleração na superfície da Lua. Sendo d_T e d_L as densidades (massa/volume) respectivamente da Terra e da Lua, tem-se:

a) $d_L = \frac{8}{3} d_T$
b) $d_L = \frac{2}{3} d_T$
c) $d_L = \frac{1}{3} d_T$
d) $d_L = \frac{3}{2} d_T$
e) $d_L = 3\, d_T$

CAPÍTULO 7 - Hidrostática

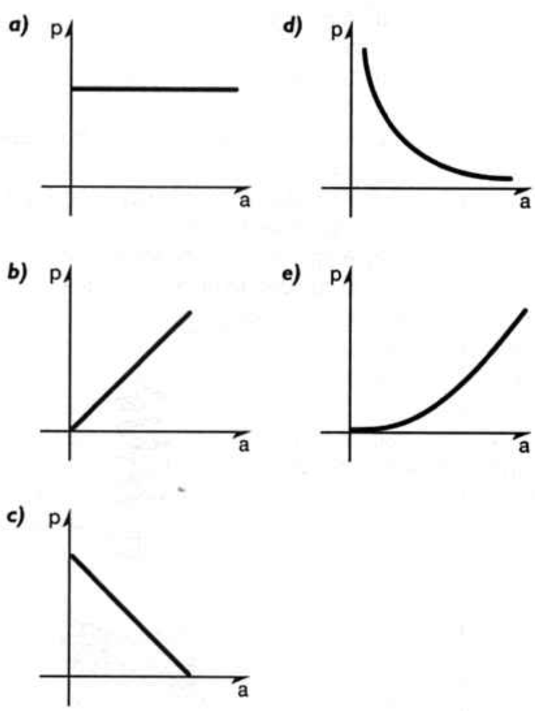
1. Misturam-se dois líquidos *A* e *B*. O líquido A possui o volume de 120 cm^3 e densidade 0,78 g/cm^3. O líquido *B* possui volume de 200 cm^3 e densidade 0,56 g/cm^3. A densidade da mistura, em g/cm^3, é:

a) 0,64
b) 0,67
c) 0,70
d) 1,34
e) 0,44

2. Um cubo de gelo foi formado, solidificando-se completamente 57,6 g de água. Qual a medida da aresta do cubo? (densidade do gelo = 0,9 g/cm^3):

a) 1 cm
b) 2 cm
c) 3 cm
d) 4 cm
e) 5 cm

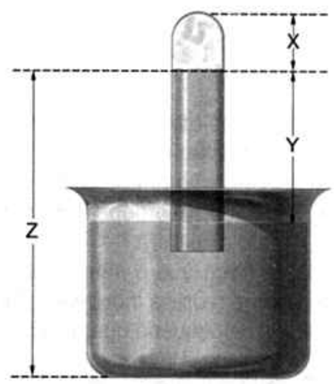
3. Considere um cubo maciço de material homogêneo e aresta *a*, colocado sobre um plano horizontal. Seja *p* a pressão que o cubo exerce sobre o plano de apoio. Mantendo sempre o mesmo material e variando o valor da aresta *a*, assinale a opção que mostra a variação da pressão *p* em função da aresta *a*.



Questão 3.

4. A figura representa uma montagem da experiência de Torricelli para medida da pressão atmosférica (uma proveta contendo Hg, emborcada em um recipiente também contendo Hg). Em um dado local, podemos afirmar que:

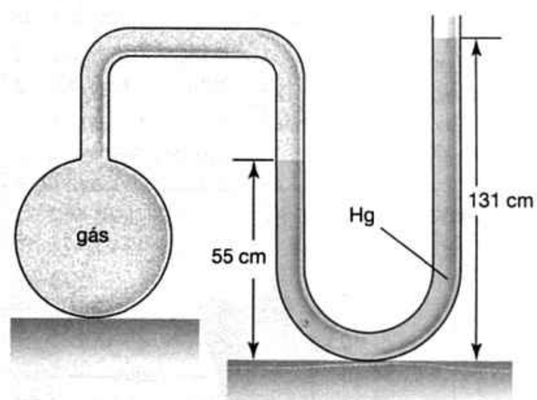
a) A distância *X* não se altera ao mergulharmos a proveta mais profundamente no recipiente.
b) A distância *Z* fornece-nos a medida da pressão atmosférica.
c) A distância *Y* não se altera ao mergulharmos a proveta mais profundamente no recipiente.
d) A distância *X* fornece-nos a medida da pressão atmosférica.
e) A distância *X* + *Y* é a medida da pressão atmosférica.



Questão 4.

5. De acordo com a figura desta questão, calcule a pressão atmosférica local, sabendo-se que o gás dentro do recipiente está a uma pressão de 136 cmHg.

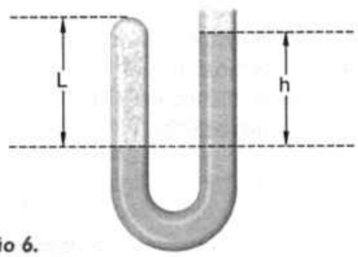
a) 55 cmHg
b) 60 cmHg
c) 76 cmHg
d) 131 cmHg
e) Nenhum dos valores anteriores.



Questão 5.

6. A figura abaixo mostra um tubo contendo mercúrio (Hg), tendo o ramo da esquerda fechado e o outro aberto. A pressão atmosférica local é dada por H (em cm de Hg) e o valor de h e L são também medidos em cm. O ramo fechado contém ar comprimido cuja pressão pode ser expressa, em cm de Hg, por:

a) $H - L$
b) $H + h - L$
c) $(H + h)/L$
d) $H + h$
e) $h + L$



Questão 6.

7. Analise as afirmativas seguintes e indique aquelas que estão corretas:

I - A pressão em qualquer profundidade, em um líquido, não depende da forma do recipiente que o contém.

II - A força que a água exerce sobre o fundo de uma represa independe da área deste fundo.

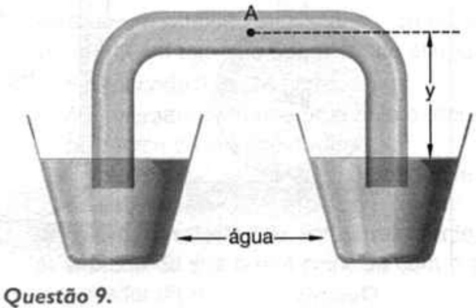
III - Uma pequena quantidade de água está sendo pesada. Um mosquito cai na água e nada na sua superfície. O peso medido não sofre modificação.

8. Um reservatório é feito em forma de um cubo de aresta 10 m. Sabe-se que o material de que são feitas as paredes não resiste a uma força superior a $F = 2 \times 10^6$ N. Colocou-se água no recipiente até uma altura h, e houve ruptura do recipiente. Então, podemos concluir que:

a) $h > 2\sqrt{10}$ m
b) $h > 2$ m
c) $h < 4$ m
d) $h = 3$ m
e) Não sei.

9. Se a pressão atmosférica local é igual a $1{,}02 \times 10^5$ N/m² e y é igual a 2,00 m podemos afirmar que, na montagem da figura, a pressão no ponto A é:

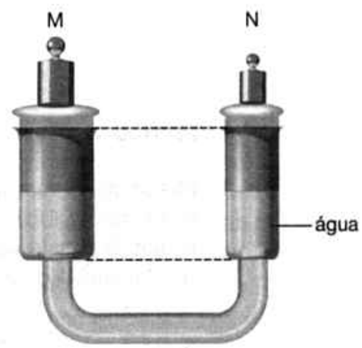
a) $1{,}62 \times 10^5$ N/m²
b) $1{,}42 \times 10^5$ N/m²
c) $1{,}22 \times 10^5$ N/m²
d) $1{,}00 \times 10^5$ N/m²
e) $0{,}82 \times 10^5$ N/m²



Questão 9.

10. Duas seringas, uma de seção dupla da outra, estão cheias de água e ligadas por um tubo de borracha, como mostra a figura. Sobre os êmbolos das seringas são colocados dois corpos, de pesos P_M e P_N. Os pesos dos êmbolos são desprezíveis. Para que P_M e P_N fiquem em equilíbrio eles devem obedecer à seguinte relação:

a) $P_M = 2\,P_N$
b) $P_M = P_N$
c) $P_M = P_N/2$
d) $P_M = 4\,P_N$
e) $P_M = P_N/4$



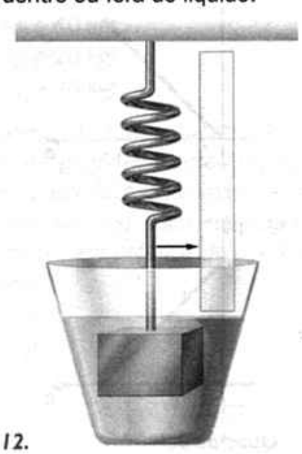
Questão 10.

11. Um corpo, de peso $P = 15$ kgf e volume $V = 12$ L é totalmente mergulhado em água. Marque a afirmativa *errada*:

a) O corpo desloca 12 L de água.
b) O corpo está recebendo um empuxo de 15 kgf.
c) Se abandonarmos o corpo, ele afundará.
d) Para manter o corpo em equilíbrio, devemos exercer nele uma força de 3 kgf, vertical, para cima.
e) A densidade do corpo é maior do que a da água.

12. Um objeto pendurado em um dinamômetro está totalmente mergulhado num líquido. Em relação a esta situação, podemos afirmar:

a) A indicação do dinamômetro é inferior ao peso do corpo.
b) O empuxo é igual ao peso do corpo e independe do líquido.
c) A indicação do dinamômetro é igual ao empuxo que o corpo recebe do líquido.
d) A massa do corpo submerso é igual à massa do líquido deslocado.
e) A indicação do dinamômetro é a mesma com o corpo dentro ou fora do líquido.



Questão 12.

Um bloco de madeira cuja massa é 500 g flutua com 2/3 de seu volume submerso na água. Estas informações referem-se às questões **13**, **14**, **15** e **16**.

13. O empuxo sobre o bloco vale:

a) 500 g
b) 0,50 N
c) 4,9 N
d) 1,0 kgf
e) 3,3 N

14. O volume de água que o bloco deslocou vale:

a) 0,50 L
b) 500 cm^3
c) $0{,}50 \times 10^{-3}$ m^3
d) 500 mL
e) Todas as respostas anteriores estão corretas.

15. O volume do bloco de madeira é:

a) 0,75 L
b) 500 cm^3
c) 500 mL
d) 10^{-3} m^3
e) Impossível determinar.

16. A densidade da madeira é:

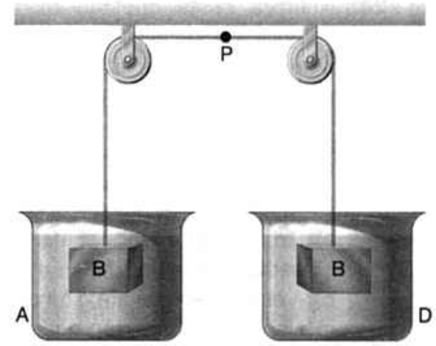
a) 0,75 g/cm^3
b) 500 g/cm^3
c) 40×10^3 kg/m^3
d) 0,66 g/cm^3
e) Maior que 1,0 g/cm^3

17. Um navio, construído para flutuar em água doce, tem um peso total de $2{,}5 \times 10^4$ kgf. Se este navio estiver navegando em água salgada, o empuxo que ele estará recebendo vale:

a) $5{,}5 \times 10^4$ kgf
b) $4{,}5 \times 10^4$ kgf
c) $3{,}2 \times 10^4$ kgf
d) $2{,}5 \times 10^4$ kgf
e) Impossível de se determinar sem se conhecer o valor da densidade da água salgada.

18. Na figura, os blocos *B* são idênticos e de massa específica $d > 1{,}0$ g/cm^3. O frasco *A* contém água pura e o *D* contém inicialmente um líquido ℓ_1 de massa específica 1,3 g/cm^3. Se os blocos são colocados em repouso dentro dos líquidos, para que lado se desloca a marca *P* colocada no cordão de ligação? (As polias não oferecem atrito e são consideradas de massa desprezível.)

a) Para a direita.
b) Para a esquerda.
c) Depende do valor de *d*.
d) Permanece em repouso.
e) Oscila em torno da posição inicial.



Questão 18.

19. Uma barra de ferro (densidade de 7,2 g/cm^3) é suspensa em uma balança de mola que indica 1,0 kgf. Em seguida, a barra é totalmente mergulhada em um vaso de água. A balança indicará:

a) 3,2 kgf
b) 1,5 kgf
c) 0,86 kgf
d) 0,49 kgf
e) 0,14 kgf

20. Uma pedra foi pesada, imersa no ar, obtendo-se o valor de 6,00 N para seu peso. Quando pesada, totalmente mergulhada na água, encontrou-se o valor de 4,00 N para seu peso aparente. Sua massa específica média é:

a) 0,500 g/cm^3
b) 0,667 g/cm^3
c) 1,50 g/cm^3
d) 2,00 g/cm^3
e) 3,00 g/cm^3

21. Um corpo de massa *m* flutua na água (massa específica da água 1,00 g/cm^3) de tal forma que o volume da parte imersa é igual ao volume da parte emersa. A massa específica do corpo é igual a:

a) 0,10 g/cm^3
b) 0,25 g/cm^3
c) 0,50 g/cm^3
d) 1,25 g/cm^3
e) 2,00 g/cm^3

22. Um menino segura, através de um fio, um balão de gás em equilíbrio na vertical em uma região onde não há vento. As forças que atuam no balão são: o seu peso $\vec{P}$, a tração no fio $\vec{T}$ e o empuxo do ar $\vec{E}$. A relação entre essas forças está expressa na opção:

a) $\vec{P} + \vec{T} = \vec{E}$
b) $\vec{P} - \vec{T} = \vec{E}$
c) $\vec{P} + \vec{E} = \vec{T}$
d) $\vec{T} = \vec{P} - \vec{E}$
e) $\vec{P} + \vec{T} + \vec{E} = \vec{0}$

23. Um balão cheio de hidrogênio tem massa total de 50,0 kg e volume 100 m^3. É preso por um fio de massa desprezível que se mantém vertical. A aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2. A densidade do ar é de 1,3 kg/m^3. A força de tração aplicada pelo balão ao fio é expressa em newtons, por:

a) 500
b) 1 800
c) 1 300
d) 800
e) Um valor diferente dos anteriores.

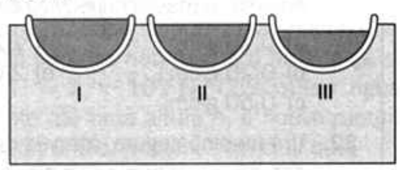
24. A figura desta questão representa uma esfera homogênea de peso p, densidade ρ, mergulhada num líquido de densidade constante, ρ_L. A esfera inicialmente está presa ao fundo do recipiente por um fio muito fino. Sabendo-se que a tensão máxima que o fio pode suportar vale $4p$ e que $\rho = \frac{1}{4}\rho_L$, é *certo* afirmar que:

a) O fio se arrebenta e a esfera sobe até a superfície do líquido.
b) A esfera descerá até o fundo do recipiente.
c) Nenhuma conclusão poderá ser obtida porque não se sabe o valor mínimo da tensão do fio.
d) A esfera permanecerá em equilíbrio na situação indicada na figura.
e) A esfera subirá até que apenas $\frac{1}{4}$ do seu volume permaneça imerso.

Questão 24.

25. Uma cuia de barro contendo água flutua na superfície da água de uma banheira. Havendo equilíbrio, as posições relativas do nível da água na cuia e na banheira estão como:

a) Em I (somente).
b) Em III (somente).
c) Em I ou II ou III.
d) Em II (somente).
e) Em I ou II.



Questão 25.

26. Um cilindro sólido é colocado no interior de uma vasilha de vidro com sua base em contato com o fundo dela. Coloca-se água no recipiente de modo a cobrir o cilindro e não penetrar entre a base e o fundo. Escolher a alternativa *certa*:

a) Não há força de empuxo para cima sobre o cilindro, já que as forças de pressão que agem nele têm resultante dirigida para baixo.
b) O empuxo sobre o cilindro dependerá da sua densidade.
c) O princípio de Arquimedes nos faz concluir que quanto mais fundo for o recipiente, maior a pressão e maior o empuxo para cima.
d) Pelo princípio de Pascal concluímos que sendo a pressão transmitida a todas as partes do corpo, a resultante será nula.
e) Não haverá empuxo para cima, pois a pressão não é grandeza vetorial.

27. Suponha que um corpo, cuja densidade é 0,50 g/cm^3, seja abandonado no interior de um recipiente com água. A aceleração do movimento de subida deste corpo será (despreze atritos):

a) 4,9 m/s^2
b) 9,8 m/s^2
c) 19,6 m/s^2
d) 1,0 m/s^2
e) 0,50 m/s^2

28. Um cubo de madeira de 10 cm de aresta está imerso num recipiente que contém óleo e água (veja figura), tendo a face inferior situada a 2,0 cm abaixo da superfície de separação dos dois líquidos. A densidade do óleo é 0,6 g/cm^3 e da água 1,0 g/cm^3. A massa do cubo é:

a) 236 g
b) 460 g
c) 540 g
d) 680 g
e) Nenhuma das respostas anteriores.

Questão 28.

CAPÍTULO 8 - Conservação da energia

1. Um motor elétrico suspende um peso de 200 kgf a uma altura de 5,0 m, gastando 10 s para realizar esta operação. Considerando $g = 10$ m/s^2, podemos dizer que a potência desenvolvida pelo motor foi de:

a) 200 W
b) 500 W
c) 1 000 W
d) 2 000 W
e) 10 000 W

2. Um rapaz, cujo peso é $6{,}0 \cdot 10^2$ N, anda numa bicicleta, cujo peso é $1{,}0 \cdot 10^2$ N, ao longo de uma estrada horizontal, com velocidade constante de 4,0 m/s. As forças exercidas pela estrada e pelo ar, e que se opõem ao movimento, têm uma resultante horizontal, dirigida para trás, e cujo módulo vale 10 N. A potência mínima que o rapaz deve desenvolver para manter a velocidade constante é calculada como na opção:

a) $10\ (N) \times 4{,}0\ (m/s) = 4{,}0 \cdot 10^1$ W
b) $1{,}0 \cdot 10^2\ (N) \times 4{,}0\ (m/s) = 4{,}0 \cdot 10^2$ W
c) $6{,}0 \cdot 10^2\ (N) \times 4{,}0\ (m/s) = 2{,}4 \cdot 10^3$ W
d) $(6{,}0 \cdot 10^2 + 1{,}0 \cdot 10^2)\ (N) \times 4{,}0\ (m/s) = 2{,}8 \cdot 10^3$ W
e) $(6{,}0 \cdot 10^2 + 1{,}0 \cdot 10^2 + 10)(N) \times 4{,}0\ (m/s) = 2{,}8 \cdot 10^3$ W

3. A potência de um coração que bate 70 vezes por minuto e bombeia 72 cm^3 de sangue em cada batida, contra uma pressão de 12 cm de mercúrio, é: (densidade do mercúrio = 13,6 g/cm^2, g = 9,81 m/s^2)

a) 12,3 W
b) 60,5 W
c) 8,4 W
d) 1,00 W
e) 1,34 W

4. Observa-se que um corpo, cuja massa é m = 5,0 kg, movendo-se com velocidade v_1 = 2,0 m/s, após um certo tempo passa a se mover com velocidade v_2 = 4,0 m/s. O trabalho total realizado sobre este corpo foi de:

a) 10 J
b) 20 J
c) 30 J
d) 40 J
e) Impossível calcular.

5. Um corpo percorre uma curva com a energia cinética constante de 5,0 J. Parte da curva é um arco de circunferência de raio 0,50 m e de 5,0 m de comprimento. Qual a força resultante sobre o corpo enquanto ele percorre esta parte da curva?

a) 0,0 N
b) 1,0 N
c) 10 N
d) 20 N
e) Nenhum dos valores anteriores.

6. Um bloco de massa m = 2,0 kg desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito, com velocidade v_0 = 10 m/s, penetrando assim numa região onde existe atrito de coeficiente μ = 0,50. Pergunta-se:

1º) Qual é o trabalho (W) realizado pela força de atrito após ter o bloco percorrido 5,0 m com atrito?

2º) Qual é a velocidade do bloco ao final desses 5,0 m? (g = 10 m/s^2)

W(J)	v (m/s)
a) + 50	7,1
b) – 50	6,9
c) + 100	0
d) – 50	7,1
e) 0	10

7. Analise as afirmativas seguintes, assinalando aquelas que estão *corretas*: Suponha um corpo de massa m, inicialmente com velocidade $\vec{v}$, que sofre um deslocamento d sob a ação de uma força $\vec{F}$.

I - Se $\vec{F}$ atua constantemente na direção e sentido de $\vec{v}$, no final do deslocamento a velocidade do corpo será dada pela expressão:

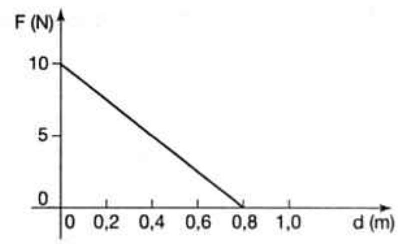
$$\sqrt{\frac{2Fd + mv^2}{m}}$$

II - Supondo que $\vec{F}$ agisse constantemente na mesma direção, mas em sentido contrário a $\vec{v}$, no final do deslocamento o corpo atingiria o repouso se $\vec{F}$ tivesse um valor constante igual a $\frac{mv^2}{2d}$.

III - Se $\vec{F}$ atuasse ora num sentido ora noutro, de tal modo que o trabalho total de $\vec{F}$ no deslocamento d fosse nulo, poderíamos afirmar que, no final do deslocamento, a velocidade do corpo teria um valor igual a v.

8. Uma esfera de metal, homogênea, de massa 0,10 kg está em repouso num local onde a aceleração gravitacional é 10 m/s^2. A partir de um certo instante, uma força de intensidade F, variável com a distância (d), conforme o gráfico abaixo, passa a atuar na esfera na direção vertical e sentido para cima. Qual a energia cinética da esfera no instante em que F se anula? (Despreze todos os atritos.)

a) 0,80 J
b) 3,2 J
c) 4,0 J
d) 7,2 J
e) 8,0 J



Questão 8.

9. Uma bola de 0,2 kg de massa é lançada verticalmente para baixo, com velocidade inicial de 4 m/s. A bola bate no solo e, na volta, atinge uma altura máxima que é idêntica à altura do lançamento. Qual a energia perdida durante o movimento?

a) 0 J
b) 1 600 J
c) 1,6 J
d) 800 J
e) 50 J

10. A Usina de Itaipu é capaz de gerar uma potência máxima de 12 600 MW (megawatt). Supondo que não haja absolutamente perdas e que toda a água que cai vai gerar energia elétrica, qual deverá ser o volume de água, em metros cúbicos, que deve escoar em uma hora, sofrendo um desnível de 110 m, para gerar aquela potência? (g = 9,8 m/s^2)

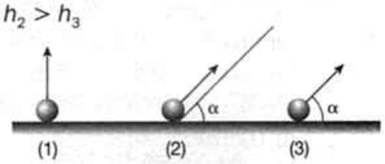
a) $1{,}17 \times 10^7\ m^3$
b) $1{,}20 \times 10^4\ m^3$
c) $4{,}21 \times 10^7\ m^3$
d) $4{,}19 \times 10^8\ m^3$
e) $7{,}01 \times 10^8\ m^3$

11. Três bolinhas de aço idênticas são lançadas a partir do mesmo plano horizontal e com a mesma velocidade inicial (em módulo).

- a bola (1) é lançada verticalmente;
- a bola (2) é lançada ao longo de um plano inclinado do ângulo α;
- a bola (3) é lançada em direção oblíqua (projétil), o ângulo de tiro sendo igual a α.

Representam-se por h_1, h_2 e h_3, respectivamente, as alturas máximas acima do plano de lançamento, atingidas pelas três bolas. Se todos os atritos forem desprezíveis, podemos afirmar que:

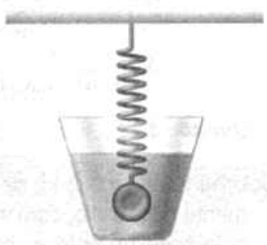
a) $h_1 = h_2 = h_3$
b) $h_1 > h_2 > h_3$
c) $h_1 = h_2 > h_3$
d) $h_1 > h_2 = h_3$
e) $h_1 < h_2 = h_3$



Questão 11.

12. A figura mostra um corpo em equilíbrio, de densidade 0,8 g/cm^3, volume 2,0 L, totalmente imerso em água e preso a uma mola ideal de constante elástica 100 N/m. De quanto é a deformação da mola?

a) 2 cm
b) 4 cm
c) 8 cm
d) 12 cm
e) 16 cm



Questão 12.

13. Um corpo de massa m encontra-se a uma altura h acima do nível do solo. Julgue as afirmações que se seguem, relacionadas com esta situação (considere desprezível o atrito):

I - Sua energia potencial gravitacional, em relação ao solo, é mgh.
II - Se ele for abandonado do repouso, sua energia cinética, ao atingir o solo, será mgh.
III - O trabalho realizado pelo peso do corpo, quando ele for levado do solo até a posição acima referida e voltar ao solo, é nulo.

14. Analise as afirmativas seguintes e assinale aquelas que estão *corretas*:

I - Sempre que uma força não nula atua em uma partícula, esta força realiza trabalho.
II - Se uma partícula está sob a ação apenas de forças consecutivas, sua E_c se conserva.
III - O trabalho da resultante de todas as forças que atuam em uma partícula é igual à variação da E_c da partícula.

15. Um bueiro levemente inclinado sai de um muro de arrimo na margem de uma estrada. Uma bola lançada através da manilha volta com maior velocidade do que tinha ao ser lançada. Se isto lhe acontecesse você suspeitaria que:

a) A manilha tivesse do outro lado uma inclinação muito alta.
b) A manilha tivesse a forma de um L.
c) Alguém tivesse pegado a bola do outro lado e a arremessado com maior impulso.
d) Dentro da manilha existisse uma mola, não comprimida, com grande constante elástica.
e) O Princípio de Conservação da Energia não mais é válido.

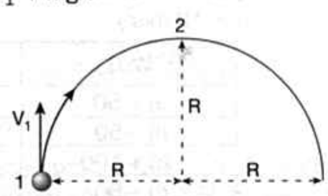
16. Um corpo de massa m = 5,0 kg é abandonado de uma altura h = 2,0 m. Desprezando a resistência do ar e considerando g = 10 m/s^2, a energia mecânica total deste corpo, a uma altura h = 0,5 m, vale:

a) 100 J
b) 0,50 J
c) 25 J
d) 75 J
e) zero

As questões **17** e **18** referem-se ao enunciado e à figura correspondente: Uma bola, de massa m, amarrada por um cordão, descreve uma circunferência em um plano vertical. Quando ela passar pelo ponto 1, sua velocidade será v_1. Considere a energia potencial nula no ponto 1. Suponha que o sistema se encontre nas proximidades da Terra e despreze a resistência do ar.

17. A energia mecânica total da bola no ponto 2 é:

a) $\frac{1}{2} mgR$
b) mgR
c) $\frac{1}{2} mv_1^2 + mgR$
d) $\frac{1}{2} mv_1^2 - mgR$
e) $\frac{1}{2} mv_1^2$



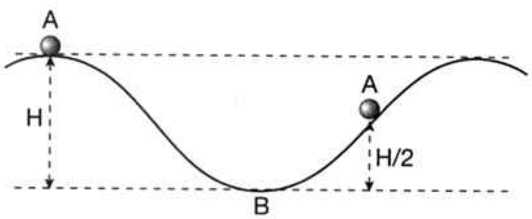
Questões 17 e 18.

18. A energia cinética no ponto 2 é:

a) $\frac{1}{2} mgR$
b) mgR
c) $\frac{1}{2} mv_1^2$
d) $\frac{1}{2} mv_1^2 + mgR$
e) $\frac{1}{2} mv_1^2 - mgR$

19. Uma partícula desliza livremente em um trilho sem atrito, partindo do ponto *A* com uma certa velocidade inicial. O plano horizontal de referência para medir a energia potencial gravitacional passa pelo ponto *B*. Sabe-se que a energia potencial no ponto *A* vale *E* e a energia cinética no ponto *B* vale 2 *E*. Quando a partícula passar pelo ponto *C* suas energias cinética e potencial serão, respectivamente, iguais a:

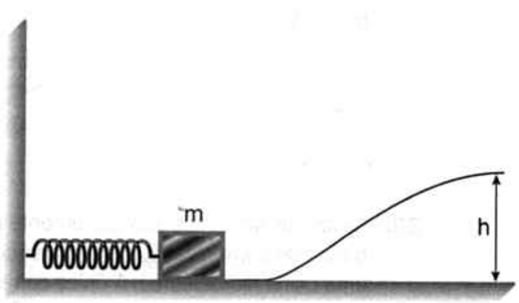
a) 3 *E*/2 e *E*/2
b) *E*/2 e *E*/2
c) *E* e *E*
d) *E*/2 e 3 *E*/2
e) 3 *E*/2 e 3 *E*/2



Questão 19.

20. Um corpo de pequenas dimensões e massa *m* está encostado a uma mola, de constante *k*, comprimida, conforme o esquema abaixo. Qual deve ser a mínima compressão da mola para que, ao distender-se, empurre o corpo de maneira que ele, abandonando a mola, consiga subir a rampa? (Despreze o atrito.)

a) *mgh*
b) *mgh/k*
c) 2 *kmgh*
d) $\sqrt{2mgh / k}$
e) O corpo não conseguirá subir a rampa apenas pelo empurrão da mola.



Questão 20.

21. Um foguete explode, em vôo, em três pedaços de mesma massa. A energia cinética do foguete, antes da explosão, era E_0. A energia liberada na explosão é 3 E_0. A energia total após a explosão aparece como energia cinética dos pedaços. Abaixo estão indicados valores de energia cinética E_1, E_2 e E_3 para estes pedaços. Indique a opção *errada*:

	E_1	E_2	E_3
a)	$\frac{5}{3}E_0$	$\frac{1}{3}E_0$	$2\,E_0$
b)	$\frac{2}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$	$2\,E_0$
c)	$\frac{4}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$
d)	$\frac{1}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$	$\frac{4}{3}E_0$
e)	$2E_0$	E_0	E_0

22. Um corpo, de massa *m* = 2,0 kg, é abandonado de uma altura *h* = 10 m. Observa-se que, durante a queda, é gerada uma quantidade de calor igual a 100 J, em virtude do atrito com o ar. Considerando $g = 10\ m/s^2$, a energia cinética do corpo, imediatamente antes de tocar o solo, vale:

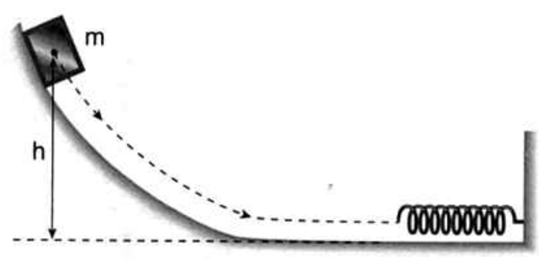
a) 200 J c) 10 J e) 300 J
b) zero d) 100 J

23. Na questão anterior, podemos concluir que a velocidade do corpo, imediatamente antes de tocar o solo, era, em m/s:

a) $\sqrt{200}$ c) 10 e) 200
b) $10\sqrt{2}$ d) 20

24. Um corpo, de massa *m* = 1,0 kg, é abandonado (sem velocidade inicial) de uma altura *h* = 2,0 m, conforme indica a figura. O corpo desliza ao longo da superfície mostrada e colide contra uma mola cuja constante elástica vale *k* = 200 N/m, comprimindo-a de 40 cm. O trabalho realizado pelo atrito sobre o bloco, durante o seu movimento, foi: (considere $g = 10\ m/s^2$)

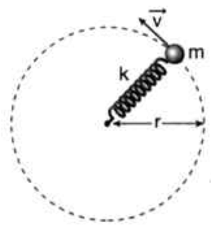
a) –20 J
b) –16 J
c) –4,0 J
d) –2,0 J
e) Nulo, porque não há força de atrito atuando no bloco.



Questão 24.

25. Uma partícula, de massa m, descreve uma trajetória circular, em movimento uniforme, sobre uma mesa horizontal lisa, presa na extremidade de uma mola cuja constante elástica é k (veja a figura). Suponha que o raio r da trajetória seja muito grande, de modo que possamos considerar desprezível o comprimento da mola não deformada. Nestas condições, a energia mecânica total da partícula será dada por:

a) $4\ kr^2$
b) $2\ kr^2$
c) kr^2
d) $1/2\ kr^2$
e) $1/4\ kr^2$



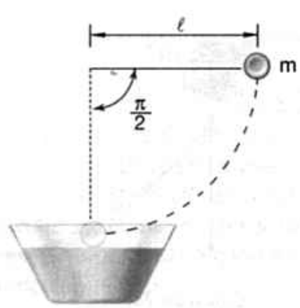
Questão 25.

26. Um jogador lança horizontalmente uma bola de 250 g com a velocidade inicial de 18 m/s. Outro jogador, praticamente no mesmo nível, pega a bola quando a velocidade reduziu-se a 12 m/s. O trabalho realizado para superar a resistência do ar, suposta constante, é de:

a) 22,5 J
b) 41,8 J
c) 58,3 J
d) 61,4 J
e) Nenhuma das respostas anteriores.

27. Um pêndulo de comprimento ℓ é abandonado na posição indicada na figura e quando passa pelo ponto mais baixo da sua trajetória tangencia a superfície de um líquido, perdendo em cada uma dessas passagens 30% da energia cinética que possui. Após uma oscilação completa, qual será, aproximadamente, o ângulo que o fio do pêndulo fará com a vertical:

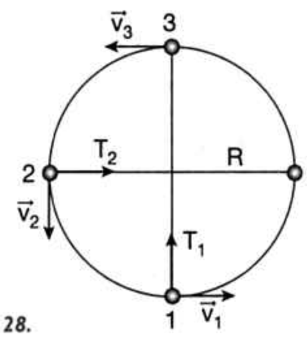
a) 75°
b) 60°
c) 55°
d) 45°
e) 30°



Questão 27.

28. Uma pequena bola, de massa m, gira numa circunferência vertical, presa à extremidade de uma corda de comprimento R. A tensão na corda no ponto 3 é nula. A figura mostra as velocidades e tensões nos diversos pontos. Marque a afirmativa *correta*.

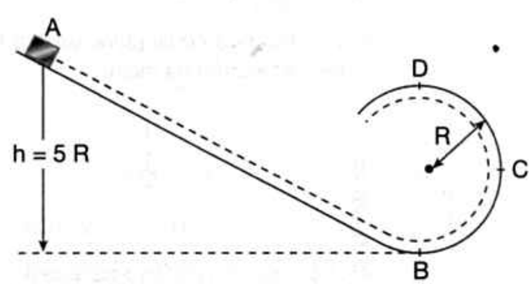
a) $v_1 = \sqrt{5gR}$
b) $T_1 = 5mg$
c) $T_2 = 2mg$
d) $v_3 = 0$
e) $v_2 = \sqrt{2gR}$



Questão 28.

29. Uma partícula de massa m é abandonada em A e desliza, sem atrito, ao longo do trilho com a forma mostrada na figura. O raio da parte circular é R e $h = 5R$. Marque a afirmativa *falsa*:

a) A energia mecânica total do corpo no ponto C vale $5mgR$.
b) A energia cinética do corpo em B vale $5mgR$.
c) A energia cinética do corpo em D vale $3mgR$.
d) A velocidade do corpo em C vale $\sqrt{8gR}$.
e) A reação normal do trilho sobre o corpo em C vale $3mg$.



Questão 29.

30. As formas seguintes são usualmente empregadas em meios de comunicação para expressar a potência de uma usina hidroelétrica. A única *correta* é:

a) 200 000 quilowatts
b) 200 000 quilowatts-dia
c) 200 000 quilowatts-hora
d) 200 000 quilowatts por dia
e) 200 000 quilowatts por segundo

Respostas
dos exercícios

CAPÍTULO I - Algarismos significativos

Exercícios de Fixação

2. É mais compacta e facilita a realização de operações.

3. a) $1\,000 = 10^3$
b) $100\,000 = 10^5$
c) $1\,000\,000 = 10^6$
d) $0{,}01 = 10^{-2}$
e) $0{,}0001 = 10^{-4}$
f) $0{,}000001 = 10^{-6}$

4. a) 2 000
b) 1 200 000
c) 0,075
d) 0,00008

5. a) $3{,}82 \times 10^2$
b) $2{,}12 \times 10^4$
c) $6{,}2 \times 10^7$
d) $4{,}2 \times 10^{-2}$
e) $7{,}5 \times 10^{-1}$
f) $6{,}9 \times 10^{-5}$

6. a) 7×10^{-6}
b) $8 \times 10^{-7} < 4 \times 10^{-5} < 2 \times 10^{-2}$

7. a) 10^7
b) 10^4
c) 8×10^{-8}
d) 10^6
e) 10^{26}
f) 4×10^{-7}
g) 10^6
h) 4×10^{-10}
i) 4×10^{-3}

8. a) $8{,}1 \times 10^{-4}$
b) $-1{,}7 \times 10^7$

9. Expressar os dois números na mesma potência de 10.

10. a) $1{,}32 \times 10^5$
b) $7{,}17 \times 10^8$

11. a) $5{,}98 \times 10^{24}$ kg
b) 10^{25} kg

12. a) 10^8 livros
b) 10^9 livros

13. a) 10^6 m^3
b) Por exemplo: comprimento = 10^3 m, largura = 10^2 m e profundidade = 10 m.

14. a) 2,8 cm
b) 2 é correto e 8 é avaliado.

15. São os algarismos corretos e o *primeiro* algarismo duvidoso.

16. a) 1 e 2
b) 3

17. a) 8
b) Correto, o *zero* é o duvidoso.

18. a) 422 cm^2
b) 3,43 g
c) 16,1 s ou 16,2 s

19. a) 2,5 cm
b) 27,5 cm
c) 30,0 cm

20. a) 1,11
b) três
c) 380
d) sim; não

21. a) três
b) quatro
c) três
d) quatro

22. a) 6
b) não
c) $5{,}6 \times 10^4$ m

23. três

24. Por exemplo:
a) m e km
b) m^2 e cm^2
c) m^3 e litro
d) segundo e ano

25. Faça a pesquisa sugerida.

26. a) não, 1 h = 60 min e 1 min = 60 s
b) 2 h 10 min 52 s

27. a) igual
b) 8 h 42 min
c) 5,3 h

28. a) Revolução Francesa
b) Napoleão Bonaparte

29. a) Inglaterra
b) Os países de língua inglesa (inclusive os Estados Unidos) não adotaram o Sistema Métrico.

30. a) Sistema Internacional de Unidades
b) Esses países vêm, gradativamente, introduzindo as unidades do S.I. em substituição às unidades antigas.

31. a) 4×10^7 m; 4×10^4 km (40 000 km)
b) 3 voltas

Problemas e Testes

1. a) 2×10^{10} cm^2
b) 5×10^{-6} m^3
c) 4×10^6 mm^3
d) 8×10^{-3} kg

2. a) 10^8
b) 10^{10}

3. 10^{-4}

4. a) 10^{-39} cm^3
b) 10^{15}g/cm^3

5. 3×10^{-6} cm

6. a) 74 km/h; o algarismo 4
b) 4,25 kg; três algarismos

8. a) leitura com o termômetro fora do líquido
b) leitura com o frasco inclinado
c) excesso de algarismos no resultado (algarismos não significativos)

9. a) O aparelho não está zerado.
b) A leitura correta é 0,16 A.
c) A leitura correta é 0,48 V.

11. a) 10,8 h
b) 9,1 h
c) 15 h

12. a) $8{,}20 \times 10^{8}$
b) $-2{,}61 \times 10^{-2}$

13. a) $2{,}0 \times 10^{5}$
b) $1{,}04 \times 10^{-6}$

14. a) errada
b) certa
c) errada
d) certa

15. a) 10^{-3} m = 1 mm
b) 10 m

16. a) 1 ano-luz = $9{,}45 \times 10^{12}$ km
b) 4,2 anos-luz = $3{,}9 \times 10^{13}$ km

17. a) três
b) quatro
c) 0,2 kg

CAPÍTULO 2 - Movimento retilíneo

Exercícios de Fixação

1. sim

2. a) não
b) sim

3. a) não
b) parado

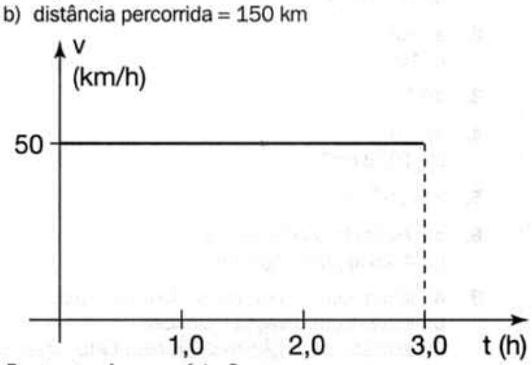
4. a) reta vertical
b) Curva como aquela descrita pela bomba na fig. 2-2.

5. a) A trajetória é uma reta.
b) O valor da velocidade é constante.

6. $d = vt$

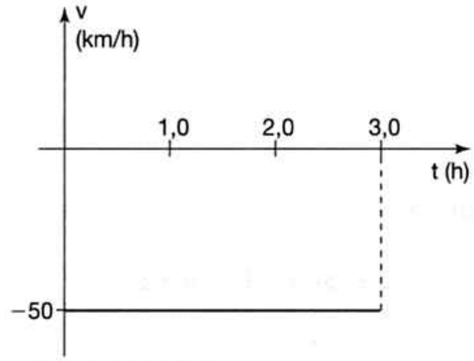
7. a) 27 km
b) 2,0 m/s
c) 500 s

8. a) Veja figura.
b) distância percorrida = 150 km



Resposta do exercício 8.

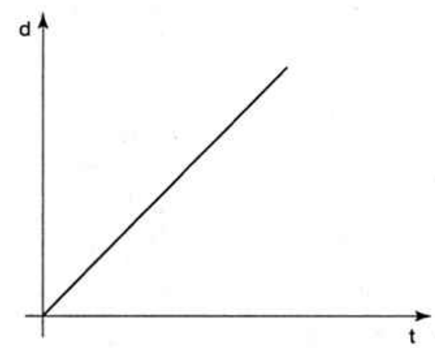
9. a) $v = -50$ km/h
b) Veja figura.



Resposta do exercício 9.

10. a) Expressar v e t com a mesma unidade de tempo.
b) 20 m/s
c) 400 m

11. a) proporção direta
b) Veja figura.
c) o valor da velocidade v



Resposta do exercício 11.

12. a) quilômetro 50
b) quilômetro 120
c) 70 km/h
d) quilômetro 120, durante 1,0 h
e) quilômetro zero
f) − 60 km/h

13. a) movimento retilíneo uniforme
b) movimento retilíneo variado

14. a) 5,0 m/s e 12 m/s
b) de 5,0 m/s

15. a) não
b) pela inclinação da tangente ao gráfico no ponto correspondente àquele instante
c) em P_2, em t_2

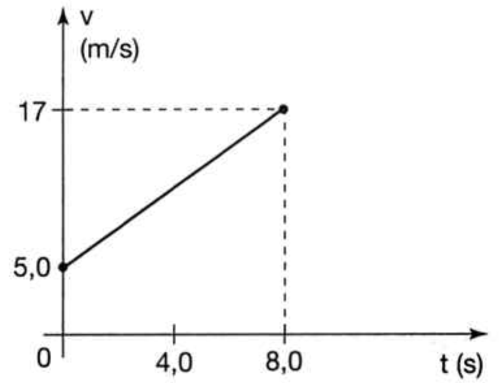
16. 20 m/s

17. a) pela área sob o gráfico, desde t_1 até t_2
b) Não, a velocidade está diminuindo.
c) 20 m

18. a) de $t = 0$ a $t = 3{,}0$ s e de $t = 5{,}0$ s a $t = 8{,}0$ s
b) de $t = 3{,}0$ s a $t = 5{,}0$ s
c) de $t = 5{,}0$ s a $t = 6{,}0$ s
d) de $t = 0$ a $t = 3{,}0$ s

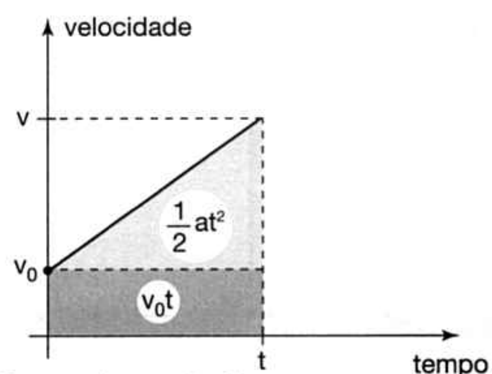
19. a) $\Delta v = 6$ m/s
b) $a = \Delta v/\Delta t = 2{,}0$ m/s^2
c) A velocidade aumenta de 2,0 m/s em cada 1 s.

20. a) 12 m/s
b) 17 m/s
c) Veja figura.
d) o valor da aceleração



Resposta do exercício 20.

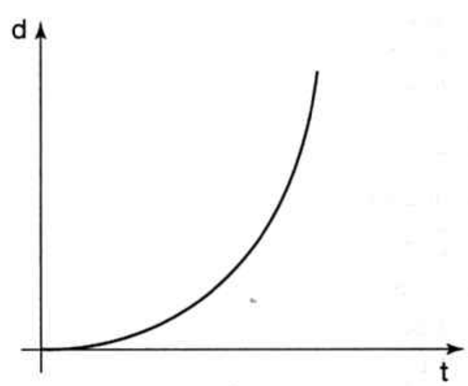
21. a) Veja figura.
b) 88 m



Resposta do exercício 21.

22. a) $v^2 = v_0^2 + 2ad$
b) 8,0 m/s

23. a) d é proporcional a t^2.
b) Veja figura.



Resposta do exercício 23.

24. a) o livro
b) Chegam juntos.
c) Porque a resistência do ar produz um efeito retardador maior sobre a folha de papel.

25. a) No vácuo ou no ar quando a resistência à queda for desprezível.
b) movimento retilíneo uniformemente acelerado

26. a) 9,8 m/s² para ambos
b) aceleração da gravidade, *g*

27. a) Aumenta de 9,8 m/s em cada 1 s.
b) Diminui de 9,8 m/s em cada 1 s.

28. a) 45 m
b) 30 m/s

29. a) Pisa e Florença

30. a) O tempo de oscilação independe do "tamanho da oscilação" (amplitude).
b) o comprimento do pêndulo

31. a) seu pulso
b) na medida de pulsações de pacientes

32. a) igual
b) Corpos de massas diferentes, abandonados de uma mesma altura, caem simultaneamente.

33. cerca de 3 s

34. a) A
b) C
c) B
d) D

Problemas e Testes

1. (a), (e) e (f)

2. 360 km

3. 20 s

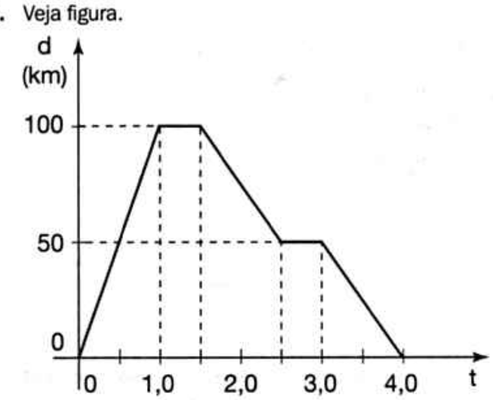
4. (b), (c) e (e)

5. a) sim
b) não

6. a) 40 km/h
b) zero

7. (e)

8. Veja figura.



Resposta do exercício 8.

9. Todas estão corretas.

10. (a), (b) e (c)

11. (d)

12. a) maior
b) zero

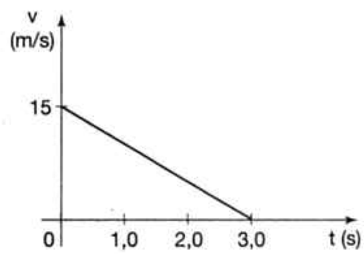
13. a) 40 km/h
b) não

14. Sim, se o movimento for retilíneo uniforme.

15. a) movimento retilíneo uniformemente acelerado
b) 3,0 m/s^2
c) 2,0 m/s
d) 32 m

16. a) *H*
b) *L*
c) de *A* a *C* e de *F* a *H*
d) de *H* a *L*
e) de *C* a *F*

17. a) – 5,0 m/s^2
b) Veja figura.



Resposta do exercício 17.

18. a) 22,5 m
b) 22,5 m (Como não podia deixar de ser!)

19. a) uniformemente acelerado
b) 6,0 m/s
c) 5,0 m/s^2

20. $a = g$,
$v = 2V$,
$d = 4D$

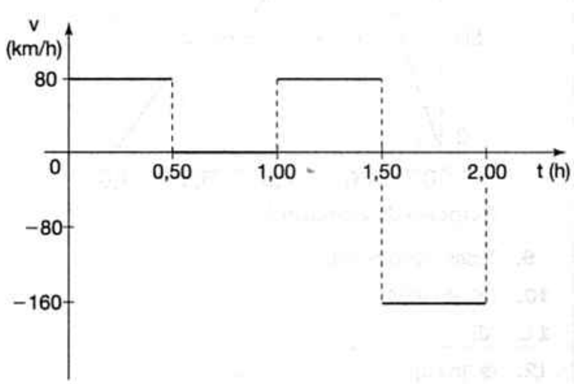
21. a) $g = 8{,}0$ m/s^2
b) 32 m/s

22. a) 1,6 m/s^2
b) 20 m

23. 3,2 m

24. a) 8,0 m/s
b) 10 s

25. b) Veja figura.



Resposta do exercício 25.

26. a) em t_A, em t_B
b) $v_B < v_C < v_D < v_A$

27. a) 5,0 m
b) cerca de 88 m
c) cerca de 18 m/s

28. b) apenas o carro *B*

29. 90 m/s

30. a) Como não há atmosfera na Lua, não há nenhuma resistência à queda dos dois objetos.
b) Embora a aceleração da gravidade na Lua seja menor do que na Terra, o simples fato de os objetos caírem simultaneamente nada esclarece sobre isto.

Problemas Suplementares

1. 672 m

2. 10 s

3. $v_A = 0$ e $v_B = 10$ m/s

4. a) retilíneo uniforme
b) $2{,}5 \times 10^2$ cm/s
c) 1,0 cm
d) Retorna ao ponto 0.
e) 2,5 cm

5. a) *G, H, I*
b) *E*
c) *G* e *I*
d) *F*
e) *D*

6. 3,7 vezes menor

7. a) sim
b) 46 m/s

8. a) 10 cm/s^2
b) 15 cm/s

9. 1,67 km

10. 187 m

11. 276 m

12. 43 m/s

13. 2,0 m/s^2

14. 0,50 s

15. a) 0,60 s
b) 2,5 s

16. 161 m

17. a) 180 m
b) 15 s

18. 6,8 m

19. $5{,}0 \times 10^{-3}$ s

20. a) 2,8 s
b) 39 m
c) 15%

21. 36 km/h

22. 0,80 m

23. 7,0 m

24. a) $d = 200 - 10t$; com *t* em s e *d* em m
b) $d = 10t$; com *t* em s e *d* em m

25. a) $d = 18 + 3t + 2t^2$, com *t* em s e *d* em m
b) $d = 3t + 2t^2$; com *t* em s e *d* em m
c) no caso (b)

CAPÍTULO 3 – Movimento curvilíneo

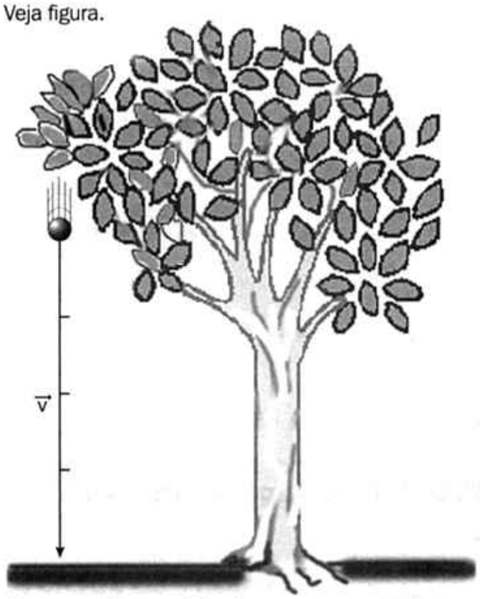
Exercícios de Fixação

1. a) escalar
b) vetorial
c) vetorial
d) escalar

2. a) direções diferentes
b) sim, sentidos contrários
c) sim, mesmo sentido

3. b) cerca de 1 040 km
c) Norte-Sul
d) de Sul para Norte

4. Veja figura.



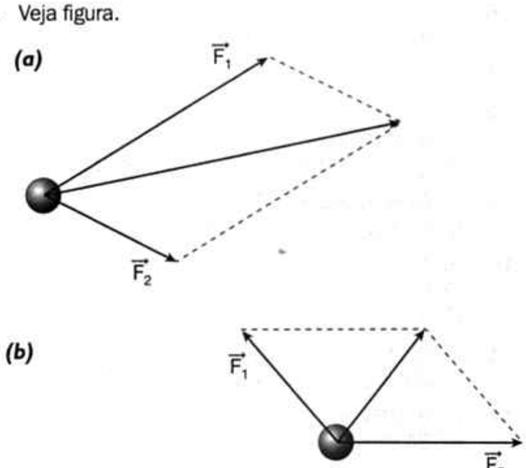
Resposta do exercício 4.

5. a) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
b) não

6. a) $D = 7$ cm
b) $d = 3$ cm
c) $D = 3{,}9$ cm
d) sim
e) apenas em (a)

7. a) 10 cm
b) 10 cm

8. Veja figura.



Resposta do exercício 8.

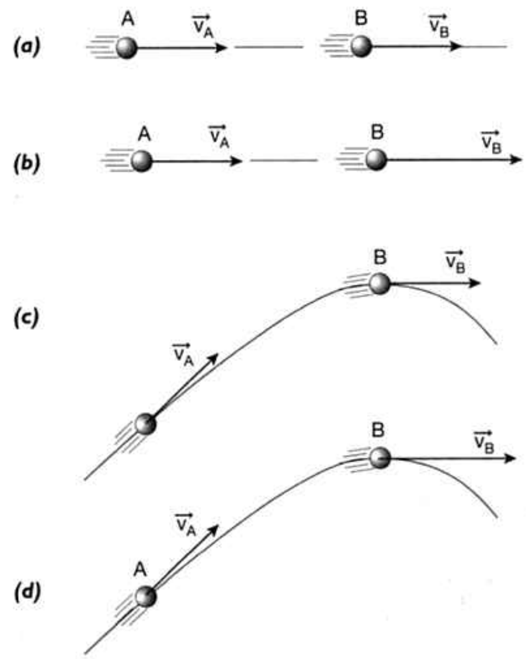
9. c) cerca de 590 km, direção Leste-Oeste e sentido de Oeste para Leste
d) zero

10. b) $V_x = 18$ m e $V_y = 8{,}4$ m

11. b) $V = 20$ m

12. a) $\theta = 0°$ e $V_x = 15$ cm
b) $\theta = 90°$ e $V_x = 0$

13. Veja figura.



Resposta do exercício 13.

14. a) Quando a direção de $\vec{v}$ varia (trajetória curva).
b) 90°
c) Porque $\vec{a}_c$ aponta para o centro da curva.

15. a) Quando o módulo de $\vec{v}$ varia.
b) Porque $\vec{a}_T$ é tangente à trajetória (mesma direção de $\vec{v}$).
c) mesmo sentido
d) sentidos contrários

16. figura (a): 1º) não, 2º) não
figura (b): 1º) não, 2º) sim
figura (c): 1º) sim, 2º) não
figura (d): 1º) sim, 2º) sim

17. b) não, sim

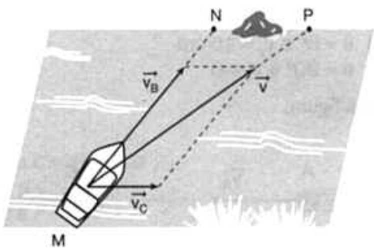
18. a) $T = 30$ s
b) 0,033 hertz
c) 628 m
d) 21 m/s
e) $a_c = v^2/R$, $a_c = 4{,}4$ m/s^2

19. a) 360° ou 2π rad
b) $(\pi/15)$ rad/s = 0,21 rad/s ou 12 graus/s

20. a) $\omega = \Delta\theta/\Delta t$, $\omega = \pi$ rad/s
b) $\omega = 2\pi/T$, $T = 2{,}0$ s
c) $f = 0{,}50$ hertz
d) $v = \omega R = 31{,}4$ cm/s
e) não

21. a) P_1
b) o carro da pista P_2

22. a) $\vec{v}_B$, veja figura (trajetória *MN*)
b) Veja figura (trajetória *MP*).



Resposta do exercício 22.

23. a) 280 km/h
b) 120 km/h

24. b) 215 km/h
c) *B*
d) 2,0 h

25. a) 0,45 s
b) 90 cm

26. a) não
b) 211,12 km/h

27. a) cerca de 14 m
b) 3,4 m

28. a) ponto *B* (Veja a figura.)
b) prejudicado
c) *CB* (Veja a figura.)

Resposta do exercício 28.

29. o atleta em Quito

Problemas e Testes

1. b) 600 m
c) zero

2. a) mesma direção e sentido de $\vec{d}_1$
b) mesma direção e sentido contrário a $\vec{d}_1$
c) não, não

3. (d)

4. (a) e (d)

5. (b)

6. (b)

7. c) $V_{1x} = -10$ cm e $V_{1y} = 17$ cm; $V_{2x} = 8{,}7$ cm e $V_{2y} = 5{,}0$ cm

8. *AB*: apenas $\vec{a}_c$; *BC*: $\vec{a}_c$ e $\vec{a}_T$ (oposta a $\vec{v}$); *CD*: apenas $\vec{a}_T$ (no sentido de $\vec{v}$)

9. a) 24 h
b) 15 graus/hora

10. a) $\omega_A = 5{,}0$ rad/s e $\omega_B = 3{,}0$ rad/s
b) polia *A*, pois $\omega_A > \omega_B$

11. a) 10π rad/s
b) π m/s
c) $10\pi^2$ m/s²

12. a) errada
b) certa
c) errada
d) certa
e) errada

13. a) 4 vezes maior
b) 2 vezes maior

14. a) Ficaria parado.
b) Desceria o rio.

15. a) $v_c = 2{,}5$ km/h
b) $v_B = 22{,}5$ km/h

16. b) 15 km
c) 15 km

17. a) 28 cm
b) 20 cm
c) zero

18. a) 60 s
b) 0,1 rad/s
c) 0,2 cm/s²
d) 0,02 cm/s²
e) zero

19. a) igual
b) menor
c) igual
d) menor

20. b) 2,0 s
c) 12 m

21. a) $v_{Mx} = v_M \cos\theta$ e $v_{My} = v_M \operatorname{sen}\theta$
b) $V_{mx} = v_C$
c) $\theta = 60°$

22. à meia-noite

Problemas Suplementares

1. a) sim; não
b) sim; não
c) não
d) sim

2. a) não
b) sim

3. b) 7,1 km
c) 45°
d) ambos iguais a 5,0 km

4. b) 14 cm

5. a) $V = V_1 + V_2$
b) $V = |V_1 - V_2|$
c) $V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$

6. a) 6
b) mesma direção e mesmo sentido de *A*

7. $\vec{B}$

8. a) ω_H=30 graus/hora; ω_M=360 graus/hora; ω_S=21 600 graus/hora
b) $f_H = 2{,}3 \times 10^{-5}$ hertz; $f_M = 2{,}8 \times 10^{-4}$ hertz; $f_s = 1{,}7 \times 10^{-2}$ hertz

9. a) $f = 5{,}0$ hertz e $T = 0{,}20$ s
b) $T = 4{,}0$ s e $\omega = \pi/2$ rad/s

10. a) 1
b) 2
c) 2

11. a) igual
b) 20 rpm

12. a) 0,010 cm
b) 24 cm/s

13. 637 rpm

14. 1 380 rpm

15. 100 m/s

16. 9,76 m/s^2

17. a) 5,0 cm/s
b) 2,5 rad/s

18. As relações corretas são:
$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_C$ e $v = v_B - v_C$ (2ª pessoa)

19. a) 0,40 s
b) zero

20. a) 20 km/h, para o Sudoeste
b) 12 km/h, para o Sul

21. a) 10 nós, para o Noroeste
b) 10 nós, para o Sudeste

22. a) 72 km/h
b) 240 m

23. a) 11,6 m/s
b) 59°

24. 23,4 km/h

25. $\vec{a}_c + \vec{a}_T = \vec{g}$

26. 50 m/s e 40 m/s

27. sexto degrau

28. sim

29. 4,0 m/s

CAPÍTULO 4 - Primeira e terceira leis de Newton

Exercícios de Fixação

1. b) 10 N

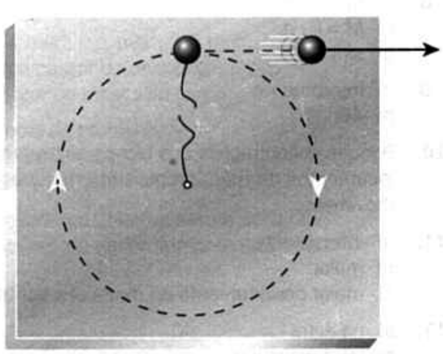
2. a) a Terra
b) 100 kgf, 980 N

3. 5 N

4. Segundo Aristóteles, o disco deveria parar imediatamente. Segundo Galileu, o disco continuaria a se deslocar com velocidade de 2,0 m/s, em linha reta.

5. a) movimento retilíneo uniforme
b) Aplicar uma força sobre o corpo.

6. a) Veja a figura.
b) sua inércia



Resposta do exercício 6.

7. a) zero
b) sim
c) sim, movimento retilíneo uniforme

8. a) sim
b) zero
c) 141 kgf
d) 141 kgf

9. a) 17 N
b) 9 N

10. a) 25 kgf
b) Não, ela se romperia em ambos os casos.

11. a) 5 kgf
b) a pedra
c) no pé do menino

12. a) igual
b) Porque é feito com material mais frágil.

13. a) Terra
b) o bloco
c) a mesa
d) não
e) sim

14. a) 15 N
b) reação normal $\vec{N}$; 15 N; no bloco

15. a) a Terra
b) Está aplicada na Terra, vale 720 N, dirigida verticalmente para cima.

16. Os módulos de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ devem ser iguais (3ª lei de Newton).

17. b) 3,5 kgf
c) 7,0 kgf

18. a) 15 kgf
b) 9,0 kgf
c) 0,60

19. a) 6,0 kgf
b) igual

20. c) 60°
d) $P_N = 100$ N e $P_T = 173$ N

21. a) 173 N
b) 100 N
c) Não, o resultado de (a) não é o valor de f_{eM}.

22. a) Galileu
b) introspecção e intolerância

23. Newton aplicou conhecimentos de Matemática ao estudo da Astrologia.

24. a) Londres foi assolada pela peste bubônica.

25. a) Matemática
b) Foi eleito membro da Real Academia de Ciências de Londres.

26. a) Teoria da Luz e das Cores
b) Hooke e Huyghens
c) Nunca mais publicar seus trabalhos.

27. a) E. Halley
b) o cometa de Halley
c) latim

28. a) 1686

29. "Se pude enxergar mais longe do que outros, foi porque me apoiei em ombros de gigantes."

Problemas e Testes

1. a) Os objetos, por inércia, tendem a permanecer no mesmo lugar.
   b) A pessoa, por inércia, tende a continuar em movimento.
2. A conclusão não está correta, pois devemos considerar que a força $\vec{F}$ foi eliminada, tendo sido substituída por $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$.
3. $T = 40$ kgf e $F = 35$ kgf
4. a) 14,3 kgf
   b) maior
5. a) 200 N
   b) 200 N; maior comodidade na aplicação da força
6. 50 kgf
7. 25 N, mesma direção e sentido contrário a $\vec{F}_4$.
8. (a) e (b)
9. Porque a força de atrito estático máxima é maior do que a força de atrito cinético.
10. (a)
11. a) a superfície da mesa
    b) 2 N, na mesma direção de $\vec{f}_c$ e em sentido contrário a ela
    c) na superfície da mesa
12. (c)
13. (b) e (c)
14. (a), (b), (d) e (e)
15. $X = 6,4$ kgf e $Y = 7,7$ kgf
16. Por inércia, ao ser abandonada, a pedra continua a se movimentar, na horizontal, com a mesma velocidade do navio.
17. a) $F_1N = 150$ N e $F_2N = 200$ N
    b) 50 N para a margem A
    c) não
18. Em (b) a força de atrito é menor e a componente de $\vec{F}$ que empurra o caixote é maior.
19. a) 29,3 kgf
    b) 20,7 kgf
20. 30 kgf e 52 kgf

Apêndice A

Exercícios de Fixação

1. a) $|M_1| = 12$ N · m
   b) anti-horário
   c) positivo ($M_1 = 12$ N · m)
2. a) $F_2 . OC$
   b) $M_2 = -4,5$ N · m
3. a) não
   b) não
   c) $M = 0$ (pois $d = 0$)
   d) sim
4. a) $M_1 + 7,5$ N · m; $M_2 = -8,7$ N · m; $M_3 = 0$
   b) $M = -1,2$ N · m
   c) horário
5. a) Diminui.
   b) zero
   c) em virtude de sua inércia
6. a) $M_A = -36$ N · m
   b) $M_B = +36$ N · m
   c) $F' = 180$ N
7. a) interfixa
   b) $F = 20$ kgf
   c) $N = 120$ kgf
   d) 120 kgf (3ª lei de Newton)
8. a) inter-resistente
   b) 25 cm
   c) 300 N
9. b) 20 cm
   c) 340 N
10. a) Em ambos os casos, a soma dos torques das forças presentes, em relação ao ponto de apoio, não é nula.
    b) Na fig. (a), o cartão deveria ser apoiado em seu centro de gravidade. Em (b), a pessoa mais leve deveria estar mais distante do apoio.
11. $T = 11,5$ N; $F = 11,5$ N
12. a) mesmo sentido de $\vec{F}_1$
    b) $F_4 = 0,60$ N
13. a) inter-resistente
    b) interfixa
    c) interpotente
    d) inter-resistente
14. a) menor
    b) menor
    c) maior
    d) menor

Problemas Suplementares

1. $T_1 = 283$ N; $T_2 = 200$ N
2. $P_1 = 17$ kgf; $P_2 = 10$ kgf
4. b) aproximadamente 15°
   c) 15°
5. $T = 2,87 \times 10^3$ N (Observe que a força transmitida ao carro é muito maior do que a força exercida pelo motorista.)
7. Tentativa (b) – maior torque aplicado.
8. a) $M = F \cdot d$
   b) $M = F \cdot d$
   c) sim
9. a) interpotente
   b) 40 kgf
10. Pequenas contrações dos bíceps acarretam grandes deslocamentos da mão, propiciando maior agilidade no seu movimento.
11. a) interpotente
    b) maior
    c) maior deslocamento do material a ser transportado
12. a) na água
    b) inter-resistente
    c) menor

13. a) $F_x = 50$ kgf; $F_y = 12{,}5$ kgf; $T = 62{,}5$ kgf
b) evidentemente, as mesmas respostas da questão (a)

14. a) reação normal da parede, do chão, força de atrito do chão sobre a escada e peso da escada.
b) $N_1 = 15$ kgf; $N_2 = 40$ kgf; $f = 15$ kgf

15. 2,7 m

16. a) 4,0 kgf
b) 60°
c) 26,2 kgf

17. a) 10 kgf em cada dobradiça
b) 34 kgf

18. a) 8,1 kgf
b) 7,0 kgf
c) 30 kgf

19. a) 598 kgf
b) 720 kgf

20. 31°

21. a) 800 kgf
b) 400 kgf

22. a) 10 kgf
b) 30 kgf

23. $P = \sqrt{P_1 P_2}$

24. a) $F = 3{,}5$ N
b) $H = 3{,}5$ N e $V = 10$ N

25. 2,13 m

26. 73,5 N e 89,6 N

27. $h = 45$ cm

28. a) 40 kgf
b) sim
c) Porque essa força é perpendicular à porta.

29. 24 cm

30. a) $5{,}0 \times 10^2$ N
b) menor

CAPÍTULO 5 – Segunda lei de Newton

Exercícios de Fixação

1. Sim, porque o movimento é acelerado.

2. a) Sim, a resultante das forças que atuam no bloco deve ser nula porque o movimento é uniforme.
b) movimento acelerado

3. a) 1,4 m/s²; 2,1 m/s²; 2,8 m/s²
b) Reta passando pela origem.
c) o valor da massa do corpo

4. a) a bola de borracha
b) a bola de ferro
c) a bola de ferro

5. a) movimento uniformemente acelerado
b) movimento uniformemente retardado

6. $\vec{a}_1$

7. 5,0 m/s²

8. a) R em N e a em m/s²
b) 4,9 kg

9. a) 2,5 m/s²
b) a massa do carro

10. a) $R = 9$ N
b) $f_c = 11$ N

11. 15 N, porque a massa do gelo, ao derreter, não varia.

12. a) Aumentou.
b) Não se alterou.

13. o peso do corpo

14. a) em N
b) 5,0 kg

15. a) 5,0 kg
b) 49 N

16. a) 5,0 kg
b) zero
c) sim

17. a) 25 N
b) 5,0 m/s²

18. a) 50 N
b) 5,0 m/s²

19. a) Aumenta.
b) $a = g$

20. a) Porque a aceleração do corpo está dirigida para cima.
b) Porque a resultante está dirigida para cima.
c) pela 3ª lei de Newton

21. a) zero
b) igual
c) igual ao peso do corpo (98 N)

22. a) não
b) sim
c) resistência do ar
d) Não, é maior na folha aberta.

23. A área da secção que o corpo oferece à resistência do ar.

24. São formas curvas especiais, dadas às superfícies externas do veículo, com a finalidade de diminuir a resistência do ar.

25. a) menor
b) menor
c) Aumenta.

26. a) igual
b) zero
c) movimento retilíneo uniforme

27. a) 100 m/s (360 km/h)
b) duas vezes maior

28. a) Não, na Lua não há atmosfera.
b) uniformemente acelerado

29. a) sim; força centrípeta
b) 12 N; para o centro da circunferência
c) movimento retilíneo uniforme

30. a) força T
b) a tensão T do barbante
c) 3,6 N

31. a) 800 kgf
b) 1 600 kgf
c) 200 kgf

32. a) $2{,}7 \times 10^3$ N
b) N + $1{,}2 \times 10^3$ N

33. a) $2{,}7 \times 10^3$ N
b) $2{,}7 \times 10^3$ N

34. a) 0,003%
b) sim

35. a) 90%
b) não

36. a) Teoria da Relatividade, proposta por Albert Einstein, em 1905.
b) Quando a velocidade dos corpos em estudo é muito menor do que a velocidade da luz.

37. a) $V = 1,5\ c$
b) $V = c$

38. a) Diminuindo.
b) Aumentando.

39. $m = 2,3\ m_0$

40. a) $9 \times 10^{-10} = 0,0000000009$
b) sim
c) $m = m_0$

41. Não; a velocidade do elétron não ultrapassa o valor de c.

42. a) O estudante foi muito radical; a Mecânica Clássica continua tendo um campo vastíssimo de aplicações (todos os casos em que v é muito menor do que c).
b) As teorias científicas não têm a pretensão de apresentar verdades absolutas; elas simplesmente apresentam modelos que procuram descrever os fenômenos naturais, e esses modelos podem e devem ser revistos ou substituídos sempre que se mostrarem inadequados. De qualquer maneira, a antiga teoria permanecerá válida dentro dos limites em que ela foi estruturada; a nova teoria, mais ampla, deverá conter a antiga como um caso particular.

Problemas e Testes

1. (e)

2. b) 0,50 kg
c) 0,50 kg

3. a) gráfico III
b) gráfico I
c) gráfico II

4. a) igual, pela 3ª lei de Newton
b) $a_1 > a_2$ porque a massa da Lua é menor do que a da Terra.

5. a) 5,0 N
b) 25 m/s^2
c) mesma direção e sentido da força resultante

6. a) 15 N
b) 3,0 m/s^2
c) 7,5 m/s

7. a) $1,8 \times 10^5$ N
b) $1,5 \times 10^5$ N
c) $3,3 \times 10^5$ N

8. (b) e (c)

9. Todas estão corretas.

10. Todas estão corretas.

11. a) 200 m/s
b) A resistência do ar se iguala ao peso da gota logo no início da queda.

12. Existe apenas uma força atuando no satélite: a atração da Terra, que é a própria força centrípeta.

13. (e)

14. a) $T = P = 4,9$ N
b) $T > P$, porque a pedra oscilando está sujeita a uma força centrípeta igual a $T - P$.

15. a) 0,40 m/s
b) 1,6 m/s^2
c) peso, reação normal e força de atrito
d) a força de atrito
e) $3,2 \times 10^{-2}$ N

16. a) 0,50 m/s
b) 5,0 rad/s

17. a) 3×10^{17} m/s^2
b) uniformemente acelerado; uniforme
c) 6×10^7 m/s
d) 7×10^{-9} s

18. a) de zero a t_1
b) não
c) em t_2
d) em t_4
e) sim, de t_4 a t_5

19. a) peso, reação normal e força de atrito
b) a força de atrito
c) $a = \mu_c g$
d) $d = v_0^2/2\mu_c g$

20. a) Uniformemente retardado até parar e, em seguida, uniformemente acelerado em sentido contrário.
b) 4,0 m/s^2
c) 10 N

21. a) 2,0 m/s^2
b) 5,0 m/s^2; porque $\vec{F}$ não é a resultante.
c) 6,0 N

22. a) em todos os casos $5,0 \times 10^3$ N
b) $6,0 \times 10^3$ N
c) 6,0 m/s^2

23. a) 7,0 m/s^2
b) 2,0 m/s^2
c) 10 m/s

24. 2,4 m/s^2

25. 4,9 m/s^2

26. a) O peso do projétil, que é a única força atuante.
b) $a_x = 0$, $a_y = g$
c) v_x = constante e v_y decresce enquanto o projétil sobe, anulando-se no ponto mais alto passando a aumentar enquanto o projétil desce.
d) 45°

27. c

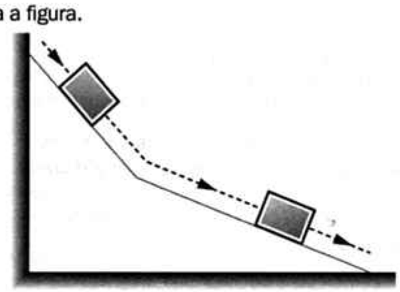
28. b

29. a) para a frente
b) para trás

30. b

31. e

32. Veja a figura.



Resposta do problema 32.

33. a) $1{,}5\ m/s^2$ na direção e sentido da força $\vec{F}$
b) $v = 5{,}0\ m/s$

34. a) a tensão $\vec{T}$ no fio e o peso do corpo
b) $T \operatorname{sen} \theta$

35. b) zero
c) Elevador descendo com $a > g$.

36. a) Peso e resistência do ar: na subida, ambas voltadas para baixo e, na descida, a resistência do ar está voltada para cima.
b) maior
c) menor
d) menor

37. b) $N_H = mg \operatorname{tg} \theta$
d) não, $\theta = 79°$!

38. 1 h 23 min

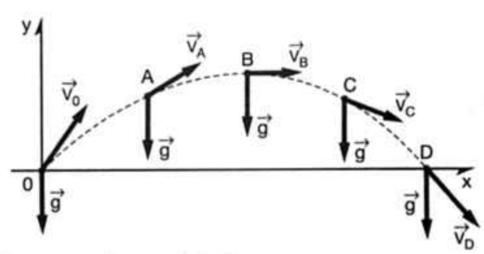
39. $t = 7{,}0$ N

40. a) $1{,}2 \times 10^4$ N
b) menor do que o peso do carro

Apêndice B

Exercícios de Fixação

2. Veja a figura.



Resposta do exercício 2.

3. a) $X = 4{,}1$ m e $Y = 0{,}60$ m
b) não
c) $v_x = 6{,}9$ m/s e $v_y = -2{,}0$ m/s
d) Descendo.

4. a) $t_A = 2t_s$
b) Sim, o tempo de subida é igual ao tempo de descida.

5. a) $v = 6{,}9$ m/s
b) sim, $v = 24{,}8$ km/h

6. a) $X = 6{,}9$ m e $Y = -1{,}0$ m
c) menor

7. a) não
b) $1{,}9\ m/s^2$
c) maior

8. a) 10 kgf
b) 10 kgf
c) 10 kgf

9. a) $\vec{P}_A$: peso do corpo A; $\vec{N}_A$: reação normal da superfície sobre A; $\vec{F}$: força externa aplicada ao sistema e $\vec{F}_{BA}$: força de B sobre A
b) $F_{BA} = 12{,}5$ N
c) igual (3ª lei de Newton)
d) sim

10. As tensões nas extremidades do fio e as forças que este exerce em A e B; todas estas forças têm o mesmo valor $T = 15{,}8$ N.

11. $\mu_e = 0{,}58$

12. a) $2{,}5\ m/s^2$
b) 15 N

Problemas Suplementares

1. 300 m

2. a) 1,6 s
b) 13,8 m

3. a) $H = v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta / 2g$
b) $\theta = 90°$ (vertical)

4. a) Ambos variam.
b) Possui as duas acelerações.
c) $\vec{g}$

5. a) parábola
b) $v_0 = \sqrt{gR/2}$

6. a) $V = v_0$
b) não

7. b) 34,6 m para ambos

8. a) cerca de 3 vezes maior

9. a) $v_0 = 2{,}7$ m/s
b) $t = 0{,}38$ s

10. $A_M = 2H$

11. a) $t = 1{,}0$ s
b) $X = 10$ m; $Y = 12{,}3$ m
c) $X = 10$ m; $Y = 12{,}3$ m
d) sim, exatamente em $t = 1{,}0$ s

12. $d = \leq 2\sqrt{HL}$

13. $\theta = 76°$

14. A bola passa acima da trave.

15. Não; ao chegar ao solo, a pedra estará no máximo a 17 m da base do penhasco.

16. a) $\theta = 60°$
b) 37 km

17. a) movimento de projétil; parábola
b) $v_0 = 5{,}0$ m/s
c) $\theta = 53°$
d) $t = 0{,}80$ s

18. 7,7 m/s

19. a) $a = 0{,}82\ m/s^2$
b) $T = 5{,}4$ N

20. a) $a = 1{,}5\ m/s^2$
b) $F = 7{,}5$ N

21. a) $a = 6{,}0\ m/s^2$
b) zero

22. a) $a = 3{,}76\ m/s^2$
b) $T = 2{,}88$ N

23. a) $a_1 = 0{,}24\ m/s^2$; vertical; para baixo
$a_2 = 0{,}24\ m/s^2$; vertical; para cima
b) $t = 2{,}5$ s
c) $T = 20{,}48$ N

24. $a_1 = 0$; $a_2 = a_3 = 10\ m/s^2$

25. a) 4,0 N
b) 6,0 N; a força $\vec{F}$ (10 N) e a força de atrito de *B* sobre *A* (4,0 N)

26. $F_M = 25$ N

27. a) $\vec{F} = 6{,}0$ N
b) $F_{23} = 3{,}6$ N

28. a) $a_A = 2{,}0$ m/s^2; vertical; para baixo
$a_B = 2{,}0$ m/s^2; horizontal; para a esquerda
$a_C = 2{,}0$ m/s^2; vertical; para cima
b) D_1 indica 32 N; D_2 indica 24 N

29. a) $a = 2{,}0$ m/s^2
b) Aumenta.
c) Quando a corda abandona a roldana; aceleração da gravidade.

30. a) Não; o sistema entra em movimento.
b) 2,8 m/s^2

CAPÍTULO 6 - Gravitação Universal

Exercícios de Fixação

1. A Terra era o centro do Universo e o Sol, as estrelas e os planetas estavam incrustados em esferas que giravam em torno da Terra.

2. a) Aquele que tem a Terra como centro.
b) o dos gregos e o de Ptolomeu

3. As previsões feitas através do sistema eram bastante precisas e sua estrutura estava de acordo com as idéias religiosas da Idade Média.

4. a) Aquele que tem o Sol como centro.
b) Copérnico acreditava que o Universo, sendo obra de Deus, não poderia ser tão complicado como era suposto no sistema de Ptolomeu.
c) Porque contrariavam a filosofia de Aristóteles e as crenças religiosas da época.

5. As tabelas de dados colhidos por Tycho Brahe.

6. a) elipse
b) Não; está situado em um dos focos.

7. o ponto *D*

8. a) 1 ano para cada um
b) $v_1 > v_2 = v_4 > v_3$

9. a) distância da Terra ao Sol
b) 248 voltas
c) $K = 1{,}00$ ano^2 (u.a.)^3

10. a) sim
b) não, pois $T^2/r^3 \neq 1{,}00$ ano^2 (u.a.)^3

11. a) Sim, pois todo corpo que descreve uma curva deve estar sujeito a uma força centrípeta.
b) o Sol

12. a) 12×10^{22} N
b) 2×10^{22} N
c) 1×10^{22} N

13. Porque observou-se que entre dois corpos quaisquer existe uma atração do mesmo tipo daquela que se manifesta entre o Sol e os planetas.

14. a) 10^{-6} N
b) 10^{22} N

15. A comprovação de que a Lei da Gravitação era realmente universal e a determinação experimental do valor de G com boa precisão.

16. *OC*

17. a) Se não existisse a força de atração, o satélite não entraria em órbita em torno da Terra.
b) A atração gravitacional entre dois corpos se manifesta mesmo no vácuo, independentemente de existir ou não um meio natural (ar, por exemplo) entre eles.

18. Para que a resistência do ar não altere o movimento do satélite.

19. a) sim
b) não

20. a) igual
b) igual

21. a) menor
b) maior

22. a) 10 horas
b) 10 horas

23. a) $P = mg$
b) $P = G\, mM/r^2$

24. O valor calculado é $g = 1{,}7$ m/s^2, estando, portanto, em boa concordância com a experiência.

25. 2,5 m/s^2; 0,40 m/s^2; 0,10 m/s^2

26. A expressão mostra que o valor de *g* não depende da massa do corpo em queda.

27. a) pequenas
b) sim

28. a) 300 vezes maior
b) 100 vezes menor
c) 3 vezes maior
d) cerca de 30 m/s^2

29. a) em *A*
b) Não; no ponto oposto será observada também uma maré alta.

30. a) 6 h
b) 12 h

31. a) verão
b) 13 000 anos

32. a) uma elipse
b) em virtude da atração dos demais planetas sobre ele

33. a) Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno
b) Porque são visíveis a olho nu.

34. Em virtude das perturbações causadas por um novo planeta, ainda desconhecido (Netuno).

Problemas e Testes

1. a) Mesmo sentido porque sua velocidade está aumentando.
b) Sentido contrário porque sua velocidade está diminuindo.
c) maior

2. a) 27 anos
b) não
c) Júpiter e Saturno

3. (c)

4. (e)

5. a) P_3
b) acelerado para a Terra; acelerado para a Lua

6. menor

7. (d)

8. a) igual
b) maior

9. a) sim
b) não
c) 12 horas

10. (d)

11. 300 m/s^2

12. Não; a bomba, por inércia, continuaria a se mover com a mesma velocidade do satélite e, portanto, permaneceria em órbita junto com ele.

13. A força do Sol sobre o planeta tem componente na direção da velocidade: em *A*, no mesmo sentido da velocidade e, em *B*, no sentido contrário a ela.

14. a) $F_c = 4\pi^2 mr/T^2$
c) Sim, pois T^2/r^2 só depende da massa do Sol.
d) Tomando-se o valor de *M* que aparece na expressão como sendo a massa da Terra, ela será válida para qualquer satélite da Terra.

15. A velocidade do satélite é tal que a força de atração proporciona exatamente a $\vec{a}_c$ necessária para que ele descreva a órbita circular.

16. (b)

17. a) 10^{30} kg
b) sim

18. A massa de Júpiter foi calculada pela medida de *T* e *r* de seus satélites e a massa da Lua foi medida, de maneira semelhante, após a colocação de um satélite artificial em órbita lunar (usando a expressão $T^2/r^3 = 4\pi^2/GM$)

19. a) 10^{41} kg
b) 10^{11} (!) estrelas

20. a) $F = \dfrac{4\pi^2}{K}\dfrac{m}{r^2}$ (logo, $F \propto m$ e $F \propto 1/r^2$)
b) O planeta exerce sobre o Sol uma força *F* de mesmo módulo que aquela do Sol sobre o planeta. Pela 2ª lei de Newton, $F \propto M$.

21. a) $P_0 = GMm/r^2$
b) $P = 0$

22. a) maior
b) menor
c) nulo

23. a) Não; pois *não* há incorreção em se considerar o referencial na Terra.
b) As órbitas dos planetas são mais simples quando o Sol é tomado como referencial.

24. Júpiter

25. $N \cdot m^2/kg^2$

Problemas Suplementares

1. 1 h 24 min

2. a) aproximadamente 0,25 s
b) aproximadamente 1 s

3. a) 5,4 g/cm^3
b) A densidade média das camadas internas da Terra deve ser superior a 5,4 g/cm^3.

5. a) aproximadamente 35 u.a.
b) entre Mercúrio e Vênus; entre Netuno e Plutão

6. a) maior
b) menor

7. a) 600 N
b) 400 kg

8. a; d

9. a) $2{,}7 \times 10^{-3}$ m/s^2
b) $2{,}8 \times 10^{-3}$ m/s^2
c) sim

10. a) O inverno (ou o verão) não ocorre simultaneamente nos hemisférios norte e sul.
b) inclinação do eixo da Terra

11. estudante 3

12. a) Não varia.
b) $1{,}16 \times 10^{22}$ m^2

13. a) 5,2 cm/s^2
b) 65%
c) variação do raio da Terra

14. a) $v_i = v_e r_i/r_e$
b) $v_i = \sqrt{GM/r_i}$

15. a) para o centro *C*
b) $\vec{F}_1$
c) A componente $\vec{F}_2$ desviaria o satélite daquela órbita.

16. a) $r = L/\sqrt{3}$
b) $F = GM^2\sqrt{3/L^2}$
c) $v = \sqrt{GM/L}$

17. $T = 6\pi\sqrt{r^3/GM}$

18. Cerca de 7,7 h = 7h42 min

19. a) $\omega = \sqrt{GM/R^3}$
b) 1h23min

20. a) 1 (sem alteração)
b) 10^6

CAPÍTULO 7 - Hidrostática

Exercícios de Fixação

1. a) 0,40 kgf/cm^2
b) 0,10 kgf/cm^2

2. a) 15 kgf/cm^2
b) A pressão é muito grande.

3. a) $2{,}00 \times 10^6$ cm^2
b) $8{,}0 \times 10^7$ kgf

4. a) igual
b) menor

5. a) $3{,}03 \times 10^6$ N/m^2
b) 1,4 atm

6. a) 0,600 g/cm^3 = 600 kg/m^3
b) 1 cm^3 de madeira tem 0,600 g de massa e 1 m^3 tem 600 kg de massa.
c) 1 500 kg

7. a) $11,3 \times 10^3$ kg/m^3
b) $3,4 \times 10^3$ kg
c) $5,7 \times 10^4$ N/m^2

8. a) 7,6 cm
b) Zero, pois na Lua não existe atmosfera.

9. a) 72 cmHg
b) 1 200 m

10. a) 19,4 vezes maior
b) 14,7 m

11. a) 0,8 atm
b) 61 cmHg

12. a) não, na Lua $p_a = 0$
b) No interior da lata o ar está rarefeito.

13. a) 102 cmHg
b) 70 cmHg
c) 30 cmHg

14. a) 1 atm
b) 2 atm

15. $p_A = p_B = p_C < p_D < p_E = p_F$

16. a) $7,5 \times 10^3$ N/m^2
b) $1,13 \times 10^5$ N/m^2

17. 40 cm

18. a) ρg
b) A reta passaria pela origem e sua inclinação seria menor.

19. a) igual
b) maior

20. Não, a pressão continuaria a mesma pois a altura da caixa não variou.

21. a) 76 cm
b) 122 cm

22. O nível de café é o mesmo no tubo e na máquina (vasos comunicantes).

23. Não, o nível de um líquido em dois vasos comunicantes é o mesmo, independentemente de suas áreas.

24. a) O aumento da pressão será de 2,0 atm para qualquer ponto do líquido.
b) 5,5 atm

25. 10 kgf

26. a) $\vec{F}_1$ é vertical para baixo e $\vec{F}_2$ é vertical para cima.
b) maior
c) $E = F_2 - F_1$

27. a) Ambos aumentariam.
b) Não sofreria alteração.

28. a) igual
b) menor

29. a) 800 kgf
b) 800 kgf
c) Diminui.

30. a) 5,0 L
b) 5,0 kgf
c) 5,0 kgf
d) 5,0 kgf

31. a) 10 L
b) 10 kgf
c) 5,0 kgf

32. a) 0,80 g/cm^3
b) Afunda na gasolina e flutua na glicerina.

33. a) 50×10^{-6} m^3
b) 1,5 N
c) 1,5 N

34. a) 150 g
b) 2,0 g/cm^3

35. a) II (Sicília)
b) IV (Alexandria)
c) I (Roma)
d) III (Grécia)

37. a) 50 kgf em cada corda; $F = 50$ kgf
b) $F = 25$ kgf

38. 2 400N

39. $F_1 = 33$ kgf

40. a) 6×10^{22} m!
b) 4×10^{11} vezes maior!

41. a) 600 g
b) 60 cm^3

42. 39 cm^3

Problemas e Testes

1. a) A pressão que a pessoa exerce sobre o gelo é menor quando ela está deitada.
b) na de 1 000 pregos

2. a) 1 kgf/cm^2
b) 10^4 kgf/cm^2
c) dez mil vezes maior

3. Todas estão corretas.

4. a) igual
b) 76 cm (a altura não depende do diâmetro do tubo)

5. a) por ação da pressão atmosférica
b) 76 cm; 10,3 m

6. a) $1,01 \times 10^5$ N/m^2
b) $1,71 \times 10^5$ N/m^2
c) $2,91 \times 10^5$ N/m^2

7. (d)

8. (a), (b) e (e)

9. Sim, se a esfera for oca, sua densidade média pode ser menor do que a da água.

10. (b)

11. 84 m

12. (e)

13. a) vertical para baixo
b) mais pesada
c) menor

14. A cadeira anatômica tem forma tal que a área de apoio do nosso corpo sobre ela é maior, tornando menor o valor da pressão.

15. a) $1,36 \times 10^4$ vezes maior
b) cerca de 10 km
c) A densidade do ar torna-se menor nas camadas mais altas da atmosfera.

16. a) $p_A = p_a - \rho g h_A$
b) $p_B = p_a - \rho g h_B$
c) $p_A > p_B$
d) de A para B
e) Não escoaria; escoaria de B para A.

17. a) 2,0 N
b) 0,40 N
c) 2,5 m/s^2, vertical, para cima
d) 2,0 s

18. Afundará um pouco.

19. c

20. Não, pois teria que exercer uma força aproximada de 200 kgf.

21. a) densidade maior do que o limite superior especificado
b) densidade inferior ao limite especificado
c) não

22. a) 30 m
b) 1,0 m/s

23. 0,80 g/cm^3

24. 450 cm^3

25. 500 g de ouro e 100 g de prata

Problemas Suplementares

1. b) 0,80 g/cm^3

2. $X = 2\,R/3$

3. a) 600 kgf
b) 2,5 mm

4. 933 kgf

5. 0,091 kgf

6. *b*

7. cerca de 6 600 anos

8. a) 40 cm^3
b) 320 g

9. a) 30 cm^3
b) 300 g

10. 70% na água e 30% no óleo

11. 40 kg

12. 19×10^3 kg/m^3

13. a) $2,0 \times 10^3$ kg/m^3
b) O dinamômetro marca 15 N e a balança indica 0,50 kg.

14. 5,9 cm

15. a) 3,4 g
b) 10,2 cm

16. a) 1,5 kgf
b) $8,0 \times 10^3$ cm^3

17. a) 0,50 g/cm^3
b) 1,5 g/cm^3

18. $V_A = 0,40$ L e $V_B = 0,60$ L

19. O nível da água permanece o mesmo.

20. a) *A* se fecha, *B* se abre e a água passa para cima do pistom.
b) *A* se abre e a água do poço entra no cilindro; *B* se fecha e a água sobre o pistom é expulsa pela saída.
c) a diferença entre a pressão atmosférica e a pressão no interior do cilindro
d) A pressão atmosférica, ao nível do mar, é igual, aproximadamente, a 10 metros de água.

CAPÍTULO 8 - Conservação da energia

Exercícios de Fixação

1. a) $\theta = 30°$
b) 34,8 J

2. a) Ambas formam um ângulo $\theta = 90°$ com o deslocamento.
b) $T = 0$ para ambas

3. a) $\theta = 180°$
b) −10,0 J

4. a) 24,8 J (positivo)
b) aumento

5. a) 3,48 W
b) Em cada l,0 s a pessoa realiza um trabalho de 3,48 J.

6. a) $1,2 \times 10^{10}$ W
b) 20 s
c) $7,2 \times 10^{12}$ J

7. a) 600 N
b) $1,2 \times 10^3$ J
c) 400 W

8. térmica → mecânica → elétrica → mecânica

9. a) 25 J
b) 3 vezes menor
c) 4 vezes maior
d) Não variaria, pois E_c é uma grandeza escalar.

10. a) 100 J
b) 100 J

11. a) 15 J
b) 45 J

12. a) Retirando.
b) $T_{AB} = 10$ J
c) 40 J

13. a) $\theta = 90°$
b) zero
c) não
d) Permanecendo constante.

14. a) Quando o peso cai da maior altura.
b) Quando se encontrava na altura maior.

15. a) 60 J
b) 60 J

16. a) 40 J
b) 20 J

17. a) $E'_{pA} = 50$ J e $E'_{pB} = 30$ J
b) 20 J

18. a) Sim (o valor da E_p depende do nível de referência).
b) Não (o trabalho não depende do nível escolhido).

19. a) Aumenta.
b) $X = 0,10$ m
c) 20 N

20. a) mais macia
b) menor
c) mais duras

21. a) inclinação $= k = 150$ N/m
b) Não, porque a força da mola não é constante.
c) Determinando o valor da área sob o gráfico.

22. a) 12,0 J
b) 12,0 J

23. a) 3,0 J
b) 9,0 J

24. a) Não varia.
b) 2 vezes maior
c) 4 vezes maior

25. a) 13,0 J
b) o seu peso; conservativa
c) $E_A = E_M = E_B = 13,0$ J

26. a) 6,0 J
b) zero; 13,0 J

27. a) 2,0 J; 2,0 J
b) 8,0 J; 8,0 J

28. a) O seu peso e a força de atrito com o ar; não, a força de atrito é dissipativa.
b) não

29. a) menor
b) igual
c) menor

30. a) 8,0 J
b) 5,0 J; em virtude da existência de força dissipativa
c) 10,0 J
d) 3,0 J
e) 3,0 J

31. a) 3,6 J
b) 3,6 J
c) 3,6 J; 6,0 m/s

32. a) 1,2 J
b) 2,4 J

33. a) 1 600 J
b) 1 600 J
c) igual

34. a) igual
b) igual
c) menor

35. a) peso, reação normal e força de atrito
b) o peso; a força de atrito; a reação normal
c) Não (a força de atrito é dissipativa)
d) não
e) $4,0 \times 10^3$ J

36. a) $1,6 \times 10^{-13}$ J
b) $8,0 \times 10^{-12}$ J

37. a) $m = 2,3\ m_0$
b) $1,2 \times 10^{-30}$ kg
c) $1,1 \times 10^{-13}$ J

38. a) $3,3 \times 10^{-14}$ J
b) cerca de 3 vezes menor

39. a) $4,5 \times 10^{11}$ eV
b) $7,2 \times 10^{-8}$ J

40. a) $8,0 \times 10^{-25}$ kg
b) 470 vezes

41. a) $1,5 \times 10^{40}$ reações/s
b) $6,0 \times 10^{40}$ átomos de hidrogênio

42. 66 milhões de anos

43. a) 10^{-28} kg
b) 10^9 W (= 1 gigawatt)

Problemas e Testes

1. a) $2,0 \times 10^4$ N
b) $1,2 \times 10^5$ J
c) 100 W
2. (b)
3. a) $2,94 \times 10^4$ W
b) 0,50 cv
4. a) $3,6 \times 10^6$ J
b) 1 kWh
c) R$ 2,40
5. (a); (d)
6. a) 22,5 J
b) 30,0 J
c) Não, pois a massa da partícula não é conhecida.
7. a) $6,0 \times 10^5$ J
b) $6,0 \times 10^5$ J
c) Não, a potência da cachoeira é de apenas 5 kW.
8. (a); (c)
9. a) 4,5 N
b) 16,0 cm
c) 0,27 J
10. a) A
b) A
11. Todas estão corretas.
12. a) $E_{pA} > E_{pB} > E_{pC}$
b) $E_{cA} > E_{cB} > E_{cC}$
c) $v_A = v_B = v_C$
13. a) 0,64 J
b) $mgH > (1/2)kX^2$
c) $h = 40$ cm
14. (c)
15. a) $1,0 \times 10^3$ J
b) 100 m
16. Transformou-se em outras formas de energia: o bloco e o solo deformam-se, aquecem-se e emitem ondas sonoras.
17. a) igual
b) 20 m
18. a) $(k_1 + k_2)X$
b) $k = k_1 + k_2$
19. 102 J
20. a) –1,0 J
b) 7,0 J
21. $4,9 \times 10^4$ N
22. $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$
23. $X = 0,66$ m
24. 68 J
25. 8,0 m/s
26. 0,10 J
27. a) 26 N/m
b) 4,5 m/s
28. a) A E_p em Q é menor do que a energia mecânica em P.
b) 8,3 m/s
29. $T = 2$ mg
30. $2,0 \times 10^3$ N

Problemas Suplementares

1. a) 1 J
b) cerca de 9 J
c) aproximadamente 9 J
2. $E_{c0}/2$

3. 40 kW
4. $P = Fv$
5. 16 kW
6. $\theta = 43°$
7. 8,0 cm
8. 340 m/s
9. 40 J
10. $mg\sqrt{65}$
11. a) 11 mg
b) 5 mg
12. 2,5R
13. a) 100 J
b) 200 J
c) zero
14. 6,0 J
15. 30 cm
16. 2,3 m/s
17. 4,9 m/s
18. $v = \sqrt{2gd/3}$
19. 1,4 m/s
20. 20 m
21. a) Aumenta.
b) zero
c) em $r = \infty$
22. a) hélio
b) Uma grande proporção das moléculas de He adquire a velocidade de escape.
23. $E = -GMm/2r$
24. $h = R/3$
25. a) 3,1 km/s
b) Sim, porque a velocidade de escape na superfície da Lua é atingida com certa facilidade pelas moléculas dos gases
26. $v_e = \sqrt{2gR}$

Respostas das questões de vestibular

CAPÍTULO 1 - Algarismos significativos

1. e
2. a
3. b
4. a
5. d
6. c
7. c
8. c
9. a
10. a
11. d
12. b
13. b

CAPÍTULO 2 - Movimento retilíneo

1. c
2. a
3. d
4. b
5. a
6. c
7. b
8. b
9. c
10. e
11. c
12. a
13. c
14. a
15. a
16. c
17. a
18. c
19. c
20. Todas estão corretas.
21. c
22. c
23. e
24. d
25. d
26. c

CAPÍTULO 3 - Movimento curvilíneo

1. a
2. c
3. d
4. b
5. a
6. e
7. b
8. a
9. e
10. b
11. a
12. c
13. d
14. e
15. d
16. Apenas III está correta.
17. c
18. e
19. c

CAPÍTULO 4 - Primeira e terceira leis de Newton

1. Apenas II está correta.
2. e
3. e
4. c
5. e
6. c
7. e
8. e
9. d
10. d
11. a
12. d
13. b
14. e
15. e
16. c
17. a
18. c
19. d
20. d

CAPÍTULO 5 - Segunda lei de Newton

1. a
2. b
3. c
4. b
5. c
6. e
7. c
8. e
9. e
10. a
11. Todas estão erradas.
12. c
13. c
14. c
15. d
16. d
17. c
18. b
19. c
20. c
21. c
22. a
23. d
24. c
25. c
26. c
27. b
28. c
29. b
30. d
31. b
32. e

CAPÍTULO 6 - Gravitação Universal

1. b
2. b
3. a
4. e
5. b
6. b
7. b
8. a
9. e
10. b
11. e
12. b
13. Todas estão corretas.
14. c
15. d
16. a
17. c
18. b
19. e
20. a
21. b

CAPÍTULO 7 - Hidrostática

1. a
2. d
3. b
4. c
5. b
6. d
7. Apenas I está correta.
8. b
9. e
10. a
11. b
12. a
13. c
14. e
15. a
16. d
17. d
18. b
19. c
20. e
21. c
22. e
23. d
24. d
25. b
26. a
27. b
28. d

CAPÍTULO 8 - Conservação da energia

1. c
2. a
3. e
4. c
5. d
6. d
7. Todas estão corretas.
8. b
9. c
10. c
11. c
12. b
13. Todas estão corretas.
14. I - errada; II - errada; III - correta
15. c
16. a
17. e
18. e
19. a
20. d
21. d
22. d
23. c
24. c
25. c
26. a
27. b
28. a
29. e
30. a

Valores das funções trigonométricas

Ângulo		Seno	Co-seno	Tangente	Ângulo		Seno	Co-seno	Tangente
Graus	Radianos				Graus	Radianos			
0	0,0000	0,000	1,000	0,000					
1	0,0175	018	1,000	018	46	0,8029	719	695	1,036
2	0,0349	035	0,999	035	47	0,8203	731	682	1,072
3	0,0524	052	999	052	48	0,8378	743	669	1,111
4	0,0698	070	998	070	49	0,8552	755	656	1,150
5	0,0873	087	996	088	50	0,8727	766	643	1,192
6	0,1047	105	995	105	51	0,8901	777	629	1,235
7	0,1222	122	993	123	52	0,9076	788	616	1,280
8	0,1396	139	990	141	53	0,9250	799	602	1,327
9	0,1571	156	988	158	54	0,9425	809	588	1,376
10	0,1745	174	985	176	55	0,9599	819	574	1,428
11	0,1920	191	982	194	56	0,9774	829	559	1,483
12	0,2094	208	978	213	57	0,9948	839	545	1,540
13	0,2269	225	974	231	58	1,0123	848	530	1,600
14	0,2443	242	970	249	59	1,0297	857	515	1,664
15	0,2618	259	966	268	60	1,0472	866	500	1,732
16	0,2793	276	961	287	61	1,0647	0,875	0,485	1,804
17	0,2967	292	956	306	62	1,0821	883	470	1,881
18	0,3142	309	951	325	63	1,0996	891	454	1,923
19	0,3316	326	946	344	64	1,1170	899	438	2,050
20	0,3491	342	940	364	65	1,1345	906	423	2,145
21	0,3665	358	934	384	66	1,1519	914	407	2,246
22	0,3840	375	927	404	67	1,1694	921	391	2,356
23	0,4014	391	921	425	68	1,1868	927	375	2,475
24	0,4189	407	914	445	69	1,2043	934	358	2,605
25	0,4363	423	906	466	70	1,2218	940	342	2,747
26	0,4538	438	899	488	71	1,2392	946	326	2,904
27	0,4712	454	891	510	72	1,2566	951	309	3,078
28	0,4887	470	883	532	73	1,2741	956	292	3,271
29	0,5061	485	875	554	74	1,2915	951	276	3,487
30	0,5236	500	866	577	75	1,3090	966	259	3,732
31	0,5411	0,515	0,857	0,601	76	1,3265	0,970	0,242	4,011
32	0,5585	530	848	625	77	1,3439	974	225	4,331
33	0,5760	545	839	649	78	1,3614	978	208	4,705
34	0,5934	559	829	675	79	1,3788	982	191	5,145
35	0,6109	574	819	700	80	1,3963	985	174	5,671
36	0,6283	588	809	727	81	1,4137	988	156	6,314
37	0,6458	602	799	754	82	1,4312	990	139	7,115
38	0,6632	616	788	781	83	1,4486	994	122	8,144
39	0,6807	629	777	810	84	1,4661	995	105	9,514
40	0,6981	643	766	839	85	1,4835	996	087	11,43
41	0,7156	656	755	869	86	1,5010	998	070	14,30
42	0,7330	669	743	869	87	1,5184	999	052	19,08
43	0,7505	682	731	933	88	1,5359	999	035	28,64
44	0,7679	695	719	966	89	1,5533	1,000	018	57,29
45	0,7854	707	707	1,000	90	1,5708	1,000	000	∞

Constantes físicas	
Velocidade da luz	$3,0 \times 10^8$ m/s
Constante gravitacional	$6,67 \times 10^{-11}$ N · m²/kg²
Massa do elétron (em repouso)	$9,11 \times 10^{-31}$ kg
Massa do próton (em repouso)	$1,67 \times 10^{-27}$ kg
Pressão atmosférica normal	$1,01 \times 10^5$ N/m²
Raio médio da Terra	$6,37 \times 10^6$ m
Distância média da Terra ao Sol	$1,49 \times 10^8$ km
Distância média da Terra à Lua	$3,8 \times 10^5$ km
Massa da Terra	$5,98 \times 10^{24}$ kg
Massa do Sol	$2,0 \times 10^{30}$ kg
Carga do elétron (carga elementar)	$1,6 \times 10^{-19}$ C
Constante de Boltzmann	$1,38 \times 10^{-23}$ J/K
Constante da lei de Coulomb (para o vácuo)	$9,00 \times 10^9$ N · m²/C²
Constante de Planck	$6,63 \times 10^{-34}$ J · s
Constante universal dos gases	8,31 joule/K mol

BIBLIOGRAFIA INDICADA PARA OS ALUNOS

A lista apresentada a seguir é sugerida para tentar ampliar seus conhecimentos e incentivá-los a fazer outras leituras além do livro didático.

Seu(sua) professor(a) poderá orientá-los por onde começar, como ir adquirindo cada obra, como desenvolver um esforço para incorporá-los na biblioteca de sua escola, como desenvolver o hábito e aperfeiçoar a leitura, por exemplo, fazendo discussões em grupo, etc.

Boa leitura!

ARRIBAS, S. D. *Experiências de física ao alcance da escola*. Passo Fundo: UFP, 1987.

BERNAL, J. D. *Ciência na história*. V. 1-7. Lisboa: Livros Horizonte, 1969.

CARVALHO, R. P. *Física do dia-a-dia*. Belo Horizonte: Gutenberg, 2003.

DAOU, L. e CARUSO, F. *Tirinhas de Física*. Vols. 1 a 6. Rio de Janeiro: Centro Brasileiro de Ensino de Física, 2000-2002.

DAWKINS, R. *Desvendando o arco-íris*. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.

ECO, U.; DELUMEAU, J.; GOULD, J. S.; CARRIÈRE, J-C. *Entrevista sobre o fim dos tempos*. Rio de Janeiro: Rocco, 1998.

EINSTEIN, A.; INFELD, L. *A evolução da Física*. Rio de Janeiro: Nacional, 1941.

FEYNMAN, R.P. *Está a brincar, Sr. Feynman!* Lisboa: Gradiva, 1988.

________P. *Física em seis lições*. 6. ed. Rio de Janeiro: Ediouro, 2001.

FIOLHAIS, C. *Física divertida*. Lisboa: Gradiva, 1991.

GILMORE, R. *Alice no país do quantum*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

________. *O mágico dos quarks*. São Paulo: Jorge Zahar, 2001.

GLEISER, M. *O fim da terra e do céu*. São Paulo: Schwarcz, 2001.

GOLDEMBERG, J. *Energia no Brasil*. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

GONICK, et alii. *Introdução ilustrada à Física*. São Paulo: Harbra, 1994.

HEWITT, P. G. *Física conceitual*. Porto Alegre: Artmed, 2002.

MARTINS, J. B. *José Leite Lopes – O homem de ciência*. Rio de Janeiro: Nova Stella, 1990.

MENEZES, L. C. *Vale a pena ser físico?* São Paulo: Moderna, 1988.

OKUNO, E. *Radiação ultravioleta: características e efeitos*. São Paulo: Livraria da Física, 2005.

PANZERA, Á. C. *Estrelas e planetas*. Belo Horizonte: UFMG, 2001.

PARKER, S. *Marie Curie e a radioatividade*. São Paulo: Scipione, 1997. (Caminhos da Ciência)

PAULINO, J. O. S. *Raios e trovões*. Belo Horizonte: UFMG, 1997.

PERELMAN, I. *Física recreativa*. Moscou, 1980.

PRADO, F. B. L. *Observações astronômicas: como e para quê*. Belo Horizonte: UFMG, s/d.

PRICE, D. S. *O homem e a ciência – A ciência desde a Babilônia*. Belo Horizonte: Itatiaia, 1976.

SAGAN, C. *O mundo mal assombrado pelos demônios*. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

STRATHERN, P. *Arquimedes e a alavanca em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Cientistas em 90 Minutos)

________. *Aristóteles em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Filósofos em 90 Minutos)

_________. *Bohr e a teoria quântica em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Cientistas em 90 Minutos)

_________. *Einstein e a relatividade em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Cientistas em 90 Minutos)

_________. *Galileu e o sistema solar em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Cientistas em 90 Minutos)

_________. *Hawking e os buracos negros em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Cientistas em 90 Minutos)

_________. *Platão em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Filósofos em 90 Minutos)

_________. *Sócrates em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997. (Filósofos em 90 Minutos)

THUILLIER, P. *De Arquimedes a Einstein*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1988. (Ciência e Cultura)

VALADARES, E. C. *Física mais que divertida*. Belo Horizonte: UFMG, 2000.

WALKER, J. *O grande circo da física*. Lisboa: Gradiva, 1990.

ZIMAN, J. *A força do conhecimento*. São Paulo: Edusp, 1981.

Os livros da lista abaixo, apesar de não serem publicados em português, são de leitura bastante interessante e acessível. Se houver disponibilidade e interesse, não será difícil adquiri-los pela Internet.

ARMSTRONG, T. *Make moving patterns*. Norfolk: Tarquin, 1982.

BOLTON, L. *Hidden pictures*. New York: Pinguin, 1993.

CITÈ DES SCIENCES ET DE L´INDUSTRIE. *La lumière demasquée*. Paris:

ERNST, B. *Le monde des illusions d´optique*. Berlim: Taschen, 1986.

______. *Adventure with impossible figures*. Norfolk: Tarquin, 1986.

JENNINGS, T. *101 illusions d´optique*. Paris: Gründ, 1996.

HAWKING, S. *Commencement du temp set fin de la physique?* Paris: Flamarion, 1992.

LINDLEY, D. *The end of physics. The myth of unified theory*. New York: Basic Books, 1993.

MARCH, R. H. *Physics for poets*. New York: McGraw-Hill, 1998.

MOSCOVICH, I. *Magic cylinder book*. Norfolk: Tarquin, 1988.

NORRETRANDERS, T. *The user illusion*. Londres: Penguin, 1999.

PERELMAN, I. *Física recreativa*. Moscou: Mir, 1980.

SMITH, A. *The Usborne big book of experiments*. Londres: Usborne, 1996.

SHOGAKUKAN, I. *Stereogram*. Londres: Boxtree, 1994.

WATSON, P. *La lumière fantastique*. Paris: Albin Michel Jeunesse, 1982.

Páginas indicadas para pesquisa e consulta

Biblioteca Virtual do Estudante Brasileiro — www.bibvirt.futuro.usp.br/principal.html

Estação Ciência – www.eciencia.com.br: A estação Ciência é um centro de difusão científica, tecnológica e cultural criado pela Pró-Reitoria da USP.

Laboratório de Ensino de Ciências e Tecnologia (USP) — http://www.darwin.futuro.usp.br/

Revista *Nova Escola* — www.novaescola.com.br (www.programaescoladigital.com.br) ensina a usar o computador)